

Разработка метода тепловой дефектометрии на основе решения обратных задач нестационарной теплопроводности

О.В. Лебедев, О.Н. Будадин, Д.В. Киржанов, В.Г. Авраменко,
Технологический институт энергетических исследований, диагностики
и неразрушающего контроля «ВЕМО», Россия, 113162, Москва, Люсиновская ул., д. 62
Институт Машиноведения им. А.А. Благонравова РАН
Россия, Малый Харитоньевский пер., д. 4.

Введение

В настоящее время много внимания уделяется решению проблем строительства и реконструкции зданий с целью обеспечения комфортного пребывания в них людей при эффективном использовании энергоносителей. Это связано с тем, что значительная часть основных фондов производственных строительных конструкций превысила допустимый ресурс эксплуатации, что привело к увеличению расхода энергоносителей. Нормальной практикой на территории России являются показатели удельного потребления условного топлива на человека, превышающие в несколько раз аналогичные западные^[1]. В этом виноваты не только климатические условия, но состояние жилищного фонда. По экспертным оценкам Госстроя РФ, только в зданиях массовых серий сверх нормы теряется до 40 % поступающих в них энергоресурсов. С целью экономии топливно-энергетических ресурсов издан Указ Президента РФ [2]. Ужесточение требований к энергосбережению на территории России регламентируется СНиП [3] и ГОСТ [4], а в Москве – московскими городскими строительными нормами⁵. Энергетической стратегией России на период до 2020 года определено, что до $\frac{3}{4}$ необходимого прироста энергопотребления страны должно быть обеспечено за счет энергосберегающих мероприятий. Таким образом, энергоэффективность и энергосбережение являются приоритетами энергетической стратегии России.

Актуальность данной работы подтверждается рекомендациями и нормативными документами, а именно протоколом совместного заседания Совета Безопасности Российской Федерации и президиума Государственного совета Российской Федерации [6], согласно которому следует «сконцентрировать усилия и ресурсы на реализации конкурентно способных технологий, направленных на повышение эффективности использования энергетических и природных ресурсов и других перспективных технологий». Перспективность метода теплового неразрушающего контроля подтверждается Указом Президента Российской Федерации [7], согласно которому была присуждена Государственная премия в области науки и техники за 2003 год. Правительством Москвы принято Постановление [8], направленное на развитие инновационных научно-исследовательских программ в сфере энергосбережений. Аналогичные постановления сейчас утверждаются в Санкт-Петербурге, Тамбовской, Калининградской и других регионах Российской Федерации, а территориальные строительные нормы приняты сейчас уже в 32 областях России.

Основной теплотехнической характеристикой, на основании которой делается заключение о соответствии строительной конструкции нормативным требованиям и эксплуатационным нормам, является приведенное сопротивление теплопередаче наружных ограждающих конструкций, вычисляемое на основе локальных величин сопротивления теплопередаче каждого из типичных фрагментов наружных ограждающих конструкций здания. Рассматриваемый метод определения приведенного сопротивления теплопередаче разработан в Технологическом институте ВЕМО [9, 10]. Метод успешно апробирован на

крупнейших конференциях, посвящённых методам неразрушающего контроля, включая международные конференции [11].

Целью работы является создание метода, предназначенного для определения теплотехнических характеристик строительных сооружений с оценкой энергоэффективности ограждающих конструкций по результатам теплового неразрушающего контроля (ТНК). Созданный метод носит название «метод расчета приведенного сопротивления теплопередаче многослойной ограждающей конструкции в реальных условиях эксплуатации зданий методом решения обратной задачи теплопроводности, использующий функционал правдоподобия на основе конечно-разностной схемы» или сокращенно метод «функционала правдоподобия на основе конечно-разностной схемы».

Описание метода

Метод «функционала правдоподобия» на основе конечно-разностной схемы предназначен для определения теплотехнических характеристик строительных сооружений с оценкой энергоэффективности ограждающих конструкций по результатам ТНК.

Разработанный метод осуществляет обработку экспериментальных данных, полученных в ходе тепловизионного обследования, и реализует математические алгоритмы ТНК. Анализ возможностей метода ТНК показал, что он с успехом может применяться не только для качественного анализа температурных полей, но и для количественного определения теплотехнических характеристик ограждающих конструкций при использовании специальных расчетных моделей, а именно, значения сопротивления теплопередаче в реперных точках и приведенного сопротивления теплопередаче. Метод позволяет осуществлять высокопроизводительную бесконтактную диагностику с применением компьютерной техники для обработки результатов.

Постановка задачи

Основными параметрами, количественно определяющими энергосберегающие свойства ограждающей конструкции, являются сопротивление теплопередаче термически однородных зон R^{loc} и приведенное сопротивление теплопередаче, R^{av} учитывающее неравномерность распределения температуры по поверхности контролируемого объекта.

В основе метода лежит модель многослойного объекта, которая используется для описания ограждающей конструкции. Для многослойного объекта локальное значение сопротивления теплопередаче выражается формулой

$$R^{loc} = \frac{1}{\alpha^{in}} + \frac{1}{\alpha^{ex}} + \sum_{n=1}^N \frac{l_n}{\lambda_n}$$

В формуле α^{in} , α^{ex} – коэффициенты теплоотдачи на внутренней и внешней поверхностях объекта, N – число слоев конструкции, l_n – толщина слоя n , λ_n – коэффициент теплопроводности слоя n . Приведенное сопротивление теплопередаче ограждающей конструкции определяется формулой

$$R^{av} = \sum_{j=1}^J \frac{S_j}{R_j^{loc}}$$

В формуле J – число термически однородных зон ограждающей конструкции. Каждая термически однородная зона j имеет площадь S_j , а каждой её точке соответствует локальное сопротивление теплопередаче R_{loc}^j , определённое по формуле.

Согласно существующим методикам [13] величина сопротивления теплопередаче в реперных точках конструкции определяется экспериментально с использованием датчиков

плотности теплового потока и датчиков температуры сред по обе стороны ограждающей конструкции с помощью соотношения по формуле .

$$R^{loc} = \frac{T_{in}^{air} - T_{ex}^{air}}{I}$$

В формуле T_{in}^{air} , T_{ex}^{air} – температуры воздуха вблизи, соответственно, внутренней и внешней поверхностей ограждающей конструкции, I – плотность теплового потока через ограждающую конструкцию.

Указанные методики ориентированы на применение в условиях стационарного процесса теплопередачи в ограждающих конструкциях. В действительности стационарный режим теплопередачи в конструкции может быть создан только в лабораторных условиях. При теплотехническом обследовании строительных объектов в условиях их эксплуатации такие условия недостижимы. В этом случае режим передачи тепла является нестационарным вследствие суточных колебаний температуры наружного воздуха, резкой смены погоды и других причин.

Таким образом, необходимо создание альтернативных методов определения локальных и интегральных теплотехнических характеристик ограждающих конструкций. Альтернативный метод должен позволять проводить определение требуемых характеристик в условиях, достижимых при эксплуатации обследуемых конструкций. Ниже рассмотрена методика определения этих характеристик с использованием термограмм обследуемого объекта и температурной истории (серии значений температур через заданные интервалы времени) в реперных точках. При этом температурная история в каждой из реперных точек используется для определения сопротивления теплопередаче в ней. Эта достигается путём решения обратной задачи нестационарной теплопроводности в условиях нестационарного режима передачи тепла через ограждающую конструкцию. Полученные значения локальных теплотехнических характеристик и термограмма ограждающей конструкции используются для определения интегральных характеристик конструкции.

Решение обратной задачи нестационарной теплопроводности в многослойном объекте состоит в определении величин теплофизических характеристик слоев этого объекта по заданным временным зависимостям температур сред вблизи поверхностей объекта и температур самих поверхностей. В основе решения обратной задачи лежит многократное использование решений прямой задачи нестационарной теплопроводности.

Решение прямой задачи нестационарной теплопроводности

Решается одномерная прямая задача нестационарной теплопроводности. Приведённые ниже выкладки применимы как для описания многослойных, так и однослойных объектов, поэтому, в дальнейшем будут рассматриваться многослойные объекты. Рассмотрим многослойный объект, изображённый на рисунке 1. Ориентируем ось z перпендикулярно границам между слоями объекта (а для однослойного объекта – его поверхности), а оси x и y - параллельно ей. Поместим точку отсчёта $(0,0,0)$ на одну из поверхностей многослойной конструкции. Далее мы будем называть эту поверхность внутренней. Направим ось z к противоположной стороне конструкции, которую будем называть внешней. Будем обозначать величины, относящиеся к внутренней стороне конструкции, индексом in , а к внешней – индексом ex .

Оценки показывают, что для справедливости одномерного приближения необходимо, чтобы характерный масштаб объекта в плоскости (x,y) значительно (более чем в 10 раз) превышал характерный масштаб объекта вдоль оси z . Температуры поверхностей объекта меняются со временем заданным образом. По известным температурным историям на

границах объекта зависимости от времени тепловых потоков, проходящих через поверхности объекта.

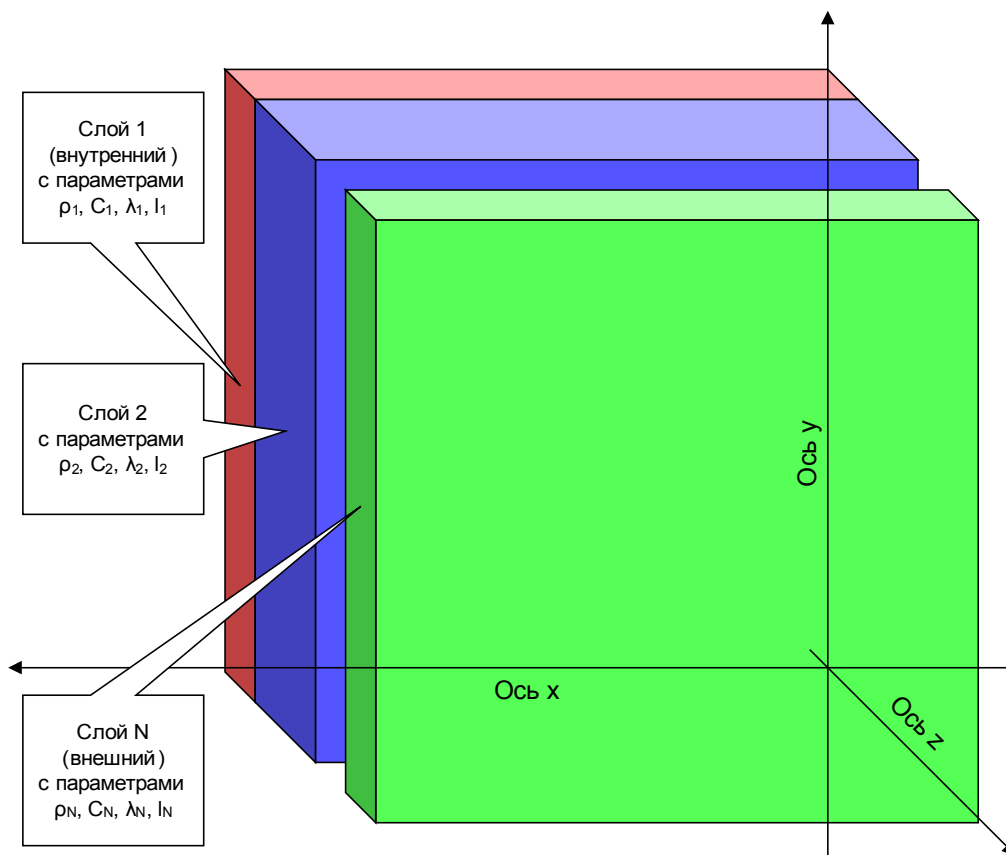


Рисунок 1. Многослойный объект, в котором решение одномерной задачи теплопроводности считается справедливым.

Обозначим $T(z, t)$ зависимость температуры от координаты z и времени t . Уравнение теплопроводности имеет вид $C(z) \rho(z) \frac{\partial T(z, t)}{\partial t} = \lambda(z) \frac{\partial^2 T(z, t)}{\partial z^2}$. Значения $C(z)$, $\rho(z)$ и $\lambda(z)$ представляют собой значения теплофизических характеристик: удельной теплоемкости, плотности и коэффициента теплопроводности материалов слоев. Они считаются постоянными внутри каждого из слоев и независимыми от температуры, а, следовательно, задаются кусочно-постоянными функциями координаты z . Ниже мы будем обозначать значения этих функций на соответствующих участках C_n , ρ_n и λ_n .

$$C(z) \rho(z) \frac{\partial T(z, t)}{\partial t} = \lambda(z) \frac{\partial^2 T(z, t)}{\partial z^2}$$

Уравнение используется с граничными условиями первого рода на поверхностях стены. Если число слоев больше 1, на границах слоев структуры используются стандартные в теплофизике условия непрерывности значений температуры и теплового потока на границе слоев. В уравнениях приняты обозначения $z_{n'} = \sum_{n=1}^{n'} l_n$, $n' = 1 \dots (n-1)$.

$$T(0, t) \in T^{in}(t), \quad T(L, t) \in T^{ex}(t), \quad L \in \sum_{n=1}^N l_n$$

$$T(z_{n'} - 0, t) = T(z_{n'} + 0, t)$$

$$\left. \frac{\partial T(z,t)}{\partial z} \right|_{z_n-0} = \left. \frac{\partial T(z,t)}{\partial z} \right|_{z_n+0}$$

Для решения задачи теплопроводности задается начальное распределение температуры внутри слоев структуры. Задание распределения температуры в начальный момент времени соответствует стационарному температурному режиму с температурами на внутренней и внешней границах объекта $T^{in|w}(0)$ и $T^{ex|w}(0)$.

Пусть рассматриваемый объект содержит N слоев, теплофизические параметры которых (коэффициент теплопроводности λ_n , плотность ρ_n , удельная теплоемкость C_n и толщина l_n) известны. Одна из поверхностей объекта считается внутренней, другая – внешней. Нумерация слоев производится, начиная с внутренней поверхности. Известными являются температурные истории на поверхностях объекта, то есть последовательности значений температур $T^{in,ex|w}(\vartheta_\zeta)$ в моменты времени ϑ_ζ (всего Z значений).

Для решения задачи теплопроводности внутри многослойного объекта используется распространенная разновидность сеточных методов решения дифференциальных уравнений в частных производных, а именно схема Кранка–Николсона второго порядка точности с постоянным шагом сетки. Обозначим шаг интегрирования по координате ξ , а по времени – τ .

Для решения прямой задачи совершается переход от временной сетки задания температурной истории ϑ_ζ , $\zeta = 1 \dots Z$, к временной сетке t_k , $k = 1 \dots K$, $K = \text{round} \frac{B}{\tau} + 1$, где B – продолжительность температурной истории. Функция $\text{round}(\dots)$ выделяет целую часть своего аргумента. Для получения значений температур в моменты времени t_k применяется процедура кубической сплайн-интерполяции.

Также, для решения прямой задачи используется временная сетка, задаваемая следующим образом. Каждый слой n разбивается на $\text{round} \frac{l_n}{\xi} + 1$ участков. После этого

значения толщин слоев считаются равными $\text{round} \frac{l_n}{\xi}$. Пространственная сетка

привязывается к границам этих интервалов и узлы сетки нумеруются, начиная с внутренней поверхности объекта. Номера узлов, соответствующих границам слоев, обозначаются как

$$m[n], m[n] = \text{round} \frac{l_n}{\xi} + m[n-1], m[1] = \text{round} \frac{l_1}{\xi} + 1.$$

На первом этапе вычисляется распределение температуры в объекте в начальный момент времени. Считается, что это распределение соответствует стационарному распределению с тепловым потоком, равным I_0 . Смысл этого приближения будет пояснен ниже.

$$I_0 = \frac{T_1^{in|w} - T_1^{ex|w}}{R_{loc}}$$

Обозначим $T_{i,j}$ температуру в момент времени i в узле j слоя n пространственной сетки. В начальный момент времени температура в граничных точках $m[n]$, $n = 1 \dots (N-1)$ равна

$$T_{1,m[n]} = T_1^{in|w} + I_0 \sum_{i=1}^{n-1} \frac{l_i}{\lambda_i}$$

Температура в остальных точках i каждого из слоёв n определяется по линейному закону .

$$T_{1,i} = T_{1,m[n]} + \frac{i - m[n]}{m[n+1] - m[n]} (T_{1,m[n+1]} - T_{1,m[n]}), \quad i = 1 \dots m[n]$$

На первом шаге интегрирования используется неявная схема первого порядка точности по времени. Уравнению соответствует разностная схема .

$$C_n \rho_n \frac{T_{2,j} - T_{1,j}}{\tau} = \frac{\lambda_n}{2\xi^2} (T_{2,j-1} + T_{2,j+1} - 2T_{2,j} + T_{1,j-1} + T_{1,j+1} - 2T_{1,j})$$

Уравнение используется вместе с граничными условиями на поверхности объекта и границах слоёв .

$$\alpha^{in} (T_2^{in|w} - T_{2,1}) = \lambda_1 \frac{T_{2,1} - T_{2,2}}{\xi}, \quad \alpha^{ex} (T_2^{ex|w} - T_{2,m[N]}) = \lambda_N \frac{T_{2,m[N]} - T_{2,m[N]-1}}{\xi}$$

$$\frac{\lambda_n}{\xi} (T_{2,m[n+1]} - T_{2,m[n+1]-1}) = \frac{\lambda_{n+1}}{\xi} (T_{2,m[n+1]+1} - T_{2,m[n+1]})$$

С целью универсализации алгоритма для вычисления величин тепловых потоков используются граничные условия третьего рода, для перехода от которых к граничным условиям первого рода , значения коэффициентов теплоотдачи в формулах устремляются к бесконечности. Для практических расчетов следует использовать значения коэффициентов теплоотдачи порядка 50000 Вт/кв. м °С. Представленная система уравнений сводится к матричному уравнению , матрицы A и F которой определяются по формулам -.

$$A_{n,m} T_{2,m} = F_n$$

$$A_{1,1} = 1 + \frac{\alpha^{in}\xi}{\lambda_1}, \quad A_{1,2} = -1, \quad A_{m[N],m[N]-1} = -1, \quad A_{m[N],m[N]} = 1 + \frac{\alpha^{ex}\xi}{\lambda_N}$$

$$A_{m[n],m[n]} = 1, \quad A_{m[n],m[n]-1} = -\frac{\lambda_{n-1}}{\lambda_{n-1} + \lambda_n}, \quad A_{m[n],m[n]+1} = -\frac{\lambda_n}{\lambda_{n-1} + \lambda_n}, \quad n = 2 \dots (N-1)$$

$$A_{n,n-1} = 1, \quad A_{n,n} = -2\frac{\lambda_n}{\lambda_n + \lambda_{n+1}} + \frac{C_n \rho_n \xi^2}{\lambda_n \tau}, \quad A_{n,n+1} = 1, \quad n \notin m_k$$

$$F_1 = \frac{\alpha^{in}\xi}{\lambda_1} T_2^{in|w}, \quad F_{m[N]} = \frac{\alpha^{ex}\xi}{\lambda_N} T_2^{ex|w}, \quad F_{m[n]} = 0$$

$$F_n = T_{1,n-1} + T_{1,n+1} - 2T_{1,n} + \frac{C_n \rho_n \xi^2}{\lambda_n \tau}, \quad n \notin m_k$$

Уравнение решается методом обратной прогонки. Для решения вводятся вспомогательные вектора и .

$$a_n = -\frac{1}{A_{n,n+1}} A_{n,n} + \frac{A_{n,n-1}}{a_{n-1}}, \quad a_1 = -\frac{A_{1,1}}{A_{1,2}}$$

$$b_n = \frac{1}{A_{n,n+1}} F_n + \frac{A_{n,n-1} b_{n-1}}{a_{n-1}}, \quad b_1 = \frac{F_1}{A_{1,2}}$$

При этом решение определяется соотношением

$$T_{2,n} = \frac{T_{2,n+1}}{a_n} - \frac{b_n}{a_n}, \quad T_{2,m[N]} = F_{m[N]} a_{m[N]-1} + \frac{b_{m[N]-1} A_{m[N],m[N]-1}}{A_{m[N],m[N]} a_{m[N]-1} + A_{m[N],m[N]-1}}.$$

Значение температуры в остальные $(K-2)$ моменты времени рассчитывается с помощью неявной численной схемы второго порядка точности по времени. Вместо формулы в ней используется разностное соотношение .

$$C_n \rho_n \frac{T_{k,j} - T_{k-2,j}}{2\tau} = \frac{\lambda_n}{2\xi} \left(T_{k,j-1} + T_{k,j+1} - 2T_{k,j} + T_{k-1,j-1} + T_{k-1,j+1} - 2T_{k-1,j} \right)$$

Уравнение используется с граничными условиями на поверхности объекта и граничными условиями на границах слоёв .

$$\alpha^{in} \left(T_k^{in|w} - T_{k,1} \right) = \lambda_1 \frac{T_{k,1} - T_{k,2}}{\xi}, \quad \alpha^{ex} \left(T_k^{ex|w} - T_{k,m[N]} \right) = \lambda_N \frac{T_{k,m[N]} - T_{k,m[N]-1}}{\xi}$$

$$\frac{\lambda_n}{\xi} \left(T_{k,m[n+1]} - T_{k,m[n+1]-1} \right) = \frac{\lambda_{n+1}}{\xi} \left(T_{k,m[n+1]+1} - T_{k,m[n+1]} \right)$$

Система уравнений - сводится к матричному уравнению .

$$A_{n,m} T_{k,m} = F_n$$

Компоненты A_{nm} и F_n определяются из уравнений - .

$$A_{1,1} = 1 + \frac{\alpha^{in}\xi}{\lambda_1}, \quad A_{1,2} = -1, \quad A_{m[N],m[N]-1} = -1, \quad A_{m[N],m[N]} = 1 + \frac{\alpha^{ex}\xi}{\lambda_N}$$

$$A_{m[n],m[n]} = 1, \quad A_{m[n],m[n]-1} = -\frac{\lambda_{n-1}}{\lambda_{n-1} + \lambda_n}, \quad A_{m[n],m[n]+1} = -\frac{\lambda_n}{\lambda_{n-1} + \lambda_n}, \quad n = 2 \dots (N-1)$$

$$A_{n,n-1} = 1, \quad A_{n,n} = -\frac{\lambda_n}{\lambda_n} \left(2 + \frac{C_n \rho_n \xi^2}{\lambda_n \tau} \right), \quad A_{n,n+1} = 1, \quad n \notin m_k$$

$$F_1 = \frac{\alpha^{in}\xi}{\lambda_1} T_k^{in|w}, \quad F_{m[N]} = \frac{\alpha^{ex}\xi}{\lambda_N} T_k^{ex|w}, \quad F_{m[n]} = 0$$

$$F_n = T_{k-1,n-1} + T_{k-1,n+1} - 2T_{k-1,n} - \frac{C_n \rho_n \xi^2}{\lambda_n \tau} T_{k-2,n}, \quad n \notin m_r$$

Уравнение также решается методом обратной прогонки. Значения тепловых потоков через поверхности объекта вычисляются по формулам .

$$I_k^{in} = \lambda_1 \frac{T_{k,1} - T_{k,2}}{\xi}, \quad I_k^{ex} = \lambda_N \frac{T_{k,m[N]-1} - T_{k,m[N]}}{\xi}$$

Для уменьшения влияния шумов входных данных, а, именно, температурных историй рассчитанные значения тепловых потоков подвергаются процедуре усреднения. Для некоторого вектора $F(t_q)$ с числом элементов Q процедура усреднения с индексом усреднения Q_{av} , $Q_{av} < \frac{Q}{2}$ описывается формулой . Результатом процедуры усреднения является вектор $\bar{F}(t_q)$.

$$\bar{F}(t_q) = \begin{cases} \prod_{i=1}^M \frac{1}{Q_{av} + q + 1} e^{q+Q_{av}} F(t_i), & 1 \leq q < Q_{av} \\ \prod_{i=q-Q_{av}}^M \frac{1}{2Q_{av} + 1} e^{q+Q_{av}} F(t_i), & Q_{av} \leq q \leq (Q - Q_{av}) \\ \prod_{i=q-Q_{av}}^M \frac{1}{Q_{av} + Q - q + 1} e^Q F(t_i), & (Q - Q_{av}) < q \leq Q \end{cases},$$

Решение обратной задачи нестационарной теплопроводности

Для решения обратной задачи нестационарной теплопроводности в исследуемом объекте используются измеренные температурные истории – температуры наружного воздуха $T^{ex|a}(\vartheta_\zeta)$, наружной поверхности $T^{ex|w}(\vartheta_\zeta)$, внутренней поверхности $T^{in|w}(\vartheta_\zeta)$ и внутреннего воздуха $T^{in|a}(\vartheta_\zeta)$, $\zeta = 1 \dots Z$. Экспериментальные данные подвергаются процедуре усреднения по правилу . Как и в случае тепловых потоков, сглаживание производится с целью уменьшения влияния шумов входных данных. После усреднения осуществляется переход с временной сетки ϑ_ζ , $\zeta = 1 \dots Z$ на временную сетку t_k , $k = 1 \dots K$ при помощи кубической сплайн-интерполяции.

Зададим набор теплофизических параметров слоев объекта $\{\theta\}$ и вычислим плотности тепловых потоков через внешнюю $I^{ex}(t_k, \{\theta\})$ и внутреннюю $I^{in}(t_k, \{\theta\})$ поверхности по формулам . Вычислим температурные истории внутреннего $T^{in|a}(t_k, \{\theta\})$ и внешнего $T^{ex|a}(t_k, \{\theta\})$ воздуха по соотношениям -.

$$T^{in|a}(t_k, \{\theta\}, \alpha^{in}) = T^{in|w}(t_k) + \frac{I^{in}(t_k, \{\theta\}, \alpha^{in})}{\alpha^{in}}$$

$$T^{ex|a}(t_k, \{\theta\}, \alpha^{ex}) = T^{ex|w}(t_k) - \frac{I^{ex}(t_k, \{\theta\}, \alpha^{ex})}{\alpha^{ex}}$$

При истинных значениях теплофизических характеристик слоев объекта измеренные и рассчитанные температурные истории максимально близки. Кривые должны быть близки также на любом интервале температурной истории. За степень близости кривых удобно принять норму квадратичной невязки этих кривых.

При проведении расчетов температурные истории разбиваются на интервалы времени продолжительностью δ . Пусть \check{Y} – число интервалов. Обозначим те значения индекса k , которые соответствуют границам интервалов, $\Xi[j]$, тогда интервал j будет обозначаться

$\check{Y} \prod_{\Xi[j], t_{\Xi[j+1]}}^{\check{Y}}$. Вводятся следующие функционалы:

$$D_j^{in}(\{\theta\}, \alpha^{in}) = \frac{\tau}{\delta} e^{\Xi[j+1]} \left(T^{in|a}(t_k, \alpha^{in}, \{\theta\}) - T^{in|a}(t_k) \right)^2$$

$$D_j^{ex}(\{\theta\}, \alpha^{ex}) = \frac{\tau}{\delta} e^{\Xi[j+1]} \left(T^{ex|a}(t_k, \alpha^{ex}, \{\theta\}) - T^{ex|a}(t_k) \right)^2$$

Функционалы называются функционалами правдоподобия и позволяют определить истинное значение каждого из параметров $\{\theta\}$. При подстановке в них истинных значений параметров $\{\theta\}$ функционалы имеют минимум. Вследствие влияния параметров, не учитываемых при измерениях, минимумы различных функционалов отличаются. Истинные значения параметров следует искать как математическое ожидание всей выборки реализуемых минимумов.

Не для всех параметров $\{\theta\}$ требуется выполнять численный поиск минимума. Для параметров α^{in} и α^{ex} возможно аналитическое решение задачи.

$$\left. \frac{\partial D^{in}(\{\theta\}, \alpha^{in})}{\partial \alpha^{in}} \right|_{min} = 0, \quad \left. \frac{\partial D^{ex}(\{\theta\}, \alpha^{ex})}{\partial \alpha^{ex}} \right|_{min} = 0$$

Процедуры аналитического нахождения значений α^{in} и α^{ex} аналогичны, поэтому ниже приведён алгоритм вычисления α^{in} . После подстановки в функционал правдоподобия преобразуется к виду.

$$D^{in}(\{\theta\}, \alpha^{in}) = S_1 - 2 \frac{S_2(\{\theta\})}{\alpha^{in}} + \frac{S_3(\{\theta\})}{(\alpha^{in})^2}$$

В формуле приняты обозначения -

$$S_1(\{\theta\}) = \frac{\tau}{\delta} \mathbf{e}_k \left(T^{in|a}(t_k, \{\theta\}) - T^{in|w}(t_k) \right)^2$$

$$S_2(\{\theta\}) = \frac{\tau}{\delta} \mathbf{e}_k \left(T^{in|a}(t_k, \{\theta\}) - T^{in|w}(t_k) \right) I^{in}(t_k, \{\theta\})$$

$$S_3(\{\theta\}) = \frac{\tau}{\delta} \mathbf{e}_k \left(I^{in}(t_k, \{\theta\}) \right)^2$$

Вычисление производных даёт следующее выражение для коэффициента теплоотдачи, реализующего минимум:

$$\alpha^{in} = \frac{S_3(\{\theta\})}{S_2(\{\theta\})}$$

В результате функционал правдоподобия сводится к функции, зависящей только от теплофизических характеристик слоев многослойной конструкции. Зависимость от параметров α^{in} и α^{ex} отсутствует.

$$D^{in}(\{\theta\}) = S_1 - \frac{(S_2(\{\theta\}))^2}{S_3(\{\theta\})}$$

Если значение коэффициента теплоотдачи известно, то выражение для функционала правдоподобия определяется формулой, где вместо параметра α^{in} используется известное фиксированное значение. В качестве фиксированных значений могут использоваться рекомендации СНиП [3] или значения, рассчитанные по формулам.

Нахождение минимума функционала сразу по всей совокупности параметров $\{\theta\}$ представляет собой необоснованно сложную задачу из-за чрезмерно высоких вычислительных затрат. Поэтому из всей совокупности параметров выбирается один, который наиболее существенно влияет на теплотехнические характеристики стены. Значения

остальных параметров полагаются равными значениям, заявленным в проекте объекта. Таким наиболее существенным параметром является коэффициент теплопроводности слоя утеплителя. В результате, функционал правдоподобия $D^{in}(\{\theta\})$ или $D^{ex}(\{\theta\})$ становится функцией лишь одной переменной $D^{in}(\lambda)$ или $D^{ex}(\lambda)$. Минимум этой функции находится численно.

Значения коэффициента теплопроводности слоя утеплителя, найденные в результате минимизации функционала правдоподобия, используется для нахождения коэффициентов теплоотдачи поверхностей объекта по формуле . Аналогично рассчитываются функционалы правдоподобия на внешней поверхности объекта.

На различных интервалах температурной истории минимумы могут различаться из-за шума датчиков температуры и влияния различных неучтенных факторов (например, влага, нарушение условий конвективного теплообмена на границах объекта). Вследствие этих же причин на некоторых интервалах минимумы могут вообще отсутствовать. Функционалы правдоподобия, имеющие неудовлетворительные параметры (слишком малую кривизну, физически некорректные значения) не следует принимать в рассмотрения. Назовём остальные функционалы правдоподобия удовлетворительными.

Обозначим значения коэффициента теплопроводности утеплителя, найденные при помощи функционалов правдоподобия $D_j^{in}(\lambda)$, $j = 1 \dots \check{J}$, $\{\lambda_j^{in}\}$. Аналогично обозначим значения коэффициента теплопроводности, найденные при помощи $D_j^{ex}(\lambda)$ $\{\lambda_j^{ex}\}$. Множеству значений $\{\lambda_j^{in}\}$ соответствует множество значений $\{\alpha_j^{in}\}$, а множеству $\{\lambda_j^{ex}\}$ – $\{\alpha_j^{ex}\}$. Обозначим Ξ^{in} множество индексов j , соответствующее удовлетворительным функционалам правдоподобия $D_j^{in}(\lambda)$, аналогичный смысл имеет обозначение Ξ^{ex} .

Не все минимумы равнозначны. Коэффициент теплопроводности удается вычислить более точно, если кривизна минимума максимальна. Действительно, если минимум выражен слабо, то небольшой шум датчиков может сильно сдвинуть положение минимума, даже если его форма визуально изменяется незначительно. Такой эффект может привести и к исчезновению минимума. Поэтому, ярко выраженные минимумы являются более предпочтительными. Кривизна характеризуется значением второй производной в минимуме. Чем больше вторая производная, тем более предпочтительным является минимум.

Для нахождения истинных значений параметров необходимо найти математическое ожидание для выборок соответствующих параметров. Из сказанного выше целесообразно искать математическое ожидание требуемых величин с весами, равными вторым производным минимумов функционалов правдоподобия. Обозначим $\alpha^{\Pi^{in}}$ и $\alpha^{\Pi^{ex}}$ математические ожидания коэффициентов теплоотдачи на поверхностях объекта α^{in} и α^{ex} , а $\hat{\lambda}$ – математическое ожидание коэффициента теплопроводности исследуемого слоя λ . Обозначим математическое ожидание сопротивления теплопередаче в реперной зоне \hat{R}^{loc} .

Запись $R^{loc}(\lambda_j^{in}, \alpha^{\Pi^{in}}, \alpha^{\Pi^{ex}})$ подразумевает, что локальное значение сопротивления теплопередаче в данной реперной зоне вычисляется по формуле с использованием проектных значений теплотехнических и геометрических параметров стены (кроме коэффициента теплопроводности исследуемого слоя), вычисленного значения коэффициента теплопроводности исследуемого слоя и вычисленных математических ожиданий коэффициентов теплоотдачи. Введённые математические ожидания вычисляются по формулам -, используемые в этих формулах весовые значения – по формуле .

$$\alpha^{in} = \frac{e}{j0 \Xi^{in}} \frac{k_j^{in} \alpha_j^{in}}{k_j^{in}}, \quad \alpha^{ex} = \frac{e}{j0 \Xi^{ex}} \frac{k_j^{ex} \alpha_j^{ex}}{k_j^{ex}}, \quad \lambda = \frac{e}{j0 \Xi^{in}} \frac{k_j^{in} \lambda_j^{in} + e}{j0 \Xi^{ex}} \frac{k_j^{ex} \lambda_j^{ex}}{k_j^{ex} + e}$$

$$\dot{R}^{loc} = \frac{e}{j0 \Xi^{in}} \frac{k_j^{in} R^{loc}(\lambda_j^{in}, a^{in}, a^{ex}) + e}{j0 \Xi^{ex}} \frac{k_j^{ex} R^{loc}(\lambda_j^{ex}, a^{in}, a^{ex})}{k_j^{ex} + e}$$

$$k_j^{ex} = \left. \frac{\partial D_j^{ex}(\lambda)}{\partial \lambda} \right|_{\lambda = \lambda_j^{ex}}, \quad k_j^{in} = \left. \frac{\partial D_j^{in}(\lambda)}{\partial \lambda} \right|_{\lambda = \lambda_j^{in}}$$

По очевидным формулам - вычисляется дисперсия найденных параметров.

$$\sigma_{\alpha^{in}} = \sqrt{\frac{e}{j0 \Xi^{in}} \frac{k_j^{in} (\alpha_j^{in} - a^{in})^2}{k_j^{in}}}, \quad \sigma_{\alpha^{ex}} = \sqrt{\frac{e}{j0 \Xi^{ex}} \frac{k_j^{ex} (\alpha_j^{ex} - a^{ex})^2}{k_j^{ex}}}$$

$$\sigma_{\lambda} = \sqrt{\frac{e}{j0 \Xi^{in}} \frac{k_j^{in} (\lambda_j^{in} - \lambda^{in})^2 + e}{j0 \Xi^{ex}} \frac{k_j^{ex} (\lambda_j^{ex} - \lambda^{ex})^2}{k_j^{ex} + e}}$$

$$\sigma_{R^{loc}} = \sqrt{\frac{e}{j0 \Xi^{in}} \frac{k_j^{in} (R^{loc}(\lambda_j^{in}, a^{in}, a^{ex}) - \dot{R}^{loc})^2 + e}{j0 \Xi^{ex}} \frac{k_j^{ex} (R^{loc}(\lambda_j^{ex}, a^{in}, a^{ex}) - \dot{R}^{loc})^2}{k_j^{ex} + e}}$$

Если на одной из поверхностей функционал правдоподобия не имел удовлетворительных параметров ни на одном из участков, значение коэффициента теплоотдачи на этой поверхности следует считать равным значению, стандартному для данного типа поверхности и вычисляемому формулам [12].

В формулах - используются табличные значения коэффициента теплопроводности λ_a , коэффициента кинематической вязкости ν_a и числа Прандтля Pr для воздуха; ν – скорость воздуха, L – ширина стены, H – высота стены (внутри комнаты), ε – степень черноты поверхности стены, T_w , T_a – средние за период измерений температуры воздуха и поверхности стены.

$$\alpha^{ex} = 0,037 \frac{\lambda_a}{L} \frac{\nu L}{\nu_a} \frac{1}{\text{Pr}^{0,43}} + 5,67\varepsilon \frac{\frac{3}{100} \frac{T_w + 273}{\text{Ш}}^4 - \frac{3}{100} \frac{T_a + 273}{\text{Ш}}^4}{T_w - T_a}$$

$$\alpha^{in} = 0,73 \frac{\lambda_a}{H} \frac{\nu_a}{\nu} \frac{9,81 H^3 (T_w - T_a) \text{Pr}^{0,25}}{273 \nu_a^2} + 5,67\varepsilon \frac{\frac{3}{100} \frac{T_w + 273}{\text{Ш}}^4 - \frac{3}{100} \frac{T_a + 273}{\text{Ш}}^4}{T_w - T_a}$$

Использование решения обратной задачи

Выяснение действительных значений локального сопротивления теплопередаче ограждающей конструкции в одной или нескольких её точках открывает возможности для вычисления приведенного сопротивления теплопередаче этой конструкции. Вычисление R^{av} возможно при наличии дополнительных экспериментальных данных.

Практика проведения ТНК строительных сооружений показывает, что для этого достаточно термограммы ограждающей конструкции, данных для калибровки термограммы и температур внешнего и внутреннего воздуха вблизи реперной точки и внешней поверхности реперной точки на момент проведения тепловизионного обследования.

Ограничения метода

При обработке температурной истории реперной зоны выбранный математический аппарат использует некоторые приближения.

Во-первых, в процессе ТНК объекта внутри ограждающих конструкций, реализуется одномерный процесс теплопередачи. Выполнение этого допущения достигается выбором реперной точки в зоне однородного распределения температурного поля на поверхности наружных ограждающих конструкций.

В момент начала измерений внутри ограждающих конструкций реализуется стационарный процесс теплопередачи. Это условие выполняется выбором продолжительности температурной истории. Если её продолжительность превышает несколько суток, отличие начального распределения температуры от стационарного практически не сказывается на положении минимумов функционала правдоподобия.

Наконец, требуется, чтобы на поверхностях объекта реализовывался конвективный процесс теплоотдачи. Процесс теплообмена на поверхностях (особенно внешней поверхности) не всегда может рассматриваться как конвективный. Особенно ярко это проявляется при наличии внешних источников тепла, таких как солнце. На этих участках температурной истории процесс теплообмена не описывается используемой в программе физико-математической моделью, их следует исключить из вычислений.

Технические и программные средства, необходимые для применения метода

Техническое решение, позволяющее экспериментально определить приведенное сопротивление теплопередаче, включает в себя экспериментальную стадию и стадию обработки полученных на экспериментальной стадии данных. Во время экспериментальной стадии на обследуемом объекте проводятся измерения. Результаты этих измерений обрабатываются разработанным аппаратно-программным комплексом. Относительная погрешность определения приведенного сопротивления теплопередаче наружных ограждающих конструкций строительных сооружений в реальных условиях их эксплуатации по описанному методу имеет величину не более 15 %.

В рамках описанного метода расчета приведенного сопротивления теплопередаче многослойной ограждающей конструкции в реальных условиях эксплуатации зданий методом решения обратной задачи теплопроводности, использующей «функционал правдоподобия» на основе конечно-разностной схемы, разработано специализированное программное обеспечение, реализующее описанные выше математические алгоритмы и графический интерфейс пользователя. Для работы программного обеспечения требуется современный персональный компьютер платформы Intel x86.

Аппаратные средства, необходимые для применения методики, включают датчики температуры и тепловизоры, прошедшие государственную аттестацию и обладающие удовлетворительными точностными характеристиками.

Технико-экономические показатели метода

В настоящее время, теплотехнические показатели строительных конструкций определяют по ГОСТ [13]. Метод основан на прямых измерениях температур воздуха внутри помещения и снаружи вблизи испытуемой ограждающей конструкции и определении средней величины теплового потока, протекающего через участок стены, ограниченный измерительным прибором. Метод применим при лабораторных исследованиях, однако, имеет ограниченное применение в натуральных условиях эксплуатации зданий, так как может быть использован при минимальных размерах исследуемых фрагментов 2,0 м × 2,0 м. Эта величина складывается из размеров используемого оборудования с добавлением свободной зоны от края испытательного прибора до края исследуемого фрагмента. Согласно требованиям ГОСТ [13] один из линейных размеров обследуемого объекта должен быть больше 0,75 м. При размерах прибора 0,5 м × 0,5 м и ширине свободной зоны, равной тройной толщине ограждающей конструкции, например, для серии КОПЭ – 0,25 м × 3 м, минимальный размер исследуемого фрагмента должен быть 2,0 м × 2,0 м.

На практике обеспечить выполнение этого условия можно только для торцевых стен. Если учесть, что подавляющее большинство современных ограждающих конструкций имеет толщину от 0,35 м до 0,7 м, возможность использования [13] для определения фактического значения приведенного сопротивления теплопередаче ограждающих конструкций ограничена. Используемый одновременно с [13] ГОСТ [14] имеет более широкую область применения по размерам и типам ограждающих конструкций, однако, погрешность определения сопротивления теплопередаче в иных случаях достигает 300 % [15].

Определение энергосберегающих характеристик и тепловых потерь через ограждающие конструкции зданий с высокой эффективностью может производиться на основе анализа их температурных полей комплексным тепловизионным методом. Это обусловлено тем, что при эксплуатации здания в период отопительного сезона существует температурный напор между внутренним и наружным воздухом, поэтому наличие различных дефектов, повреждений, конструктивных элементов, имеющих отличное от основного материала сопротивление теплопередаче, будут регистрироваться как зоны с аномальными температурами, анализ которых позволяет идентифицировать их по признакам дефект-качество. Определение количественных значений теплотехнических характеристик ограждающих конструкций в реальных условиях их эксплуатации требует проведения измерения температур контактными приборами в течение определенного периода времени, последующем анализе контактных и бесконтактных измерений с использованием физико-математических моделей процесса теплопередачи через контролируемую конструкцию.

В Москве проведение тепловизионных обследований с определением фактических значений приведенного сопротивления теплопередаче наружных ограждающих конструкций согласно МГСН [5] «Энергосбережение в зданиях. Нормативы по теплозащите и тепловодоз электроснабжению» являются обязательными, что повлияло на повышение качества строительных объектов. Например, качество строительства объектов, сданных в эксплуатацию в 2003 году, улучшилось на 50 % по сравнению с 2000 годом [16].

Для определения фактического состояния характеристик строительных объектов Технологическим институтом «ВЕМО» разработана и внедрена в практику технология комплексного теплового (тепловизионного) обследования зданий и строительных сооружений в реальных условиях их эксплуатации (в летний и зимний периоды) с определением их теплотехнических характеристик.

Технология определения приведенного сопротивления теплопередаче наружных ограждающих конструкций строительных сооружений в реальных условиях их эксплуатации состоит из:

1. Рекомендации по комплектации аппаратной части аппаратно-программного комплекса, реализующего методику
2. Рекомендаций по установке измерительной аппаратуры
3. Методики измерения температурной истории обследуемого объекта

4. Методики проведения тепловизионного обследования
5. Методики обработки результатов измерений
6. Комплекса аппаратно-программных средств

Технология позволяет определять величину приведенного сопротивления с погрешностью не более 15 %. В её основе лежит решение обратной задачи ТНК в многослойной пространственной области с подобластями, имитирующими дефекты, в условиях нестационарного процесса теплопередачи. Решение обратной задачи основано на сравнении расчетных и экспериментальных данных. Вычисленные значения теплотехнических параметров ограждающей конструкции соответствуют минимальному расхождению экспериментальных и расчётных данных.

Разработанный метод обладает существенным экономическим и техническим эффектом. Ниже перечисленные свойства отличают метод от имеющихся аналогов:

1. Метод позволяет оперативно определять теплотехнические характеристики строительных конструкций;
2. Метод даёт возможность проведения обследования без изменения режима эксплуатации строительной конструкции;
3. Допускается возможность проведения энергетических обследований ограждающих конструкций зданий независимо от отопительного сезона, для проведения энергетических обследований в летний период разработана специальная модификация методики [17];
4. При реализации метода используются современные математические методы обработки данных, позволяющие сократить время проведения обследования с 14 рабочих дней (требуемых согласно ГОСТ [13]) до 5 рабочих дней.

Достоверность и надежность эксплуатации методик подтверждена 4-х летним опытом работы при обследовании более 300 строительных объектов. Разработанные математические методы и требования к аппаратному обеспечению реализованы в виде методик и аппаратно-программных комплексов, использующих стандартные измерительные и вычислительные средства. Созданные методики обеспечивают определение показателей назначения с погрешностью не более 15 %, имеют соответствующие сертификаты Госстандарта РФ и признаны Госэнергонадзором РФ и Минэнерго РФ как базовые для определения качества строительства и эффективности энергосбережения строительных конструкций.

Литература

- 1 Дмитриев А.Н. Управление энергосберегающими инновациями в строительстве зданий: Учебное пособие.- М.: АСВ 2000. – 320 с.
2. Указ Президента РФ от 28 апреля 1997 г. № 425 «О реформе жилищно-коммунального хозяйства в Российской Федерации»
3. СНИП 23-02-03 “Тепловая защита зданий”. Строительная теплотехника/Госстрой России.-М.: ГУП ЦПП, 2003. – С.20.
4. ГОСТ Р 51387. Энергосбережение. Нормативно-методическое обеспечение. Основные положения. Принят и введен в действие Постановлением Госстандарта России от 30 ноября 1999 г., № 485 ст.
5. Московские городские строительные нормы 2.01-99 «Энергосбережение в зданиях. Нормативы по теплозащите и тепловодоэлектроснабжению», Москва, 1999.
6. Протокол совместного заседания Совета Безопасности Российской Федерации и президиума Государственного совета Российской Федерации от 24 февраля 2004 года №1.- Москва, Кремль.- 2004.-7с.
7. Указ президента Российской Федерации №1154 “О присуждении Государственных премий Российской Федерации 2003 года в области науки и техники”.- Москва, Кремль.- 9 сентября 2004.-14с.
8. Постановление правительства Москвы № 912-ПП «О городской программе по энергосбережению на 2001-2003 годы в г. Москве».-09 октября 2001.-35с.
9. Решение принято в протоколе №5-2002 заседания пленума от 23 июля 2002 г. «Об утверждении методики диагностики и энергетических обследований наружных ограждающих конструкций строительных сооружений тепловизионным бесконтактным методом»
10. Будадин О. Н., Абрамова Е. В., Слитков М. Н. Методика диагностики и энергетических обследований наружных ограждающих конструкций строительных сооружений тепловизионным бесконтактным методом. Свидетельство об аттестации Госстандарта России № 09/442-2001 от 09.07.2001 г., 41 с.
11. O. Lebedev, D. Kirzhanov, V. Avramenko and O. Budadin, THERMAL NONDESTRUCTIVE TESTING OF BUILDINGS IN PRACTICE // Proceedings of 16th WCNDT – 2004, № 609, 1-8.
- 12 Исаченко В.П., Осипова В.А., Сукомел А.С. Теплопередача. Изд. 2-е.- М.: Энергия, 1969.- 440 с.
13. ГОСТ 31166-2003 «Конструкции ограждающие зданий и сооружений. Метод калориметрического определения коэффициента теплопередачи» Стандарт введен в действие с 01 июля 2003 г.
14. ГОСТ 26254-84 «Здания и сооружения. Методы определения сопротивления теплопередаче ограждающих конструкций»
- 15 Разработка теплового метода промышленного контроля зданий и строительных сооружений/ О.Н. Будадин, Е.В. Абрамова, Т.Е. Троицкий-Марков, О.В. Лебедев [электронный ресурс]//XVI конференция Неразрушающий контроль и диагностика.- Сборник статей по материалам XVI конференции “Неразрушающий контроль и диагностика”.-СПб, 2002.- 4-3-06.
- 16 Практическая реализация теплового неразрушающего контроля зданий и строительных сооружений/О.Н. Будадин, О.В. Лебедев, Е.В. Абрамова, В.Г. Авраменко, Т.Е. Троицкий–Марков//Сб. докл. 4^{го} Всероссийского с Международным участием научно-практического семинара.-СПб,2004.-С.106-107.
17. Будадин О. Н., Абрамова Е. В., Круторогов О. С. и др. Методика диагностики и энергетических обследований наружных ограждающих конструкций строительных сооружений тепловизионным бесконтактным методом (летний вариант). Свидетельство об аттестации Госстандарта России № 02/442-2002 от 09.08.2002 г., 41 с.