

Тепловая дефектометрия многослойных изделий на основе решения обратных задач нестационарной теплопроводности

О.В. Лебедев, О.Н. Будадин, Д.В. Киржанов, В.Г. Авраменко
Технологический институт энергетических исследований, диагностики
и неразрушающего контроля «ВЕМО», Россия, 113162, Москва, Люсиновская ул., д. 62
Институт Машиноведения им. А.А. Благонравова РАН
Россия, Малый Харитоньевский пер., д. 4.

Введение

Тепловой метод [1], основанный на анализе температурных полей контролируемых объектов, является одним из наиболее развивающихся методов неразрушающего контроля, из-за своих несомненных технических преимуществ. Развитие этого метода привели к созданию метода тепловой дефектометрии [2], основанного на решении обратной задачи нестационарной теплопроводности [3, 4, 5, 6].

Данный метод реализован в технологиях, которые с успехом применяются в ряде отраслей промышленности [7]. Необходимость и актуальность данного метода подтверждена нормативными документами, например [8, 9]. В частности, в настоящее время много внимания уделяется решению проблем строительства и реконструкции зданий с целью обеспечения комфортного пребывания в них людей при эффективном использовании энергоносителей, где с успехом может применяться данный метод. Рассматриваемый метод определения приведенного сопротивления теплопередаче разработан в Технологическом институте ВЕМО [10, 11]. Метод успешно апробирован на крупнейших конференциях, посвящённых методам неразрушающего контроля, включая международные конференции [2].

Целью работы является создание метода, предназначенного для определения теплотехнических характеристик строительных сооружений с оценкой энергоэффективности ограждающих конструкций по результатам теплового неразрушающего контроля (ТНК). Созданный метод носит название «метод расчета приведенного сопротивления теплопередаче многослойной ограждающей конструкции в реальных условиях эксплуатации многослойных конструкций методом решения обратной задачи теплопроводности, использующий функционал правдоподобия на основе конечно-разностной схемы» или сокращенно метод «функционала правдоподобия на основе конечно-разностной схемы».

Описание метода

Метод «функционала правдоподобия» на основе конечно-разностной схемы предназначен для определения теплотехнических характеристик многослойных конструкций, в частности, строительных сооружений с оценкой энергоэффективности ограждающих конструкций по результатам ТНК. Решение обратной задачи нестационарной теплопроводности в многослойном объекте состоит в определении величин теплофизических характеристик слоев этого объекта по заданным временным зависимостям температур сред вблизи поверхностей объекта и температур самих поверхностей. В основе решения обратной задачи лежит многократное использование решений прямой задачи нестационарной теплопроводности.

Разработанный метод осуществляет обработку экспериментальных данных, полученных в ходе тепловых методов обследования, и реализует математические алгоритмы ТНК. Анализ возможностей метода ТНК показал, что он с успехом может применяться не только для качественного анализа температурных полей, но и для количественного определения теплотехнических характеристик ограждающих конструкций при

использовании специальных расчетных моделей, а именно, значения сопротивления теплопередаче в реперных точках и приведенного сопротивления теплопередаче. Метод позволяет осуществлять высокопроизводительную бесконтактную диагностику с применением компьютерной техники для обработки результатов.

Решение прямой задачи нестационарной теплопроводности

Решается одномерная прямая задача нестационарной теплопроводности. Приведённые ниже выкладки применимы как для описания многослойных, так и однослойных объектов, поэтому, в дальнейшем будут рассматриваться многослойные объекты. Рассмотрим многослойный объект, изображённый на рисунке 1. Ориентируем ось z перпендикулярно границам между слоями объекта (а для однослойного объекта – его поверхности), а оси x и y – параллельно ей. Поместим точку отсчёта $(0,0,0)$ на одну из поверхностей многослойной конструкции. Далее мы будем называть эту поверхность внутренней. Направим ось z к противоположной стороне конструкции, которую будем называть внешней. Будем обозначать величины, относящиеся к внутренней стороне конструкции, индексом in , а к внешней – индексом ex .

Оценки показывают, что для справедливости одномерного приближения необходимо, чтобы характерный масштаб объекта в плоскости (x,y) значительно (более чем в 10 раз) превышал характерный масштаб объекта вдоль оси z . Температуры поверхностей объекта меняются со временем заданным образом. По известным температурным историям на границах объекта зависимости от времени тепловых потоков, проходящих через поверхности объекта.

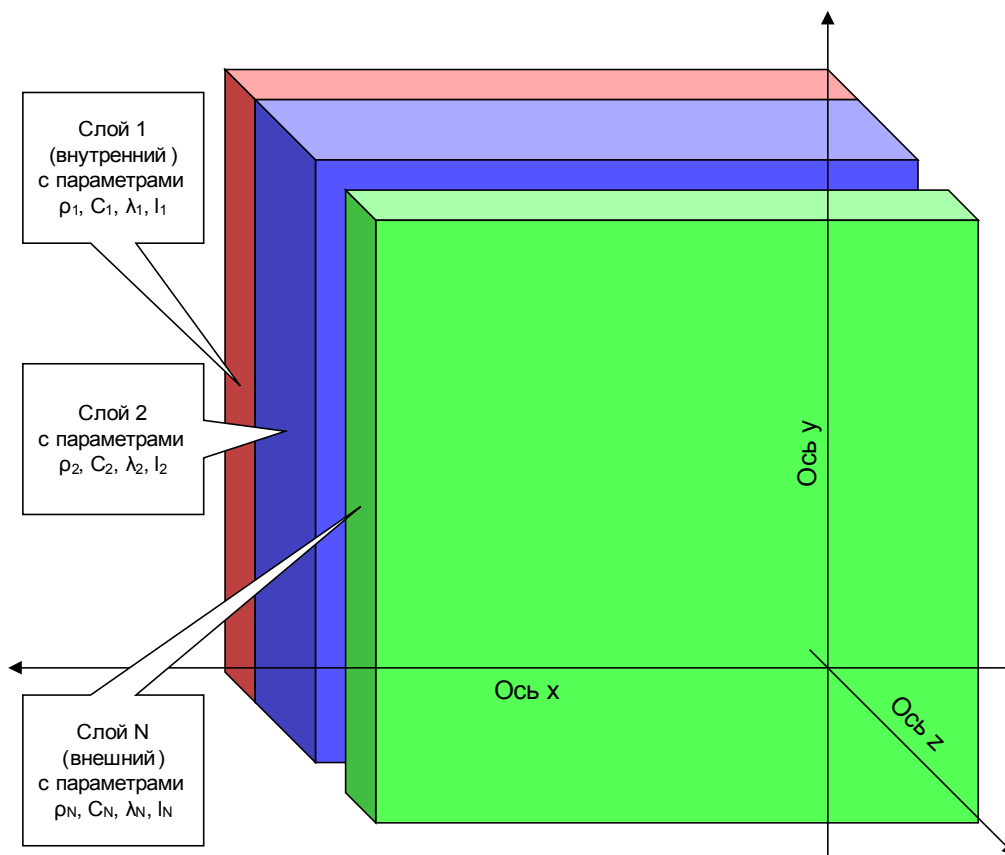


Рисунок 1. Многослойный объект, в котором решение одномерной задачи теплопроводности считается справедливым.

Обозначим $T(z, t)$ зависимость температуры от координаты z и времени t . Уравнение теплопроводности имеет вид . Значения $C(z)$, $\rho(z)$ и $\lambda(z)$ представляют собой значения теплофизических характеристик: удельной теплоемкости, плотности и коэффициента теплопроводности материалов слоев. Они считаются постоянными внутри каждого из слоёв и независимыми от температуры, а, следовательно, задаются кусочно-постоянными функциями координаты z . Ниже мы будем обозначать значения этих функций на соответствующих участках C_n , ρ_n и λ_n .

$$C(z) \rho(z) \frac{\partial T(z, t)}{\partial t} = \lambda(z) \frac{\partial^2 T(z, t)}{\partial z^2}$$

Уравнение используется с граничными условиями первого рода на поверхностях стены . Если число слоёв больше 1, на границах слоев структуры используются стандартные в теплофизике условия непрерывности значений температуры и теплового потока на границе слоев -. В уравнениях - приняты обозначения $z_{n'} = \sum_{n=1}^{n'} l_n$, l_n – толщина слоя n , $n' = 1 \dots (n - 1)$.

$$T(0, t) \in T^{in}(t), \quad T(L, t) \in T^{ex}(t), \quad L \in \sum_{n=1}^N l_n$$

$$T(z_{n'} - 0, t) = T(z_{n'} + 0, t)$$

$$\left. \lambda(z) \frac{\partial T(z, t)}{\partial z} \right|_{z_{n'} - 0} = \left. \lambda(z) \frac{\partial T(z, t)}{\partial z} \right|_{z_{n'} + 0}$$

Для решения задачи теплопроводности задается начальное распределение температуры внутри слоев структуры. Задание распределения температуры в начальный момент времени соответствует стационарному температурному режиму с температурами на внутренней и внешней границах объекта $T^{in|w}(0)$ и $T^{ex|w}(0)$.

Пусть рассматриваемый объект содержит N слоев, теплофизические параметры которых (коэффициент теплопроводности λ_n , плотность ρ_n , удельная теплоемкость C_n и толщина l_n) известны. Одна из поверхностей объекта считается внутренней, другая – внешней. Нумерация слоев производится, начиная с внутренней поверхности. Известными являются температурные истории на поверхностях объекта, то есть последовательности значений температур $T^{in, ex|w}(\vartheta_\zeta)$ в моменты времени ϑ_ζ (всего Z значений).

Для решения задачи теплопроводности внутри многослойного объекта используется распространенная разновидность сеточных методов решения дифференциальных уравнений в частных производных, а именно схема Кранка–Николсона второго порядка точности с постоянным шагом сетки. Обозначим шаг интегрирования по координате ξ , а по времени – τ .

Для решения прямой задачи совершается переход от временной сетки задания температурной истории ϑ_ζ , $\zeta = 1 \dots Z$, к временной сетке t_k , $k = 1 \dots K$, $K = \text{round} \left(\frac{B}{\tau} \right) + 1$, где B – продолжительность температурной истории. Функция $\text{round}(\dots)$ выделяет целую часть своего аргумента. Для получения значений температур в моменты времени t_k применяется процедура кубической сплайн-интерполяции.

Также, для решения прямой задачи используется временная сетка, задаваемая следующим образом. Каждый слой n разбивается на $round \frac{J l_n \Delta t}{3 \xi \Delta x}$ участков. После этого

значения толщин слоев считаются равными $round \frac{J l_n \Delta t \xi}{3 \xi \Delta x}$. Пространственная сетка

привязывается к границам этих интервалов и узлы сетки нумеруются, начиная с внутренней поверхности объекта. Номера узлов, соответствующих границам слоев, обозначаются как

$$m[n], m[n] = round \frac{J l_n \Delta t}{3 \xi \Delta x} + m[n-1], m[1] = round \frac{J l_1 \Delta t}{3 \xi \Delta x} + 1.$$

На первом этапе вычисляется распределение температуры в объекте в начальный момент времени. Считается, что это распределение соответствует стационарному распределению с тепловым потоком, равным . Смысл этого приближения будет пояснен ниже.

$$I_0 = \frac{T_1^{in|w} - T_1^{ex|w}}{R_{loc}}$$

Обозначим $T_{i,j}$ температуру в момент времени i в узле j слоя n пространственной сетки. В начальный момент времени температура в граничных точках $m[n]$, $n = 1 \dots (N-1)$ равна

$$T_{1,m[n]} = T_1^{in|w} + I_0 \frac{1}{\alpha} + \sum_{i=1}^{n-1} \frac{l_i \Delta t}{\lambda_i \Delta x}$$

Температура в остальных точках i каждого из слоев n определяется по линейному закону .

$$T_{1,i} = T_{1,m[n]} + \frac{i - m[n]}{m[n+1] - m[n]} (T_{1,m[n+1]} - T_{1,m[n]}), \quad i = 1 \dots m[n]$$

На первом шаге интегрирования используется неявная схема первого порядка точности по времени. Уравнению соответствует разностная схема .

$$C_n \rho_n \frac{T_{2,j} - T_{1,j}}{\tau} = \frac{\lambda_n}{2 \xi^2} (T_{2,j-1} + T_{2,j+1} - 2T_{2,j} + T_{1,j-1} + T_{1,j+1} - 2T_{1,j})$$

Уравнение используется вместе с граничными условиями на поверхности объекта и границах слоев .

$$\alpha^{in} \left(T_2^{in|w} - T_{2,1} \right) = \lambda_1 \frac{T_{2,1} - T_{2,2}}{\xi}, \quad \alpha^{ex} \left(T_2^{ex|w} - T_{2,m[N]} \right) = \lambda_N \frac{T_{2,m[N]} - T_{2,m[N]-1}}{\xi}$$

$$\frac{\lambda_n}{\xi} \left(T_{2,m[n+1]} - T_{2,m[n+1]-1} \right) = \frac{\lambda_{n+1}}{\xi} \left(T_{2,m[n+1]+1} - T_{2,m[n+1]} \right)$$

С целью универсализации алгоритма для вычисления величин тепловых потоков используются граничные условия третьего рода, для перехода от которых к граничным условиям первого рода , значения коэффициентов теплоотдачи в формулах устремляются к бесконечности. Для практических расчетов следует использовать значения коэффициентов теплоотдачи порядка 50000 Вт/кв. м °С. Представленная система уравнений сводится к матричному уравнению , матрицы A и F которой определяются по формулам -.

$$A_{n,m} T_{2,m} = F_n$$

$$A_{1,1} = 1 + \frac{\alpha^{in\xi}}{\lambda_1}, \quad A_{1,2} = -1, \quad A_{m[N],m[N]-1} = -1, \quad A_{m[N],m[N]} = 1 + \frac{\alpha^{ex\xi}}{\lambda_N}$$

$$A_{m[n],m[n]} = 1, \quad A_{m[n],m[n]-1} = -\frac{\lambda_{n-1}}{\lambda_{n-1} + \lambda_n}, \quad A_{m[n],m[n]+1} = -\frac{\lambda_n}{\lambda_{n-1} + \lambda_n}, \quad n = 2 \dots (N-1)$$

$$A_{n,n-1} = 1, \quad A_{n,n} = -2 \frac{\text{ж}}{\text{и}} \frac{1}{3} + \frac{C_n \rho_n \xi^2}{\lambda_n \tau} \frac{\text{ц}}{\text{ш}}, \quad A_{n,n+1} = 1, \quad n \notin m_k$$

$$F_1 = \frac{\alpha^{in\xi}}{\lambda_1} \mathbf{I}_2^{in|w}, \quad F_{m[N]} = \frac{\alpha^{ex\xi}}{\lambda_N} \mathbf{I}_2^{ex|w}, \quad F_{m[n]} = 0$$

$$F_n = T_{1,n-1} + T_{1,n+1} - 2T_{1,n} \frac{\text{ж}}{\text{и}} \frac{1}{3} + \frac{C_n \rho_n \xi^2}{\lambda_n \tau} \frac{\text{ц}}{\text{ш}}, \quad n \notin m_k$$

Уравнение решается методом обратной прогонки. Для решения вводятся вспомогательные вектора и .

$$a_n = -\frac{1}{A_{n,n+1}} \frac{\text{ж}}{\text{и}} A_{n,n} + \frac{A_{n,n-1}}{a_{n-1}} \frac{\text{ц}}{\text{ш}}, \quad a_1 = -\frac{A_{1,1}}{A_{1,2}}$$

$$b_n = \frac{1}{A_{n,n+1}} \frac{\text{ж}}{\text{и}} F_n + \frac{A_{n,n-1} b_{n-1}}{a_{n-1}} \frac{\text{ц}}{\text{ш}}, \quad b_1 = \frac{F_1}{A_{1,2}}$$

При этом решение определяется соотношением

$$T_{2,n} = \frac{T_{2,n+1}}{a_n} - \frac{b_n}{a_n}, \quad T_{2,m[N]} = F_{m[N]} a_{m[N]-1} + \frac{b_{m[N]-1} A_{m[N],m[N]-1}}{A_{m[N],m[N]} a_{m[N]-1} + A_{m[N],m[N]-1}}$$

Значение температуры в остальные $(K-2)$ моменты времени рассчитывается с помощью неявной численной схемы второго порядка точности по времени. Вместо формулы в ней используется разностное соотношение .

$$C_n \rho_n \frac{T_{k,j} - T_{k-2,j}}{2\tau} = \frac{\lambda_n}{2\xi} \frac{\text{ж}}{\text{и}} \frac{1}{2} T_{k,j-1} + T_{k,j+1} - 2T_{k,j} + T_{k-1,j-1} + T_{k-1,j+1} - 2T_{k-1,j} \frac{\text{ц}}{\text{ш}}$$

Уравнение используется с граничными условиями на поверхности объекта и граничными условиями на границах слоёв .

$$\alpha^{in} \left(\mathbf{I}_k^{in|w} - T_{k,1} \right) = \lambda_1 \frac{T_{k,1} - T_{k,2}}{\xi}, \quad \alpha^{ex} \left(\mathbf{I}_k^{ex|w} - T_{k,m[N]} \right) = \lambda_N \frac{T_{k,m[N]} - T_{k,m[N]-1}}{\xi}$$

$$\frac{\lambda_n}{\xi} \left(T_{k,m[n+1]} - T_{k,m[n+1]-1} \right) = \frac{\lambda_{n+1}}{\xi} \left(T_{k,m[n+1]+1} - T_{k,m[n+1]} \right)$$

Система уравнений - сводится к матричному уравнению .

$$A_{n,m} T_{k,m} = F_n$$

Компоненты A_{nm} и F_n определяются из уравнений -.

$$A_{1,1} = 1 + \frac{\alpha^{in\xi}}{\lambda_1}, \quad A_{1,2} = -1, \quad A_{m[N],m[N]-1} = -1, \quad A_{m[N],m[N]} = 1 + \frac{\alpha^{ex\xi}}{\lambda_N}$$

$$A_{m[n],m[n]} = 1, \quad A_{m[n],m[n]-1} = -\frac{\lambda_{n-1}}{\lambda_{n-1} + \lambda_n}, \quad A_{m[n],m[n]+1} = -\frac{\lambda_n}{\lambda_{n-1} + \lambda_n}, \quad n = 2 \dots (N-1)$$

$$A_{n,n-1} = 1, \quad A_{n,n} = -\frac{\alpha}{3} \left(2 + \frac{C_n \rho_n \xi^2}{\lambda_n \tau} \right), \quad A_{n,n+1} = 1, \quad n \notin m_k$$

$$F_1 = \frac{\alpha}{\lambda_1} \frac{in\xi}{\xi} T_k^{in|w}, \quad F_{m[N]} = \frac{\alpha}{\lambda_N} \frac{ex\xi}{\xi} T_k^{ex|w}, \quad F_{m[n]} = 0$$

$$F_n = T_{k-1,n-1} + T_{k-1,n+1} - 2T_{k-1,n} - \frac{C_n \rho_n \xi^2}{\lambda_n \tau} T_{k-2,n}, \quad n \notin m_r$$

Уравнение также решается методом обратной прогонки. Значения тепловых потоков через поверхности объекта вычисляются по формулам .

$$I_k^{in} = \lambda_1 \frac{T_{k,1} - T_{k,2}}{\xi}, \quad I_k^{ex} = \lambda_N \frac{T_{k,m[N]-1} - T_{k,m[N]}}{\xi}$$

Для уменьшения влияния шумов входных данных, а, именно, температурных историй рассчитанные значения тепловых потоков подвергаются процедуре усреднения. Для некоторого вектора $F(t_q)$ с числом элементов Q процедура усреднения с индексом усреднения Q_{av} , $Q_{av} < \frac{Q}{2}$ описывается формулой . Результатом процедуры усреднения является вектор $\bar{F}(t_q)$.

$$\bar{F}(t_q) = \begin{cases} \frac{1}{Q_{av} + q + 1} \prod_{i=1}^{q+Q_{av}} e^{F(t_i)}, & 1 \leq q < Q_{av} \\ \frac{1}{2Q_{av} + 1} \prod_{i=q-Q_{av}}^{q+Q_{av}} e^{F(t_i)}, & Q_{av} \leq q \leq (Q - Q_{av}) \\ \frac{1}{Q_{av} + Q - q + 1} \prod_{i=q-Q_{av}}^Q e^{F(t_i)}, & (Q - Q_{av}) < q \leq Q \end{cases},$$

Решение обратной задачи нестационарной теплопроводности

Для решения обратной задачи нестационарной теплопроводности в исследуемом объекте используются измеренные температурные истории – температуры наружного воздуха $T^{ex|a}(\vartheta_\zeta)$, наружной поверхности $T^{ex|w}(\vartheta_\zeta)$, внутренней поверхности $T^{in|w}(\vartheta_\zeta)$ и внутреннего воздуха $T^{in|a}(\vartheta_\zeta)$, $\zeta = 1 \dots Z$. Экспериментальные данные подвергаются процедуре усреднения по правилу . Как и в случае тепловых потоков, сглаживание производится с целью уменьшения влияния шумов входных данных. После усреднения осуществляется переход с временной сетки ϑ_ζ , $\zeta = 1 \dots Z$ на временную сетку t_k , $k = 1 \dots K$ при помощи кубической сплайн-интерполяции.

Зададим набор теплофизических параметров слоев объекта $\{\theta\}$ и вычислим плотности тепловых потоков через внешнюю $I^{ex}(t_k, \{\theta\})$ и внутреннюю $I^{in}(t_k, \{\theta\})$

поверхности по формулам . Вычислим температурные истории внутреннего $T^{in|a}(t_k, \{\theta\})$ и внешнего $T^{ex|a}(t_k, \{\theta\})$ воздуха по соотношениям -.

$$T^{in|a}(t_k, \{\theta\}, \alpha^{in}) = T^{in|w}(t_k) + \frac{I^{in}(t_k, \{\theta\}, \alpha^{in})}{\alpha^{in}}$$

$$T^{ex|a}(t_k, \{\theta\}, \alpha^{ex}) = T^{ex|w}(t_k) - \frac{I^{ex}(t_k, \{\theta\}, \alpha^{ex})}{\alpha^{ex}}$$

При истинных значениях теплофизических характеристик слоев объекта измеренные и рассчитанные температурные истории максимально близки. Кривые должны быть близки также на любом интервале температурной истории. За степень близости кривых удобно принять норму квадратичной невязки этих кривых.

При проведении расчетов температурные истории разбиваются на интервалы времени продолжительностью δ . Пусть \check{Y} - число интервалов. Обозначим те значения индекса k , которые соответствуют границам интервалов, $\Xi [j]$, тогда интервал j будет обозначаться

$\check{Y} \prod_{\Xi [j], t_{\Xi [j+1]}}^{\check{Y}}$. Вводятся следующие функционалы:

$$D_j^{in}(\{\theta\}, \alpha^{in}) = \frac{\tau}{\delta} \mathbf{e}_{k=\Xi [j]}^{\Xi [j+1]} \left(T^{in|a}(t_k, \alpha^{in}, \{\theta\}) - T^{in|a}(t_k) \right)^2$$

$$D_j^{ex}(\{\theta\}, \alpha^{ex}) = \frac{\tau}{\delta} \mathbf{e}_{k=\Xi [j]}^{\Xi [j+1]} \left(T^{ex|a}(t_k, \alpha^{ex}, \{\theta\}) - T^{ex|a}(t_k) \right)^2$$

Функционалы называются функционалами правдоподобия и позволяют определить истинное значение каждого из параметров $\{\theta\}$. При подстановке в них истинных значений параметров $\{\theta\}$ функционалы имеют минимум. Вследствие влияния параметров, не учитываемых при измерениях, минимумы различных функционалов отличаются. Истинные значения параметров следует искать как математическое ожидание всей выборки реализуемых минимумов.

Не для всех параметров $\{\theta\}$ требуется выполнять численный поиск минимума. Для параметров α^{in} и α^{ex} возможно аналитическое решение задачи .

$$\left. \frac{\partial D^{in}(\{\theta\}, \alpha^{in})}{\partial \alpha^{in}} \right|_{min} = 0, \quad \left. \frac{\partial D^{ex}(\{\theta\}, \alpha^{ex})}{\partial \alpha^{ex}} \right|_{min} = 0$$

Процедуры аналитического нахождения значений α^{in} и α^{ex} аналогичны, поэтому ниже приведён алгоритм вычисления α^{in} . После подстановки в функционал правдоподобия преобразуется к виду .

$$D^{in}(\{\theta\}, \alpha^{in}) = S_1 - 2 \frac{S_2(\{\theta\})}{\alpha^{in}} + \frac{S_3(\{\theta\})}{(\alpha^{in})^2}$$

В формуле приняты обозначения -.

$$S_1(\{\theta\}) = \frac{\tau}{\delta} \mathbf{e}_k \left(T^{in|a}(t_k, \{\theta\}) - T^{in|w}(t_k) \right)^2$$

$$S_2(\{\theta\}) = \frac{\tau}{\delta_k} \mathbf{e} \left(T^{in|a}(t_k, \{\theta\}) - T^{in|w}(t_k) \right) I^{in}(t_k, \{\theta\})$$

$$S_3(\{\theta\}) = \frac{\tau}{\delta_k} \mathbf{e} \left(I^{in}(t_k, \{\theta\}) \right)^2$$

Вычисление производных дает следующее выражение для коэффициента теплоотдачи, реализующего минимум:

$$\alpha^{in} = \frac{S_3(\{\theta\})}{S_2(\{\theta\})}$$

В результате функционал правдоподобия сводится к функции, зависящей только от теплофизических характеристик слоев многослойной конструкции. Зависимость от параметров α^{in} и α^{ex} отсутствует.

$$D^{in}(\{\theta\}) = S_1 - \frac{(S_2(\{\theta\}))^2}{S_3(\{\theta\})}$$

Если значение коэффициента теплоотдачи известно, то выражение для функционала правдоподобия определяется формулой, где вместо параметра α^{in} используется известное фиксированное значение. В качестве фиксированных значений могут использоваться рекомендации СНиП [] или значения, рассчитанные по формулам.

Нахождение минимума функционала сразу по всей совокупности параметров $\{\theta\}$ представляет собой необоснованно сложную задачу из-за чрезмерно высоких вычислительных затрат. Поэтому из всей совокупности параметров выбирается один, который наиболее существенно влияет на теплотехнические характеристики стены. Значения остальных параметров полагаются равными значениям, заявленным в проекте объекта. Таким наиболее существенным параметром является коэффициент теплопроводности слоя утеплителя. В результате, функционал правдоподобия $D^{in}(\{\theta\})$ или $D^{ex}(\{\theta\})$ становится функцией лишь одной переменной $D^{in}(\lambda)$ или $D^{ex}(\lambda)$. Минимум этой функции находится численно.

Значения коэффициента теплопроводности слоя утеплителя, найденные в результате минимизации функционала правдоподобия, используются для нахождения коэффициентов теплоотдачи поверхностей объекта по формуле. Аналогично рассчитываются функционалы правдоподобия на внешней поверхности объекта.

На различных интервалах температурной истории минимумы могут различаться из-за шума датчиков температуры и влияния различных неучтенных факторов (например, влага, нарушение условий конвективного теплообмена на границах объекта). Вследствие этих же причин на некоторых интервалах минимумы могут вообще отсутствовать. Функционалы правдоподобия, имеющие неудовлетворительные параметры (слишком малую кривизну, физически некорректные значения) не следует принимать в рассмотрения. Назовём остальные функционалы правдоподобия удовлетворительными.

Обозначим значения коэффициента теплопроводности утеплителя, найденные при помощи функционалов правдоподобия $D_j^{in}(\lambda)$, $j = 1 \dots \check{Y}$, $\{\lambda_j^{in}\}$. Аналогично обозначим значения коэффициента теплопроводности, найденные при помощи $D_j^{ex}(\lambda)$ $\{\lambda_j^{ex}\}$. Множеству значений $\{\lambda_j^{in}\}$ соответствует множество значений $\{\alpha_j^{in}\}$, а множеству $\{\lambda_j^{ex}\}$ –

$\{\alpha_j^{ex}\}$. Обозначим Ξ^{in} множество индексов j , соответствующее удовлетворительным функционалам правдоподобия $D_j^{in}(\lambda)$, аналогичный смысл имеет обозначение Ξ^{ex} .

Не все минимумы равнозначны. Коэффициент теплопроводности удается вычислить более точно, если кривизна минимума максимальна. Действительно, если минимум выражен слабо, то небольшой шум датчиков может сильно сдвинуть положение минимума, даже если его форма визуально изменяется незначительно. Такой эффект может привести и к исчезновению минимума. Поэтому, ярко выраженные минимумы являются более предпочтительными. Кривизна характеризуется значением второй производной в минимуме. Чем больше вторая производная, тем более предпочтительным является минимум.

Для нахождения истинных значений параметров необходимо найти математическое ожидание для выборок соответствующих параметров. Из сказанного выше целесообразно искать математическое ожидание требуемых величин с весами, равными вторым производным минимумов функционалов правдоподобия. Обозначим α^{Π^n} и α^{Π^x} математические ожидания коэффициентов теплоотдачи на поверхностях объекта α^{in} и α^{ex} , а $\hat{\lambda}$ – математическое ожидание коэффициента теплопроводности исследуемого слоя λ . Обозначим математическое ожидание сопротивления теплопередаче в реперной зоне \hat{R}^{loc} .

Запись $R^{loc}(\lambda_j^{in}, \alpha^{\Pi^n}, \alpha^{\Pi^x})$ подразумевает, что локальное значение сопротивления теплопередаче в данной реперной зоне вычисляется по формуле с использованием проектных значений теплотехнических и геометрических параметров стены (кроме коэффициента теплопроводности исследуемого слоя), вычисленного значения коэффициента теплопроводности исследуемого слоя и вычисленных математических ожиданий коэффициентов теплоотдачи. Введённые математические ожидания вычисляются по формулам -, используемые в этих формулах весовые значения – по формуле .

$$\alpha^{in} = \frac{\sum_{j \in \Xi^{in}} k_j^{in} \alpha_j^{in}}{\sum_{j \in \Xi^{in}} k_j^{in}}, \quad \alpha^{ex} = \frac{\sum_{j \in \Xi^{ex}} k_j^{ex} \alpha_j^{ex}}{\sum_{j \in \Xi^{ex}} k_j^{ex}}, \quad \lambda = \frac{\sum_{j \in \Xi^{in}} k_j^{in} \lambda_j^{in} + \sum_{j \in \Xi^{ex}} k_j^{ex} \lambda_j^{ex}}{\sum_{j \in \Xi^{in}} k_j^{in} + \sum_{j \in \Xi^{ex}} k_j^{ex}}$$

$$\hat{R}^{loc} = \frac{\sum_{j \in \Xi^{in}} k_j^{in} R^{loc}(\lambda_j^{in}, \alpha^{\Pi^n}, \alpha^{\Pi^x}) + \sum_{j \in \Xi^{ex}} k_j^{ex} R^{loc}(\lambda_j^{ex}, \alpha^{\Pi^n}, \alpha^{\Pi^x})}{\sum_{j \in \Xi^{in}} k_j^{in} + \sum_{j \in \Xi^{ex}} k_j^{ex}}$$

$$k_j^{ex} = \left. \frac{\partial D_j^{ex}(\lambda)}{\partial \lambda} \right|_{\lambda = \lambda_j^{ex}}, \quad k_j^{in} = \left. \frac{\partial D_j^{in}(\lambda)}{\partial \lambda} \right|_{\lambda = \lambda_j^{in}}$$

По очевидным формулам - вычисляется дисперсия найденных параметров.

$$\sigma_{\alpha^{in}} = \sqrt{\frac{\sum_{j \in \Xi^{in}} k_j^{in} (\alpha_j^{in} - \alpha^{\Pi^n})^2}{\sum_{j \in \Xi^{in}} k_j^{in}}}, \quad \sigma_{\alpha^{ex}} = \sqrt{\frac{\sum_{j \in \Xi^{ex}} k_j^{ex} (\alpha_j^{ex} - \alpha^{\Pi^x})^2}{\sum_{j \in \Xi^{ex}} k_j^{ex}}}$$

$$\sigma_{\lambda} = \sqrt{\frac{\sum_{j \in \Xi^{in}} e k_j^{in} (\lambda_j^{in} - \lambda^{in})^2 + \sum_{j \in \Xi^{ex}} e k_j^{ex} (\lambda_j^{ex} - \lambda^{ex})^2}{\sum_{j \in \Xi^{in}} e k_j^{in} + \sum_{j \in \Xi^{ex}} e k_j^{ex}}}$$

$$\sigma_{R^{loc}} = \sqrt{\frac{\sum_{j \in \Xi^{in}} e k_j^{in} (R^{loc}(\lambda_j^{in}, \alpha^{in}, \alpha^{ex}) - \dot{R}^{loc})^2 + \sum_{j \in \Xi^{ex}} e k_j^{ex} (R^{loc}(\lambda_j^{ex}, \alpha^{in}, \alpha^{ex}) - \dot{R}^{loc})^2}{\sum_{j \in \Xi^{in}} e k_j^{in} + \sum_{j \in \Xi^{ex}} e k_j^{ex}}}$$

Если на одной из поверхностей функционал правдоподобия не имел удовлетворительных параметров ни на одном из участков, значение коэффициента теплоотдачи на этой поверхности следует считать равным значению, стандартному для данного типа поверхности и вычисляемому формулам [12].

В формулах - используются табличные значения коэффициента теплопроводности λ_a , коэффициента кинематической вязкости ν_a и числа Прандтля Pr для воздуха; ν – скорость воздуха, L – ширина стены, H – высота стены (внутри комнаты), ε – степень черноты поверхности стены, T_w , T_a – средние за период измерений температуры воздуха и поверхности стены.

$$\alpha^{ex} = 0,037 \frac{\lambda_a}{L} \frac{\nu_a^{0,8}}{\nu} \frac{Pr^{0,43}}{\nu} + 5,67\varepsilon \frac{\frac{3}{10} \frac{T_w + 273}{100} \frac{\nu_a^4}{\nu} - \frac{3}{10} \frac{T_a + 273}{100} \frac{\nu_a^4}{\nu}}{T_w - T_a}$$

$$\alpha^{in} = 0,73 \frac{\lambda_a}{H} \frac{\nu_a^{0,25}}{\nu} \frac{9,81 H^3 (T_w - T_a) Pr^{0,25}}{273 \nu_a^2} + 5,67\varepsilon \frac{\frac{3}{10} \frac{T_w + 273}{100} \frac{\nu_a^4}{\nu} - \frac{3}{10} \frac{T_a + 273}{100} \frac{\nu_a^4}{\nu}}{T_w - T_a}$$

Использование решения обратной задачи

Выяснение действительных значений локального сопротивления теплопередаче ограждающей конструкции в одной или нескольких её точках открывает возможности для вычисления приведенного сопротивления теплопередаче этой конструкции. Вычисление R^{av} возможно при наличии дополнительных экспериментальных данных.

Практика проведения ТНК строительных сооружений показывает, что для этого достаточно термограммы ограждающей конструкции, данных для калибровки термограммы и температур внешнего и внутреннего воздуха вблизи реперной точки и внешней поверхности реперной точки на момент проведения тепловизионного обследования.

Ограничения метода

При обработке температурной истории реперной зоны выбранный математический аппарат использует некоторые приближения.

Во-первых, в процессе ТНК объекта внутри ограждающих конструкций, реализуется одномерный процесс теплопередачи. Выполнение этого допущения достигается выбором реперной точки в зоне однородного распределения температурного поля на поверхности наружных ограждающих конструкций.

В момент начала измерений внутри ограждающих конструкций реализуется стационарный процесс теплопередачи. Это условие выполняется выбором

продолжительности температурной истории. Если её продолжительность превышает несколько суток, отличие начального распределения температуры от стационарного практически не сказывается на положении минимумов функционала правдоподобия.

Наконец, требуется, чтобы на поверхностях объекта реализовывался конвективный процесс теплоотдачи. Процесс теплообмена на поверхностях (особенно внешней поверхности) не всегда может рассматриваться как конвективный. Особенно ярко это проявляется при наличии внешних источников тепла, таких как солнце. На этих участках температурной истории процесс теплообмена не описывается используемой в программе физико-математической моделью, их следует исключить из вычислений.

Выводы

Таким образом, создан «метод расчета сопротивления теплопередаче многослойной ограждающей конструкции в реальных условиях эксплуатации многослойных конструкций методом решения обратной задачи теплопроводности, использующий функционал правдоподобия на основе конечно-разностной схемы». Разработан метод, позволяющий оперативно и достоверно определять теплотехнические характеристики многослойных конструкций, при реализации метода используются современные математические методы обработки данных, позволяющие сократить время проведения обследования, например, строительных конструкций с 14 рабочих дней (требуемых согласно ГОСТ []) до 5 рабочих дней. В её основе лежит решение обратной задачи ТНК в многослойной пространственной области с подобластями, имитирующими дефекты, в условиях нестационарного процесса теплопередачи. Решение обратной задачи основано на сравнении расчетных и экспериментальных данных. Вычисленные значения теплотехнических параметров ограждающей конструкции соответствуют минимальному расхождению экспериментальных и расчётных данных.

Достоверность и надежность эксплуатации методик подтверждена 4-х летним опытом работы при обследовании более 500 строительных объектов. Разработанные математические методы и требования к аппаратному обеспечению реализованы в виде методик и аппаратно-программных комплексов, использующих стандартные измерительные и вычислительные средства.

Литература

- 1 Thermal Nondestructive Testing of Buildings and Builted Constructions / O.N. Budadin, O.V. Lebedev, E.V. Abramova, M.A. Rodin // Russian Journal of Nondestructive Testing.- 2003.- vol. 39, iss. 5, Pp. 395-409.
- 2 O. Lebedev, D. Kirzhanov, V. Avramenko and O. Budadin, THERMAL NONDESTRUCTIVE TESTING OF BUILDINGS IN PRACTICE // Proceedings of 16th WCNDT – 2004, № 609, 1-8.
- 3 Практическая реализация теплового неразрушающего контроля зданий и строительных сооружений / О.Н. Будадин, О.В. Лебедев, Е.В. Абрамова, В.Г. Авраменко, Т.Е. Троицкий–Марков//Сб. докл. 4^{го} Всероссийского с Международным участием научно-практического семинара.-СПб,2004.-С.106-107.
- 4 Тепловая дефектометрия зданий и строительных сооружений / О.Н. Будадин, Е.В. Абрамова, М.А. Родин, О.В. Лебедев // Дефектоскопия.- 2003.- №5.- С. 77-94.
- 5 Автоматизированный тепловой неразрушающий контроль и дефектометрия материалов, изделий и оборудования в промышленности / О.Н. Будадин, Е.В. Абрамова, Т.Е. Троицкий-Марков, О.В. Лебедев //Энергослужба предприятий.-2003.- №2(4).- С. 48-52.
- 6 Положительное решение № 2004110611/28 (011496) от 11.02.2005г. о выдаче патента на изобретение по заявке №2004110611/04 от 08.04.2004г. - Тепловой неразрушающий контроль многослойных изделий.- №2004110611/04; заявление 08.04.2004г.- 5с.
- 7 Измерения в электромагнитных полях / Ю.К. Казаров, О.Н. Будадин, Т.Е. Троицкий-Марков, О.В. Лебедев.- М.: ВИНТИ РАН.- 2003-196 с.
- 8 ГОСТ Р 51387. Энергосбережение. Нормативно-методическое обеспечение. Основные положения. Принят и введен в действие Постановлением Госстандарта России от 30 ноября 1999г., № 485-ст.
- 9 Московские городские строительные нормы 2.01-99 “Энергосбережение в зданиях”, Москва, 1999.
10. Решение принято в протоколе №5-2002 заседания пленума от 23 июля 2002 г. «Об утверждении методики диагностики и энергетических обследований наружных ограждающих конструкций строительных сооружений тепловизионным бесконтактным методом»
11. Будадин О. Н., Абрамова Е. В., Слитков М. Н. Методика диагностики и энергетических обследований наружных ограждающих конструкций строительных сооружений тепловизионным бесконтактным методом. Свидетельство об аттестации Госстандарта России № 09/442-2001 от 09.07.2001 г., 41 с.
- 12 Исаченко В.П., Осипова В.А., Сукомел А.С. Теплопередача. Изд. 2-е.- М.: Энергия, 1969.- 440 с.