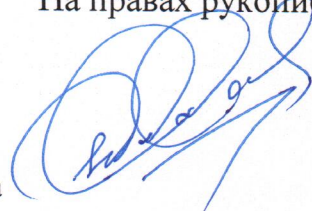


ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
НАУКИ ИНСТИТУТ МАШИНОВЕДЕНИЯ ИМЕНИ А.А.БЛАГОНРАВОВА  
РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК

На правах рукописи

Диденко Елена Владимировна



РАЗРАБОТКА И АНАЛИЗ ПЛОСКИХ МНОГОКОНТУРНЫХ  
МЕХАНИЗМОВ НА ОСНОВЕ ТЕОРИИ ГРАФОВ

Специальность 05.02.18 – «Теория механизмов и машин»

Диссертация на соискание ученой степени кандидата  
технических наук

Научный  
руководитель:  
д.т.н., профессор  
А.И. Смелягин

Москва 2019

## ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ .....	3
Глава 1. Структурный анализ и синтез плоских механизмов с одной степенью свободы .....	9
1.1. Обзор методов синтеза и анализа механизмов .....	9
1.2. Применение теории графов для синтеза и анализа механизмов .....	18
Глава 2. Синтез механизмов с использованием теории графов .....	21
2.1 . Основы теории графов для синтеза механизмов .....	21
2.2 . Применение теории графов для синтеза структурных групп.....	26
2.3 . Применение теории графов для синтеза механизмов .....	31
2.3.1. Синтез одноконтурных механизмов .....	36
2.3.2. Синтез двухконтурных механизмов .....	43
2.3.3. Синтез многоконтурных механизмов .....	59
Глава 3. Кинематический анализ плоских механизмов с одной степенью свободы .....	68
3.1 . Кинематический анализ плоского механизма параллельной структуры с одной степенью свободы.....	71
3.2 . Решение обратной задачи о положениях.....	78
3.3 . Численное решение задач кинематики синтезированного механизма параллельной структуры .....	86
Глава 4. Динамический анализ плоского механизма параллельной структуры.....	95
4.1. Динамический анализ плоского механизма параллельной структуры с одной степенью свободы.....	95
4.2. Численное решение задач динамики синтезированного механизма параллельной структуры .....	100
Глава 5. Конструкция макета механизма параллельной структуры с одной степенью свободы .....	104
5.1. Описание типовых узлов кинематической схемы макета механизма параллельной структуры .....	104
ЗАКЛЮЧЕНИЕ .....	111
СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ.....	113

## ВВЕДЕНИЕ

### **Актуальность темы исследования.**

Эффективное развитие всех отраслей промышленности Российской Федерации в решающей мере зависит от машиностроения. Роль и значение машиностроения определяется, прежде всего, тем, что оно является основой промышленности, тесно взаимосвязанной с ведущими отраслями экономики и обеспечивающей их устойчивое функционирование, наполнение потребительского рынка, и являющейся основой развития технологического ядра промышленности.

От уровня развития машиностроения зависят важнейшие удельные показатели валового внутреннего продукта страны (материалоемкость, энергоемкость и т.д.), производительность труда в других отраслях народного хозяйства, уровень экологической безопасности промышленного производства и обороноспособность государства.

Дальнейшее повышение технико-экономического уровня и качества машиностроительной продукции связано с тем, насколько успешно будут реализованы следующие задачи:

- совершенствование методов исследования машин;
- повышение надежности и ресурса машин;
- повышение точности расчетов и достоверности результатов исследования;
- уменьшение материалоемкости конструкций;
- создание новых методов синтеза машин.

Основу для успешной реализации сформулированных задач может составить активное внедрение в процессы конструирования современных средств проектирования машин, в том числе и методов синтеза механизмов.

В данном направлении в течении ряда десятилетий были получены существенные результаты, однако имеет место необходимость повышения эффективности применения существующих методов. В этой связи важно рассмотреть такой математический аппарат, как теория графов, которая еще в

недостаточной степени используется в теории машин и механизмов.

Указанную теорию целесообразно представить таким образом, чтобы она была применена наиболее полно и эффективно. На этой основе желательно построить новые многофункциональные многоконтурные механизмы, позволяющие решать важные технические задачи связанные, в частности, с преобразованием видов движений, с движением выходного звена по любым заданным направлениям. Требуется также исследовать работоспособность этих механизмов на основе теоретических и экспериментальных подходов.

Указанным вопросам посвящена данная работа, тема которой представляется актуальной в связи с повышением эффективности структурного синтеза.

**Целью работы** является разработка сформированных на базе теории графов основ целенаправленного структурного синтеза механизмов и практическое применение полученной теоретической базы для создания новых многофункциональных многоконтурных механизмов, воспроизводящих различные движения, в частности механизмов параллельной структуры.

Для достижения поставленной цели в диссертационной работе решаются следующие **задачи**:

- разработка методики структурного синтеза механизмов, основанной на теории графов;
- синтез новых схем механизмов для преобразования механических движений на основе теории графов;
- синтез структурных и кинематических схем новых механизмов для воспроизведения плоских механических движений произвольного вида, определение требуемых параметров звеньев;
- разработка методик кинематического и динамического анализа синтезированных механизмов, а также их экспериментального исследования.

При решении основных задач в работе были использованы методы теории механизмов и машин, математического моделирования, теории графов, аналитической механики, дифференциального исчисления.

**Научная новизна работы** заключается в следующем:

- разработана методика структурного синтеза, основанная на теории графов с привлечением характеристики «уровень смежности»;
- синтезированы новые схемы механизмов для преобразования вращательного движения в возвратно-поступательное, включающие две структурные группы звеньев;
- синтезирован новый механизм параллельной структуры, осуществляющий согласованное движение по трем координатам при наличии лишь одного двигателя, разработана методика определения параметров звеньев;
- разработана методика кинематического и динамического анализа синтезированных механизмов, а также методика их экспериментального исследования.

**На защиту выносятся следующие положения:**

- разработанная методика структурного синтеза многоконтурных механизмов, основанная на теории графов с применением характеристики «уровень смежности»;
- синтезированные схемы двух новых механизмов для преобразования вращательного движения в возвратно-поступательное;
- синтезированная схема механизма параллельной структуры, в котором согласованное движение по трем координатам обеспечивается одним лишь двигателем, а также методика определения параметров звеньев;
- разработанная конструкция действующей модели механизма параллельной структуры, в котором достигается любое требуемое перемещение в пределах рабочей зоны, а также методики кинематического и динамического анализа.

**Теоретическая значимость работы** заключается в разработке методики структурного синтеза многоконтурных механизмов на основе теории графов с привлечением вновь введенной характеристики «уровень смежности»; в синтезе новых структурных схем механизмов для преобразования вращательного движения в возвратно-поступательное и структурной схемы механизма

параллельной структуры; в разработке методики кинематического и динамического анализа синтезированных механизмов, а также в методике выбора параметров звеньев.

**Практическая значимость работы** обусловлена тем, что в работе синтезированы новые схемы механизмов для преобразования вращательного движения в возвратно-поступательное и механизма параллельной структуры, которые могут быть использованы в различных областях техники: компрессорах, насосах, технологических роботах, в устройствах реабилитации больных, в испытательных стендах. Синтезированные механизмы защищены пятью патентами.

**Методы исследования.** При решении сформулированных выше задач были использованы следующие методы: теории механизмов и машин, теории графов, аналитической механики, дифференциального исчисления.

**Достоверность и обоснованность полученных результатов** основывается на применении известных теоретических положений фундаментальных наук (аналитической механики, теории машин и механизмов, теоретической механики, вычислительной математики и др.) и сопоставлении с результатами исследований других авторов.

#### **Апробация работы:**

Основные результаты докладывались на следующих конференциях и семинарах:

– Международной научно-практической конференции «Актуальные проблемы информатики, механики и робототехники. Цифровые технологии в машиностроении» Казахстан, г. Алматы, 2018;

– Международном семинаре по ТММ им. А.А. Артоболевского, 7 ИМАШ РАН, г. Москва, 11 сентября 2018 г.;

– XX Международной научно-технической конференции по транспортной, дорожно-строительной, сельскохозяйственной, подъемно-транспортной и военной технике и технологии «trans&MOTAUTO'12», Varna Bulgaria, 2012;

- IV и V международной конференции «Проблемы механики современных машин», г. Улан-Удэ, 2009, 2012;
- Первом международном Джолдасбековском симпозиуме, Казахстан, г. Алматы, 2011;
- IX Международной научно-технической конференции «Инновация, экология и ресурсосберегающие технологии на предприятиях машиностроения, авиастроения, транспорта и сельского хозяйства», г. Ростов-на-Дону, 2010.

По теме диссертации опубликовано 19 работ, в том числе 6 статей в рецензируемых научных журналах и изданиях: Известия высших учебных заведений. Машиностроение, 2018. №11 (709); Проблемы машиностроения и автоматизации, 2018. №4; Компрессорная техника и пневматика. 2013. №3; Бурение и нефть, 2015. № 07-08; Известия Высших учебных заведений. Северо-Кавказский регион. Технические науки, 2011. №1; Вестник Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского, 2011. №4 Часть 2.

По результатам работы получено 3 патента на полезные модели и 2 патента на изобретения:

1. Патент № 109796 Российская Федерация, МПК F01B 1/10. Исполнительный механизм машины объемного действия : заявка №2011131327/06 : заявл. 26.07.11 : опубл. 27.07.11 : Бюл. №30 / Бабенко Е.В. (Диденко Е.В.), Смелягин А.И. ; заявитель и патентообладатель ГОУ ВПО Кубанский гос. технол. ун—т. – 5 с. : ил.

2. Патент № 110131 Российская Федерация, МПК F01B 1/10. Исполнительный механизм компрессора объемного действия : заявка №2011131314/06 : заявл. 26.07.11 : опубл. 10.11.11 : Бюл. №31 / Бабенко Е.В. (Диденко Е.В.), Смелягин А.И. ; заявитель и патентообладатель ГОУ ВПО Кубанский гос. технол. ун—т. – 5 с. : ил.

3. Патент № 179051 Российская Федерация, МПК B25J 1/00. Механизм параллельной структуры : заявка №2017145112 : заявл. 21.12.12 : опубл. 25.04.18 : Бюл. №12 / Глазунов, В.А., Диденко, Е.В., Левин, С.В., Терехова, А.Н., Шалюхин, К.А. ; заявитель и патентообладатель Федеральное государственное бюджетное

учреждение науки Институт машиноведения им. А.А. Благонравова Российской академии наук . – 4 с. : ил.

4. Патент № 2463477 Российская Федерация, МПК F04B35/01. Компрессор объемного действия : заявка №2011120992/06 : заявл. 24.05.11 : опубл. 10.10.12 : Бюл. №28 / Бабенко Е.В. (Диденко Е.В.), Смелягин А.И. ; заявитель и патентообладатель ГОУ ВПО Кубанский гос. технол. ун—т. – 6 с. : ил.

5. Патент № 2474696 Российская Федерация, МПК F04B35/01. Машина объемного действия : заявка №2011120990/06: заявл. 24.05.11 : опубл. 10.02.13 : Бюл. №4 / Бабенко Е.В. (Диденко Е.В.), Смелягин А.И. ; заявитель и патентообладатель ГОУ ВПО Кубанский гос. технол. ун—т. – 6 с. : ил.

Диссертация состоит из введения, 5 глав, заключения и списка литературных источников из 130 наименований.

Общий объем диссертации составляет 124 страницы машинописного текста, содержит 40 иллюстраций и 4 таблицы.



## **Глава 1. Структурный анализ и синтез плоских механизмов с одной степенью свободы**

В настоящее время развитие машиностроительной отрасли оказывает существенное влияние на эффективное развитие остальных отраслей промышленного комплекса Российской Федерации. Именно в отрасли машиностроения, в первую очередь, реализуются передовые научно-технические идеи, создаются новые механизмы и машины, определяющие прогресс в других отраслях экономики.

Для современного машиностроения характерно повышение требований к техническому уровню, качеству и надежности, безопасности эксплуатации и обслуживания механизмов и машин. Это приводит к необходимости автоматизации этапа проектирования при одновременном совершенствовании конструкций новых механизмов и технологии их производства, внедрения новых материалов, более точных методов расчета.

### **1.1. Обзор методов синтеза и анализа механизмов**

Практика создания и исследования машин и механизмов показывает, что при разработке новой техники наиболее ответственным является этап, на котором синтезируется структурная схема исполнительного механизма будущей машины, поэтому рассмотрим более подробно вопросы структурного синтеза машин и механизмов.

Вопросами структурного синтеза занимались многие ученые [1,3,4,30-33,36-40,42,43,56,72,85-88,89,91,96,100,102,104-108,111-113,115-121]. Наибольший вклад в развитие теории структурного синтеза внесли И.И. Артоболевский, Л.В. Ассур, Г.Г. Баранов, А.П. Бессонов, Л. Бурместр, Р. Виллис, В.А. Глазунов, Х.И. Гохман, М. Грюблер, Л.Т. Дворников, У.А. Джолдасбеков, В.В. Добровольский, С.Н. Кожевников, Я. Лейпольд, А.П. Малышев, Г. Монж, А.Б. Кикин, О.Г. Озол, Э.Е. Пейсах, Ф. Рело, Л.Н. Решетов, А.А. Романцев, П.О. Сомов, А.И. Смелягин, У. Уэвелл, П.Л. Чебышев и др.

Вопросам синтеза многоконтурных механизмов посвящены работы таких ученых, как П.Л. Чебышев, И.И. Артоболевский, К.В. Фролов, Р.Ф. Ганиев, В.А. Глазунов, А.Ф. Крайнев, Н.И. Левитский, К. Хант, А.И. Смелягин, А.Е. Кобринский, Г.А. Тимофеев, В.К. Асташев, Э.Е. Пейсах, Д. Анджелес, К. Сугимото, К. Гослен и др. [1,3,4,30-33,36-40, 85-88,89,91,96,100,102,104-108,111-113,115-121]

В настоящее время выбор структуры вновь проектируемой машины ведут либо интуитивно, опираясь на опыт и квалификацию разработчиков, либо путем наложения структурных групп (групп Ассура). Эти подходы обычно позволяют найти приемлемое решение. Однако такое решение не всегда рационально, поскольку невозможно найти и проанализировать все варианты [96,111].

Традиционно синтез механизмов проводят в два этапа [96,111]:

- определяют структурную схему будущего механизма (структурный синтез);
- по заданным кинематическим или динамическим свойствам определяют размеры его звеньев (параметрический синтез).

В настоящее время целенаправленный структурный синтез машин проводится [96,111]: присоединением структурных групп к элементарному механизму; наложением структурных групп; наложением механизмов; одновременным наложением структурных групп и механизмов или с помощью структурных математических моделей.

Обычно результаты структурного синтеза многовариантны. Это связано с тем, что, используя одни и те же звенья и кинематические пары, но по-разному их расставив, можно получить различные по структуре механизмы. Поэтому окончательный выбор рациональной структурной схемы будущей машины выполняется с учетом:

- кинематических и динамических свойств проектируемой схемы;
- технологичности и надежности звеньев и кинематических пар, в нее входящих;
- условий сборки и эксплуатации.

Задачей структурного синтеза является разработка структурной схемы будущего механизма по заданной подвижности, с учетом необходимых кинематических, динамических и технологических свойств.

Первой попыткой разработки структурной математической модели механизмов является создание структурных формул механизмов, в которых связываются между собой количественные соотношения подвижных звеньев и кинематических пар, входящих в состав механизмов. Однако этих установленных структурными формулами соотношений недостаточно для однозначного построения механизмов [96].

В связи с вышеизложенным в [96] были построены структурные математические модели механизмов с замкнутыми и незамкнутыми кинематическими цепями.

Суть метода синтеза машин и механизмов с помощью математических моделей заключается в том, что, задаваясь: мерностью пространства  $M$ ; подвижностью пространства  $\Pi$ ; подвижностью механизма  $W$ ; видом кинематических пар; количеством независимых контуров  $k$  или базовым звеном  $T$ , из решений предложенных математических моделей (систем уравнений) находим: количественный и видовой состав звеньев и кинематических пар, которые должен содержать проектируемый механизм; число  $S$  присоединений его кинематических цепей к стойке; число закреплений  $Z$  к подвижным звеньям [96].

Затем путем перестановок кинематических пар и звеньев находим все возможные структурные схемы синтезируемых механизмов.

Как известно, структурная схема сложного механизма с замкнутыми кинематическими цепями образуется в результате объединения элементарных механизмов со структурными группами и с другими простыми механизмами, поэтому задача синтеза структурных групп также является важной и перспективной научно-практической задачей.

Наиболее известными из существующих методов синтеза структурных групп являются: метод развития и перестановки поводка [62,96]; метод разложения шарнира [62,96]; синтез на основе структурных формул [3,96,100],

универсальной структурной системы кинематических цепей [36-40], структурных математических моделей [96].

Применяемые методы имеют ряд недостатков: в частности, метод развития и перестановки поводка не исчерпывает всех возможных структурных групп, с которыми можно встретиться на практике, кроме того, большинство сформулированных выше методов (синтез на основе структурных формул, метод развития и перестановки поводка, метод разложения шарнира) не позволяют целенаправленно найти все возможные виды структурных групп для различных классов механизмов, а, следовательно, они не обладают полной информативностью.

В области исследования кинематики и динамики многоконтурных механизмов все существующие методы можно разделить на графические, графоаналитические и аналитические [23,24,41-43,55,58,63-67,73,92,96,97,99,103,111].

Графические и графоаналитические методы кинематического исследования механизмов достаточно просты, наглядны и позволяют решить задачу анализа практически любого механизма, однако основным их недостатком является большая погрешность вычислений.

Аналитические методы связаны с обработкой большого объема вычислений, что при современном уровне развития вычислительной техники не является недостатком.

Независимо от класса исследуемого механизма определение первой и второй передаточной функций обычно сводится к решению системы линейных уравнений и, как правило, не вызывает затруднений [69,92,97,99,103,111].

Решение задачи о положении звеньев механизма зависит от класса механизма: для механизма второго класса, независимо от числа звеньев, эта задача решается в явном виде, для механизмов более высоких классов – не выражается в элементарных функциях.

Проведем анализ некоторых известных методов решения задачи о положениях.

Наиболее широкое применение нашел метод замкнутых векторных контуров, предложенный В.А. Зиновьевым [54]. Метод основан на представлении кинематической цепи в виде нескольких векторных замкнутых контуров, проецирование составляющих векторов которых на координатные оси, как правило, приводит к системе уравнений относительно обобщенных координат звеньев механизма. Эта система уравнений может быть решена аналитическими (чаще для простых кинематических цепей), либо численными способами.

Н.И. Левитский в работе [62] предлагает находить численным способом искомые углы только для начального положения механизма, а для каждого из последующих, в качестве первого приближения, использовать уточненные значения углов, полученные для предыдущего положения.

Э.Е. Пейсах [86-88] предлагает свести исходную нелинейную систему уравнений к одному алгебраическому уравнению. Применение данного способа к шестизвенным шарнирным механизмам с четырехзвенными группами Ассура двух разновидностей показано в работе [86]. Задача определения положений в этом случае сводится к определению вещественных корней алгебраического уравнения шестой степени. Данным способом можно определять границы некривошипных сборок, количество вариантов сборки механизма, при фиксированном положении входного звена.

Ю.Ф. Морошкин [76] для составления уравнений замкнутости векторных контуров предложил метод преобразования координат. Согласно этому методу с каждым звеном механизма связывается своя система координат и составляются уравнения их преобразования. Уравнения имеют матричную форму, удобную для вычислений на ЭВМ и позволяют получить координаты точки, находящейся на одном звене, в системе координат, связанной с каким-либо другим звеном.

Метод «инверсии» (иначе - метод «перемены ведущего звена», метод «замены начального звена») [62] основан на свойстве некоторых механизмов, состоящих из групп Ассура, менять свой класс в зависимости от того, какое из звеньев механизма принято за входное. Для некоторых механизмов метод позволяет получить структуру с более простыми группами Ассура (меньшее

число звеньев): например, шестизвенный механизм третьего класса можно рассматривать как механизм второго класса. Однако, примеры применения этого метода связаны лишь с шестизвенным механизмом с трехпроводковой группой.

Известен метод «размыкания кинематической цепи» (метод геометрических мест, метод ложных положений), разработанный И.И. Артоболевским [3]. Согласно методу, в кинематической цепи один или несколько шарниров размыкаются, что позволяет вместо одной – сложной по структуре цепи, рассматривать несколько более простых. Для каждого разомкнутого шарнира строятся возможные геометрические места его положений, как принадлежащего двум различным более простым цепям, которые он ранее соединял между собой. Действительное положение разомкнутых шарниров (а, следовательно, и всей цепи) определится пересечением соответствующих геометрических мест точек размыкания.

По методу «вставки звена» предложенному В.В. Добровольским [49,62], из исследуемой кинематической цепи (механизм или группа Ассура) отбрасывается одно или несколько звеньев, пока оставшаяся цепь не распадется на ряд механизмов более простой структуры. Звеньям полученных механизмов придают движение, определяя такие их положения, при которых можно будет «вставить» удаленное звено.

У.А. Джолдасбеков в своей работе [42,43] предлагает метод «условных обобщенных координат», сущность которого заключается в объединение метода «инверсии» с методом «вставки звена» в численно-аналитической форме, с использованием метода «преобразования координат» в матричной форме. Метод позволяет провести анализ группы Ассура любого класса и порядка, с его помощью могут быть решены задачи о числе вариантов сборки механизма, условиях существования кривошипа и др.

Для решения задачи о положениях можно применять метод «треугольников» О.Г. Озола [77]. Метод связан с возможным представлением любого замкнутого контура в виде треугольников, причем эти треугольники могут быть как изменяемыми, так и неизменяемыми. Расчетная схема обычно

состоит из трансцендентных уравнений трех типов и требует для своего решения знания приближенного положения звеньев. Автор предлагает решать систему численным способом.

Каждый из предложенных методов предназначен для решения задачи анализа конкретного класса механизмов, либо структурных групп и имеет как свои достоинства, так и недостатки.

Так методы, предложенные В.А. Зиновьевым, Н.И. Левитским и Э.Е. Пейсахом, сводятся к решению системы нелинейных уравнений (или одного приведенного уравнения, как в методе, предложенном Э.Е. Пейсахом), как правило, численными методами, что снижает точность полученных результатов. Исключением является применение метода В.А. Зиновьева к простым кинематическим цепям. В этом случае полученная система уравнений – линейная и решается с использованием аналитических методов.

Метод «инверсии» применим лишь к шестизвенным механизмам с трехповодковой группой.

Методы «размыкания кинематической цепи» и «вставки звена» относятся к графическим методам исследования, что предопределяет существенную погрешность полученных результатов.

Метод «условных обобщенных координат», предложенный У.А. Джолдасбековым, сочетающий в себе метод «инверсии» с методом «вставки звена» в численно-аналитической форме с использованием метода «преобразования координат» в матричной форме, относится к графоаналитическим методам исследования и весьма громоздок.

Метод «треугольников», предложенный О.Г. Озолем также относится к графоаналитическим методам и требует использования численных методов решения трансцендентных уравнений трех типов.

Метод преобразования координат, предложенный Ю.Ф. Морошкиным, предполагает решать полученную систему линейных уравнений используя матричную форму записи, что значительно упрощает вычисления, однако, «...матрицы дают лишь простую форму записи необходимых вычислений, но не

определяют содержание метода», «... содержание метода состоит в преобразовании координат, которое может быть выполнено без применения матриц» [62].

Рассмотрим различные методы решения задач динамики многоконтурных механизмов [55,58,63-67,92,96,97,99,103].

Так в основу исследования динамики технологических машин были положены труды акад. В. П. Горячкина. В основном рассматривались задачи кинестатики, уравнивания масс, подбора маховых масс и некоторые вопросы крутильных колебаний валов двигателей внутреннего сгорания применительно к авиадвигателям, сельскохозяйственным, текстильным, пищевым, горным и другим машинам [78].

Первые расчёты динамических сил в механизмах выполнены в России Н. Е. Жуковским и продолжены Н. И. Мерцаловым; получили развитие начиная с 1930-х годов в трудах И. И. Артоболевского, Н. И. Левитского, А. Ю. Ишлинского, а позднее К. В. Фролова, С.А. Черкудинова и других учёных в расчётах конкретных машин [78]. Была исследована динамика сельскохозяйственных машин (В.П.Горячкин, И.И. Артоболевский), вибрационного грохота, щековых дробилок, компрессоров (И.И. Артоболевский), горнообогачительных машин (Л.Б. Левенсон и Г.И. Прейгерзон). С.Н. Кожевников решил некоторые вопросы станков и исследовал вопросы динамики неустановившихся процессов, а также разработал общие методы динамического анализа механизмов с упругими звеньями и механизмов тяжело нагруженных машин. А.П. Малышев исследовал процессы динамики текстильных машин [75]. Н.Г. Бруевич, один из создателей теории точности механизмов, предложил методы теории вероятностей к исследованию погрешностей действия машин и приборов [74], Е.М. Гутьяр уточнил метод расчета маховика, разработанный Н.И. Мерцаловым и основанный на использовании диаграммы тангенциальных ускорений и т.д. [78].

Большое внимание уделяется задачам динамики машин, когда силы, действующие на механизм, являются не только функцией угла поворота звена приведения, но и функциями скорости и времени. Развита различные



приближенные методы изучения установившегося режима движения машин, как систем с упругими звеньями, обладающими различного вида нелинейностями. При этом исследования выполнялись как для систем с дискретными, так и с распределенными параметрами [78].

Для стационарных процессов в системах, описываемых нелинейными дифференциальными уравнениями, использовался метод малого параметра и гармонической линеаризации. При нелинейных параметрах машин, изменяющихся в широких пределах, получил развитие метод интегральных уравнений [78].

Отдельные вопросы динамики механизмов рассмотрены в [66] профессором Кирпичевым В.Л., основанные на теории «креста сил», позволяют более точно проводить силовой анализ механизмов графическими методами.

Работы профессора М.В. Семенова [90], опубликованные в выпусках Трудов семинара по ТММ при институте машиноведения АН СССР, обобщают теорию уравнивания сил инерции в машинах, действующих неблагоприятно в отношении фундамента.

Профессор Ф. Виттенбауэр в своем труде «Графическая динамика» [128] развивает методы кинематического, силового и динамического исследований механизмов и дает принципиально новый метод расчета маховых масс при помощи так называемой диаграммы Виттенбауэра. Особую роль в развитии динамики играют вопросы колебаний и исследования общих проблем теории колебаний в машинах. Так широкое развитие получили работы по исследованию колебательных систем с одной и несколькими степенями свободы. Эти системы описываются с достаточной для практики точностью дифференциальными уравнениями с постоянными коэффициентами [78].

При исследовании динамики машин и механизмов часто приходится иметь дело с нелинейными системами, решению которых посвящено множество работ: монографии И.И. Блехмана и Г.Ю. Джанелидзе [25], В.О. Кононенко [68], Вульфсона И.И. [28], А.Е. Кобринского [60], С.Н. Кожевникова [61] и др.

Для анализа колебательных процессов в многоконтурных машинах широко

использовался метод моделирования расчетных схем на электронных аналоговых устройствах, который был положен в основу современных расчетных программ.

Проведенный анализ существующих методов исследования механизмов показал преимущества аналитических методов исследования перед графоаналитическими и графическими. В связи с вышеизложенным предлагается кинематический и динамический анализ плоских механизмов с одной степенью свободы проводить аналитическим методом. На основе аналитических выражений, связывающих между собой основные кинематические и структурные параметры механизма, была составлена программа вычислений и с ее помощью получены все необходимые расчетные параметры.

## **1.2. Применение теории графов для синтеза и анализа механизмов**

Применению теории графов для синтеза и анализа механизмов посвящено достаточное количество работ отечественных и зарубежных авторов. Развитием теории графов в связи с анализом и синтезом механизмов и мехатронных систем занимались: Scott C. Chase, Chen I-Ming, Linda C. Schmidt, K. Shea, Shetty Harshawardhan, A. Starling, E.R. Tuttle, Z.Wu, P.B. Амбарцумянц, Д.В. Гринёв, Л. Добрянский, О.Д. Егоров, С.О. Киреев, Л.А. Павлова, М.В. Семенов, И.И. Сидоренко, А.И. Смелягин, Г.А. Тимофеев, Ф. Фрейденштейн и другие исследователи [2,35,50,52,53,59,68,79,93-96,98,111,114,122-124,126,130].

Основы применения теории графов для автоматизированного компьютерного моделирования динамических систем и синтеза механизмов положили труды Z. Wu, M.I. Campbell [129], L.C. Schmidt, H. Shetty and S. Chase [122], K. Shea [122-124].

Исследованию структуры механизмов различного технологического назначения с применением теории графов посвящено множество работ, среди которых можно выделить следующие: Л. Добрянский, Ф. Фрейденштейн [50], P.B. Амбарцумянц [2], посвященных применению общих понятий теории графов для структурного анализа механизмов различного технологического назначения; исследованию структуры роботов и мехатронных систем посвящены работы

О.Д.Егорова, М.А. Буйнова [52].

Применению теории графов для исследования кинематики машин различного технологического назначения посвящены работы И.И. Сидоренко, А.Г. Баханович [93], Н.Н. Крохмаля [68], И.И. Сидоренко [94,95]

Так Л.А. Павлова в работе [79] предлагает использовать базовые понятия теории графов в структурном исследовании пространственных механизмов.

Теория графов также находит применение при исследовании планетарных механизмов [53,98]. Так Г.А. Тимофеев, М.В. Самойлова в работе [98] предлагают использовать теорию графов для структурного анализа сложных зубчатых механизмов имеющих гибкие звенья. В основу методики исследования положено построение и исследование независимых контуров и определение подвижности кинематических пар дерева в основе контурной сети.

С.О. Киреев в работе [59] предлагает для определения коэффициента полезного действия планетарного зубчато-роликового редуктора дифференциально-кулачкового типа использовать общие методы анализа мехатронных систем с точки зрения баланса дезинтегрируемой энергии за счет представления объекта в виде «черного ящика» и отражения топологических особенностей системы с помощью графов, которые допускают идеализацию исследуемой системы в виде схемы с сосредоточенными компонентами.

I-Ming Chen, Tai-Her Yang, Tyng Liu предлагают использовать теорию графов для построения «функционального графа мощности» (FPG) для построения схемы трансмиссии и развития гибридной системы автомобилей. Теория графов широко используется в механической конструкции [114] и также может быть применена к развитию передачи. Теория графа связей помогает разработчикам построить динамическую модель и может быть применена к анализу передачи транспортного средства [114]. Основная цель этих методов состоит в том, чтобы упростить сложную структуру системы со схематическим графиком, который может передать существенную информацию разработчикам.

В работе [114] представлены систематические аналитические процессы, включая системное вычисление степени свободы, методы проектирования

включая первоначальный проект и системный синтез, рассмотрены примеры, включая одну передачу и три гибридных системы, составная гибридная система, полученная методом построения FPGA, показаны ее преимущества по сравнению с гибридной системой Honda.

S. Zawiaślak в работе [130] предлагает для CAD-пакетов, использующих искусственный интеллект в блоке процесса проектирования, касающегося применения графиков для анализа и синтеза передач, использовать теорию графов, как наиболее наглядный инструмент в концептуальной фазе дизайна планетарных механизмов.

Как видно из вышесказанного теория графов является многогранным математическим аппаратом для решения многих задач теории механизмов и машин. Однако, по мнению авторов, применение теории графов к структурному синтезу механизмов еще недостаточно полно раскрыто и представляет собой актуальную научно-техническую задачу.

## Глава 2. Синтез механизмов с использованием теории графов

### 2.1. Основы теории графов для синтеза механизмов

Анализ работ по структурному синтезу механизмов и структурных групп [3,36-38,40,49,56,57,70,85-88,89,91,96,111] показал, что в настоящее время в данной области наук можно отметить тенденцию к решению сформулированных задач с использованием строго формализованных математических моделей, содержащих информацию о структурных свойствах объекта, что дает возможность для разработки эффективных методов решения.

Для решения сформулированных задач был разработан метод синтеза механизмов, основанный на использовании дискретной математики, теории графов и комбинаторики [7,8,11-14].

Согласно основ развиваемого подхода, механизмы рассматриваются в качестве объекта изучения дискретной математики, тогда определение графа механизма можно сформулировать следующим образом [7,8,11-14,44,47,51,101,102,111]: под графом механизма  $G(V, E)$  будем понимать совокупность двух множеств – множества звеньев (вершин) механизма  $V$  и множества кинематических пар (ребер)  $E$ , являющихся двухэлементным подмножеством множества  $V$ .

Звенья механизма выступают вершинами графа механизма и являются элементами множества  $V$ , то есть

$$V = \{n_0, n_1, n_2 \dots n_s\},$$

где  $s = 0, 1, 2, \dots$  - действительные целые числа.

Ребром графа механизма выступает кинематическая пара.

Каждое ребро  $r \in E$  определяется парой вершин  $(n_i, n_j)$ :

$$V: r = \{n_i, n_j\},$$

где  $n_i, n_j \in V$ .

Две вершины  $n_i$  и  $n_j$  графа  $G(V, E)$  будут называться смежными, если они соединены ребром.

В этом случае ребро  $r = \{n_i, n_j\}$  будет инцидентно вершинам  $n_i, n_j$ .

Соответственно смежными звеньями будут звенья, образующие кинематическую пару, а кинематическая пара, образованная смежными звеньями, будет инцидентна этим звеньям.

Звено механизма может образовывать кинематические пары с несколькими соседними, соприкасающимися с ним звеньями, то есть иметь несколько инцидентных ребер. Число ребер, инцидентных вершине  $n_i$ , будет называться «степенью вершины звена» и обозначаться  $deg n_i$ . «Степень вершины звена» является аналогом понятия вершинность звена.

Каждый прикладной граф имеет некоторые особенности, свойственные только ему и отличающие его от математического графа, но не противоречащие основным положениям дискретной математики.

Обозначим основные свойства графа механизма:

- каждое звено механизма имеет свой порядковый номер, следовательно, вершины графа механизма  $G (V, E)$  всегда будут помеченными, а сам граф помеченным (пронумерованным) графом;

- граф механизма всегда будет неориентированным графом, так как кинематическая пара не имеет направления, что выражается уравнением:

$$r = \{n_i, n_j\} = \{n_j, n_i\};$$

- между смежными звеньями может быть образована только одна кинематическая пара, следовательно, наличие кратных ребер в графе механизма недопустимо и граф механизма не может быть мультиграфом (граф, в котором есть кратные ребра, называется мультиграфом);

- звено не может образовать кинематическую пару само с собой, что выражается уравнением:

$$r = \{n_i, n_j\} = 0,$$

следовательно, в графе механизма петли недопустимы и граф механизма не может быть псевдографом (граф в котором есть и кратные ребра и петли называется псевдографом);

- неподвижная стойка всегда одна и всегда будет нулевым звеном  $n_0 = 1$ .

Общее количество вершин графа механизма всегда будет равно:

$$n_s = n + n_0 \text{ или } n_s = n + 1, \quad (2.1)$$

где  $n_s$  – общее количество звеньев механизма;

$n$  – количество подвижных звеньев механизма;

тогда можно записать:

$$n = \sum_{a=1}^m n_a. \quad (2.2)$$

Используя теорию графов также можно синтезировать новые структурные группы, тогда для построения графа структурной группы необходимо соединить ее внешние кинематические пары со стойкой, образуя ферму.

Граф исследуемой фермы будет частным случаем графа механизма и, следовательно, частным случаем математического графа. Весь математический аппарат (теоремы, следствия, леммы, алгоритмы и т.д.) будет применим для работы с графом исследуемой фермы.

Все кинематические цепи структурной группы после присоединения ее внешних кинематических пар к стойке станут замкнутыми, следовательно, ее граф всегда будет циклическим графом. В таком случае предметом исследования станет множество фундаментальных циклов графа (поскольку граф механизма или фермы, образованной на основе структурной группы, всегда является неориентированным графом), количество которых будет определяться цикломатическим числом  $\nu$  [7,8,11-14,44,51,101,102,111].

Под множеством фундаментальных циклов графа относительно остова этого графа понимается множество циклов, каждый из которых получается при добавлении к остову графа некоторого ребра графа, не принадлежащего остову графа [7,8,11-14,44,51,101,102,111].

Таким образом, фундаментальные циклы графа являются аналогами понятия независимых замкнутых контуров, а цикломатическое число  $\nu$ , соответственно, аналогом понятия числа независимых замкнутых контуров  $k$ .

В настоящее время нет четко сформулированных правил построения графов механизмов. Однако, как для синтеза механизмов, так и структурных групп

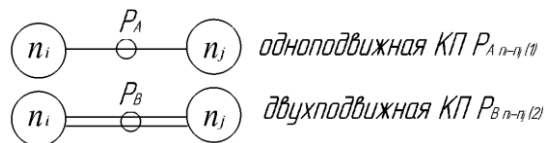
требуется разработка строгого, однозначного, но в то же время простого и понятного алгоритма построения их графа.

Определим алгоритм построения графа механизма [7,8,11-14,44].

При построении графов, обозначим их звенья  $\textcircled{i}$ , где  $i = 0,1,2,\dots$  - порядковый номер соответствующего звена.

Кинематические пары обозначим ребрами, соединяющими соответствующие звенья. Наименование пары записывается над соответствующим ребром графа заглавными латинскими буквами в скобках, указывается вид пары заглавными буквами русского алфавита, за скобкой арабской цифрой указывается подвижность пары, если она больше, либо равна двум.

Кинематические пары могут обладать разной подвижностью. Введем понятие «подребро ребра», при помощи которого графически изобразим подвижность кинематических пар:



Наименование кинематической пары записывается под ее обозначением заглавными латинскими буквами, далее указываются звенья, образующие пару, в скобках арабской цифрой указывается подвижность пары, если она больше, либо равна двум.

Например,  $P_{A\ n_a-n_b(1)}$  - одноподвижная кинематическая пара  $A$ , образованная звеньями  $n_a$  и  $n_b$ ;  $P_{B\ n_a-n_b(2)}$  - двухподвижная кинематическая пара  $B$ , образованная звеньями  $n_a$  и  $n_b$

Используем особенности механизмов, отличающие их граф от математического графа. Поскольку неподвижная стойка присутствует в любом механизме, и она всегда одна, тогда пусть нулевое звено  $n_0$  станет точкой отсчета в построении графа.

Способ построения заключается в последовательном выявлении смежности звеньев механизма и их расположения на определенных уровнях смежности,



начиная с неподвижной стойки.

Тогда алгоритм построения графа механизма (как частный случай – графа фермы структурной группы) будет выглядеть следующим образом: соединяем внешние кинематические пары структурной группы со стойкой, образуя ферму (граф исследуемой фермы будет частным случаем графа механизма).

Поскольку нулевой уровень смежности  $L_0$  состоит только из неподвижной стойки, тогда уровень смежности  $L_1$  сформируем из звеньев смежных с неподвижной стойкой.

Последующие уровни смежности  $L_i$  будут формироваться из звеньев, смежных со звеньями предыдущего уровня  $L_{i-1}$ .

Выделение уровней смежности продолжается до тех пор, пока все имеющиеся звенья не будут расположены на соответствующих им уровнях смежности.

Ребра графа могут соединять между собой либо звенья двух соседних уровней, либо звенья внутри самого уровня.

Рассмотрим примеры построения графов структурных групп в соответствии с предложенным алгоритмом.

Пусть необходимо построить граф структурной группы с параметрами:  $n=4$ ;  $p=p_1=6$  (рисунок 2.1.а).

В соответствии с алгоритмом соединяем внешние кинематические пары структурной группы со стойкой, получая ферму (рисунок 2.1.б).

Обозначаем звенья полученной фермы арабскими цифрами в порядке возрастания, кинематические пары – заглавными латинскими буквами.

Выделяем нулевой уровень смежности  $L_0$ , на котором расположена неподвижная стойка, затем выделяем первый уровень смежности  $L_1$ , сформированный из звеньев, смежных со стойкой (звенья 1,2).

Выделяем второй уровень смежности  $L_2$ , на котором располагаем звенья, смежные со звеньями первого уровня (звенья 3,4) (рисунок 2.1.в).

Соединяем звенья соответствующими ребрами (кинематическими парами). Над соответствующим ребром графа заглавными латинскими буквами указываем

наименование кинематической пары, в скобках указываем вид пары заглавными буквами русского алфавита, за скобкой арабской цифрой указываем подвижность пары (рисунок 2.1.в).

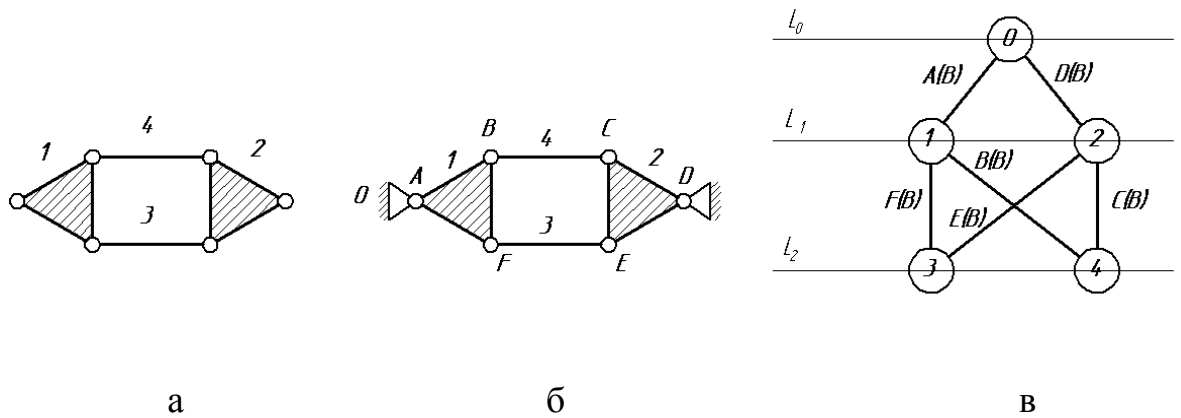


Рисунок 2.1: а – структурная группа; б – ферма на основе структурной группы; в – граф фермы

Рассматриваемые в работе плоские структурные группы имеют в своем составе в основном вращательные кинематические пары, поэтому, чтобы не загромождать граф, будем изображать его в виде (рисунок 2.2)

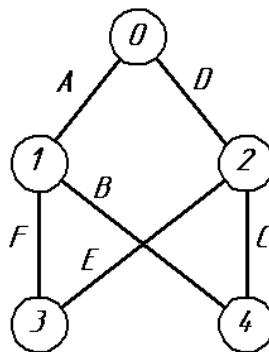


Рисунок 2.2 – Граф фермы

## 2.2. Применение теории графов для синтеза структурных групп

Построим математическую модель для синтеза структурных групп с использованием теории графов [7,8,11-14].

Предметом исследования являются плоские структурные группы, существующие в трехмерном трехподвижном пространстве, допускающем два

независимых поступательных движения вдоль осей  $x$  и  $y$  и одно вращательное вокруг оси  $z$ . Учитывая, что высшие двухподвижные кинематические пары могут быть заменены низшими одноподвижными парами ( $p=p_1$ ), тогда соотношение между количеством звеньев и количеством одноподвижных кинематических пар в структурной группе [96]:

$$p = \frac{3}{2}n. \quad (2.3)$$

Простейшей структурной группой, соответствующей (2.3), является двухповодковая диада (рисунок 2.3.а). Соединив ее внешние кинематические пары со стойкой, образуем ферму (рисунок 2.3.б). В соответствии с описанным выше алгоритмом граф фермы будет иметь вид (рисунок 2.3.в).

Построенный граф будет простым неориентированным эйлеровым графом [51,101,111], имеющим один замкнутый фундаментальный цикл.

При этом фундаментальный цикл будет стационарным, поскольку замкнут на неподвижную стойку, то есть  $v = v_{cm} = 1$ .

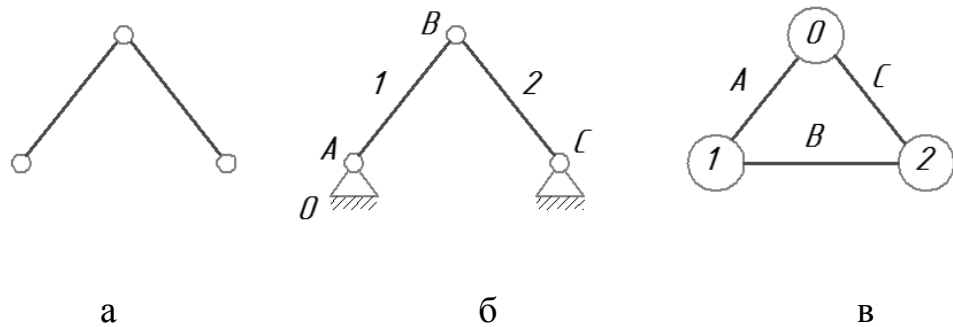


Рисунок 2.3: а – двухповодковая диада; б – ферма на основе диады; в – граф фермы

Количество фундаментальных циклов в любом графе определяется цикломатическим числом [7,8,11-14,44,51,101,111]:

$$v = p - n_s + 1, \quad (2.4)$$

где  $p$  – общее количество ребер графа (кинематических пар);

$n_s$  – общее количество вершин графа (звеньев).

Поскольку  $n_0 = 1$ , то

$$v = p - n. \quad (2.5)$$

Согласно теореме Эйлера, для эйлеровых графов [7,8,11-14,44,51,101,111], степень (вершинность) всех вершин эйлера графа будет четной.

При  $\nu = 1$  все вершины эйлера графа будут иметь степень равную двум.

Для диады  $\nu = \nu_{cm} = 1$ , следовательно, все ее звенья, включая стойку двухвершинны:  $deg n_0 = deg n_1 = deg n_2 = 2$ , то есть  $S = deg n_0 = 2$ .

Таким образом, при  $\nu = \nu_{cm} = 1$ , имеем:

$$\nu_{cm} = S - 1,$$

где  $S$  – число элементов кинематических пар, которыми кинематические цепи механизма присоединяются к стойке.

Если к имеющемуся графу диады добавить количество  $k$  фундаментальных стационарных циклов, то это с одной стороны – приведет к увеличению цикломатического числа  $\nu$  на эту величину  $k$ , с другой стороны – число элементов кинематических пар, которыми кинематические цепи механизма присоединяются к стойке, увеличится на эту же величину  $k$ .

Следовательно, если известно число  $S$ , то количество стационарных замкнутых фундаментальных циклов всегда будет определено

$$\nu_{cm} = S - 1 \text{ или } S = \nu_{cm} + 1. \quad (2.6)$$

Если к стационарному циклу присоединены еще несколько нестационарных замкнутых циклов, то их количество определяется цикломатическим числом  $\nu_{np}$ , равным разности между общим числом фундаментальных циклов  $\nu_{cm}$  и числом стационарных циклов  $\nu_{cm}$ .

$$\nu = \nu_{cm} + \nu_{np}. \quad (2.7)$$

Выражение (2.6) будет верно, как для структурных групп, так и для механизмов (граф механизма – частный случай математического графа).

В соответствии с теоремой Эйлера для графов [51,101,111], сумма степеней вершин графа равна удвоенному количеству его ребер, то есть

$$2p = \sum_{t=2}^m t\eta_t, \quad (2.8)$$

где  $p$  – общее количество ребер графа (кинематических пар);

$\eta_t$  - количество  $t$  – вершинных звеньев.

Разобьем ферму структурной группы на компоненты, выделив неподвижную стойку  $n_0$  с числом  $S$  элементов кинематических пар, которыми кинематические цепи механизма присоединяются к ней и количество звеньев с нечетной степенью (вершинностью)  $\eta_\beta$ .

Согласно следствию из теоремы Эйлера [7,8,11-14,44,51,101,111], в любом графе число вершин с нечетной степенью (вершинностью) четно. Таким образом, можно сформулировать правило:

– если в графе числом  $S$  элементов кинематических пар, которыми кинематические цепи механизма присоединяются к стойке – четно, то количество звеньев с нечетной степенью (вершинностью)  $\eta_\beta$  всегда будет четно.

– если в графе числом  $S$  элементов кинематических пар, которыми кинематические цепи механизма присоединяются к стойке – нечетно, то количество звеньев с нечетной степенью (вершинностью)  $\eta_\beta$  всегда будет нечетно.

Объединим уравнения (2.3) – (2.8) и условия правила в систему (2.9) получим математическую модель для синтеза структурных групп:

$$\left\{ \begin{array}{l} p = \frac{3}{2}n; \\ v = p - n; \\ S = v_{cm} + 1; \\ v = v_{cm} + v_{np}; \\ \text{если } S = 2r, \text{ тогда } \eta_\beta = 2h; \\ \text{если } S = 2r + 1, \text{ тогда } \eta_\beta = 2h + 1. \end{array} \right. \quad (2.9)$$

где  $r = 1, 2, 3, \dots$ ,  $h = 1, 2, 3, \dots$

Используя математическую модель (2.9), составим таблицу 2.1 соотношения элементов структурных групп и с ее помощью проведем их синтез.

Таблица 2.1 - Соотношение элементов структурной группы

$n$	2	4	6			8				
$p$	3	6	9			12				
$v$	1	2	3			4				
$v_{cm}$	1	1	2	1	2	3	1	2	3	4
$v_{np}$	0	1	0	2	1	0	3	2	1	0
$S$	2	2	3	2	3	4	2	3	4	5
$\eta_\beta$	0	2	1	2 или 4	1 или 3	2	2 или 4	1 или 3	2 или 4	1 или 3

Проиллюстрируем на примерах работу предлагаемого метода синтеза.

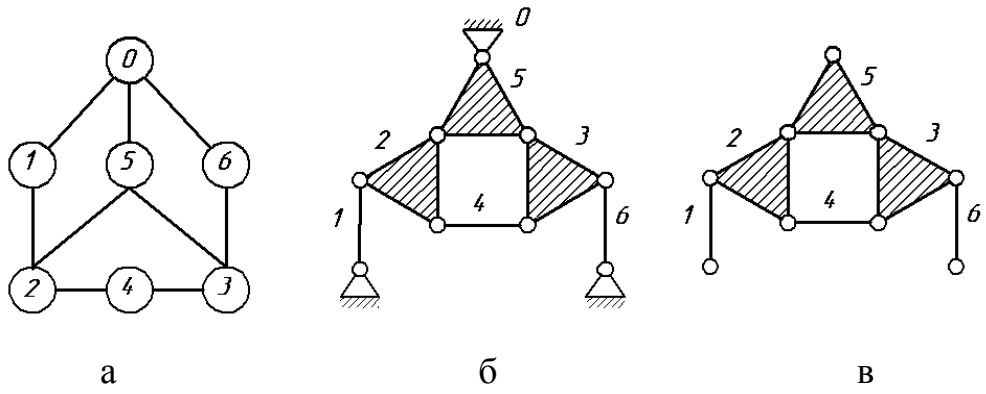
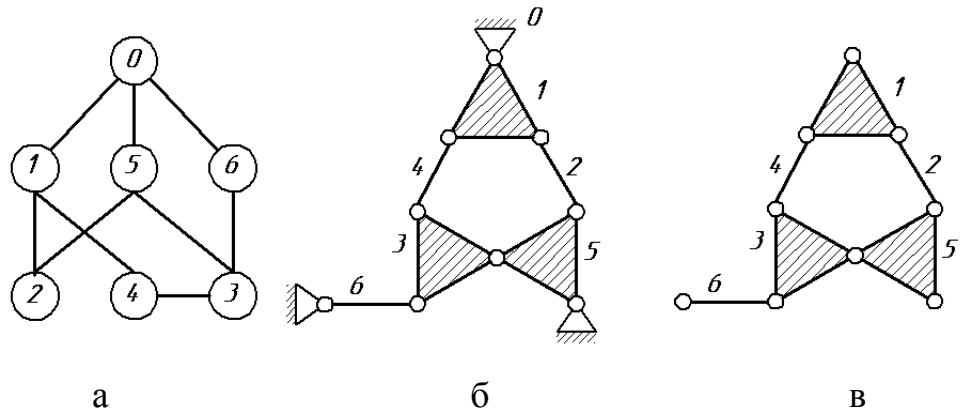
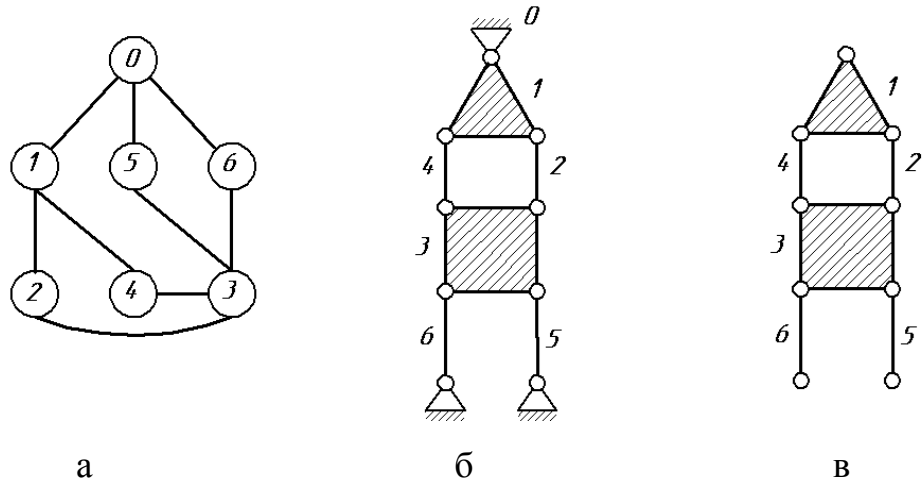
Синтезируем структурную группу с параметрами:  $n = 6; p = 9; v = 3;$

$v_{cm}=2; v_{np}=1; S=3; \eta_{\beta}=1$  или 3.

Определим соотношение вершин звеньев:

$\eta_2$	4	3
$\eta_3$	1	3
$\eta_4$	1	0

В соответствии с исходными данными строим граф (рисунок 2.4.а) и на его основе рисуем ферму (рисунок 2.4.б), а затем, отбрасывая стойку, получаем синтезированную структурную группу (рисунок 2.4.в).



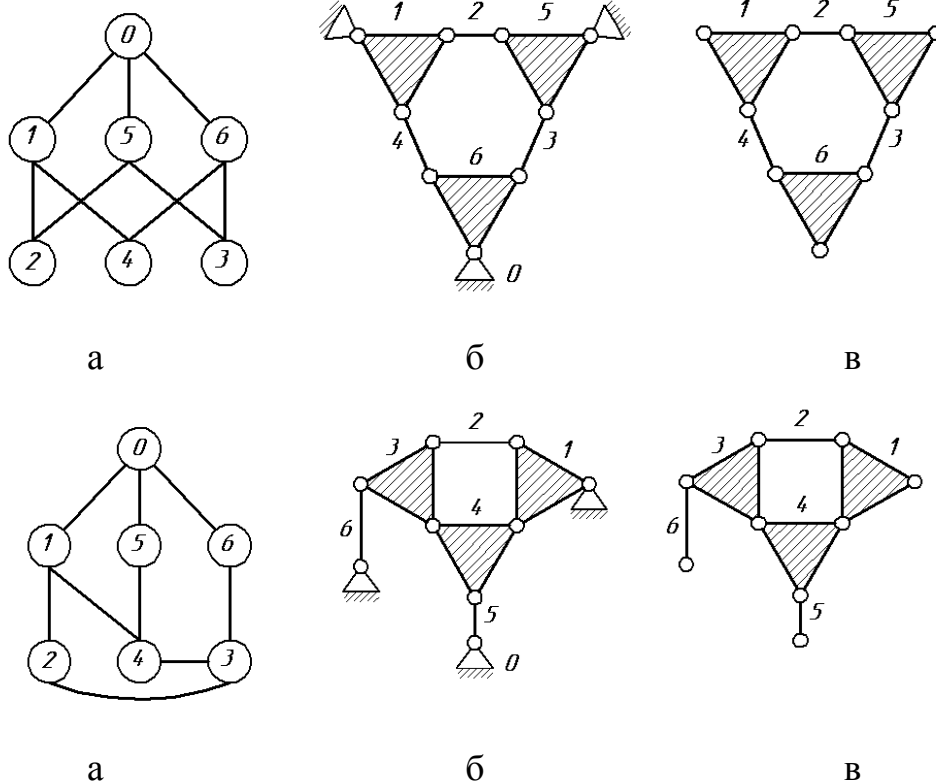


Рисунок 2.4: а - граф фермы; б – ферма структурной группы, в – синтезированная структурная группа

Все возможные структурные группы с требуемыми параметрами синтезированы [3,7,8,11-14,44,51,72,100,101].

Аналогичным образом можно синтезировать любые другие структурные группы с заданными в соответствии с таблицей 2.3 параметрами.

Используя предложенный метод синтеза структурных групп, можно легко синтезировать все возможные кинематические цепи, удовлетворяющие сформулированным требованиям.

Как видно из вышесказанного, синтез структурных групп является перспективной научной задачей в условиях широкого внедрения формализованных методов целенаправленного проектирования машин и механизмов.

### 2.3. Применение теории графов для синтеза механизмов

Построим математическую модель для синтеза и анализа механизмов на

основе теории графов [7,8,11-14,44,45].

Согласно теореме Эйлера [51,101,111]: сумма степеней вершин графа равна удвоенному числу его ребер. В соответствии с ранее введенными понятиями и учитывая выражение (2.8), получим:

$$p = \frac{1}{2} \sum_{a=0}^m t_{n_a},$$

или

$$2p = t_{n_0} + \sum_{a=1}^m t_{n_a}, \quad (2.10)$$

где  $t_{n_0}$  - число элементов кинематических пар, которыми кинематические цепи механизма присоединяются к стойке.

Если граф механизма замкнут и состоит только из замкнутых контуров, то вершинность любого звена будет больше двух:

$$t_{n_i} \geq 2.$$

Общее количество кинематических пар механизма и общее количество ребер графа механизма будет одинаковым:

$$p = \sum_{i=1}^{P-1} P_i, \quad (2.11)$$

где  $P_i$  – количество  $i$ - подвижных кинематических пар;

$P$  – подвижность пространства, в котором существует синтезируемый механизм.

Если механизм имеет один двигатель, то этот двигатель должен быть закреплен на стойке и входное звено должно всегда составлять кинематическую пару со стойкой и быть стационарным.

Если контур состоит только из подвижных звеньев, то для исключения лишних связей должен существовать дополнительный двигатель, который закреплен на одном из подвижных звеньев или на стойке.

Таким образом, в одноподвижном механизме подвижных контуров быть не может. Если такие контуры есть, то механизм должен иметь несколько степеней



свободы.

$$\text{При } \begin{cases} W = 1 & v = v_{\text{ст}}; \\ W > 1 & v = v_{\text{ст}} + v_{\text{п}}. \end{cases} \quad (2.12)$$

Число элементов кинематических пар, которыми кинематические цепи механизма присоединяются к стойке, всегда будет на единицу больше общего количества стационарных контуров, в противном случае контуры будут незамкнутыми.

$$t_{n_0} = v_{\text{ст}} + 1. \quad (2.13)$$

Пусть исследуемый механизм находится в пространстве, которое допускает  $\Pi$  видов простейших независимых перемещений и содержит  $n$  подвижных звеньев.

Объединяя звенья с помощью кинематических пар в кинематические цепи, из которых в дальнейшем строится механизм, тем самым накладываем на них связи  $S$ , а, следовательно, лишаем их былой подвижности. С учетом сказанного подвижность  $W$  механизма определится как разность между суммарным числом степеней свободы всех звеньев  $W_{\Sigma}$  и числом наложенных на них кинематическими парами связей [96]:

$$W = W_{\Sigma} - S.$$

Преобразуем последнее выражение в соответствии с [96]:

$$W = \Pi \cdot n - \sum_{i=1}^{\Pi-1} (\Pi - i)p_i, \quad (2.14)$$

где  $\Pi$  – подвижность пространства, в котором существует механизм;

$i$  – подвижность кинематической пары;

$p_i$  – количество пар  $i$ -й подвижности в исследуемом механизме;

$n$  – количество подвижных звеньев механизма.

Поскольку исследуемые нами механизмы будут иметь только замкнутые контура, представим выражение (2.14) в другом виде [96].

Пусть исследуемый механизм существует в пространстве, которое допускает  $\Pi$  видов простейших перемещений и содержит  $k$  независимых контуров. Тогда подвижность механизма можно определить, как разность между

суммарной подвижностью кинематических пар, входящих в него, и числом связей, которые налагаются присоединяемыми контурами.

$$W = \sum_{i=1}^p W_{\text{КП}i} - \sum_{q=1}^k S_q,$$

где  $W_{\text{КП}i}$  – подвижность  $i$ -й кинематической пары;

$S_q$  – число налагаемых связей  $q$ -тым независимым контуром;

$p$  – количество кинематических пар в механизме;

$k$  – количество независимых замкнутых контуров аналогичное понятию количества стационарных фундаментальных циклов  $\nu$  для графа механизма.

Преобразуя последнее выражение получим

$$W = \sum_{i=1}^{\Pi-1} i p_i - k\Pi. \quad (2.15)$$

При работе с графом механизма представим первое слагаемое в виде:

$$\sum_{i=1}^{\Pi-1} i p_i = G, \quad (2.16)$$

где  $i$  – подвижность кинематической пары или, что то же самое, количество подребер в ребре графа;

$p_i$  – количество ребер с одинаковым числом подребер.

Тогда формула (2.16) будет определять общее количество подребер во всем графе механизма.

Если механизм имеет несколько контуров, то общее количество подребер будет равно сумме подребер по контурам:

$$G = \sum_{k=1}^m G_k.$$

Таким образом, в соответствии с развиваемым подходом, подвижность механизма определим по формуле (2.17)

$$W = G - \nu \cdot \Pi. \quad (2.17)$$

Применение теории графов при анализе механизмов облегчает процесс выделения структурных групп, для чего необходимо анализ механизма начинать с

определения входного звена. Под входным звеном механизма  $n_{\text{вх}}$  будем понимать звено, на которое воздействует двигатель, приводящий в движение механизм.

Далее определяем первый входной контур, в котором присутствует входное звено. Подвижность этого контура определяем, используя выражение (2.17).

Поскольку структурные группы имеют подвижность равную нулю, – подвижность входного контура будет определять подвижность всего механизма. Для одноподвижного механизма, согласно (2.17) получим:

$$1 = G_{\text{вх}} - \nu \cdot П.$$

При  $k = 1$

$$G_{\text{вх.к}} = 1 + П.$$

Если группа Ассура входит во входной контур, то количество подребер во входном контуре будет на единицу больше подвижности пространства, в котором существует механизм.

Тогда можно утверждать, что общее количество подребер в контуре определится по формуле:

$$G_k = k \cdot П.$$

Однако, если группа Ассура многозвенна и входит в несколько контуров, тогда для выделения этой группы следует объединять смежные контура, до тех пор, пока количество подребер, за исключением тех, которые уже входили в рассматриваемые контура, не станет кратно  $П$ .

Механизм, имеющий одну степень свободы должен иметь и один двигатель, и, следовательно, одно входное звено  $n_{\text{вх}}$ .

$$W = n_{\text{вх}},$$

если  $W > n_{\text{вх}}$ , то это показывает наличие дополнительных двигателей, играющих роль управляющих или выполняющих другие функции.

Объединив выражения (2.2), (2.5), (2.7), (2.10), (2.11), (2.13), (2.16), (2.17) в единую систему уравнений, получим математическую модель для синтеза механизмов и построения графа механизмов:

$$\left\{ \begin{array}{l} W = G - v \cdot \Pi; \\ p = \sum_{i=1}^{\Pi-1} P_i; \\ v = p - n; \\ n = \sum_{a=1}^m n_a; \\ v = v_{CT} + v_{\Pi}; \\ t_{n_0} = v_{CT} + 1; \\ 2p = t_{n_0} + \sum_{a=1}^m t_{n_a}; \\ G = \sum_{i=1}^{\Pi-1} i p_i. \end{array} \right. \quad (2.18)$$

Система уравнений (2.18) в полной мере описывает любой механизм в общем виде и полностью адаптирована для работы с графами механизма. С ее помощью можно как проводить анализ, так и синтез механизмов.

### 2.3.1. Синтез одноконтурных механизмов

Сформулируем условия синтеза. Пусть необходимо синтезировать плоский ( $\Pi = 3$ ) одноподвижный ( $W = 1$ ) одноконтурный ( $v_{cm} = 1$ ) механизм с низшими кинематическими парами.

Предлагается целенаправленный синтез плоских рычажных механизмов проводить с помощью, разработанной структурной математической модели (2.18), которая примет вид:

$$\left\{ \begin{array}{l} 1 = G - 1 \cdot 3; \\ p = \sum_{i=1}^{\Pi-1} p_1; \\ 1 = p - n_2; \\ n = \sum_{a=1}^m n_2; \\ 1 = v_{CT} + v_{\Pi}; \\ t_{n_0} = v_{CT} + 1; \\ 2p = t_{n_0} + 2 \cdot n_2; \\ G = \sum_{i=1}^{\Pi-1} p_1. \end{array} \right.$$

Решая последнюю систему уравнений, получим:

$$\left\{ \begin{array}{l} p = p_1 = 4; \\ n = n_2 = 3; \\ G = 4; \\ v_{CT} = 1; \\ v_{\Pi} = 0; \\ t_{n_0} = 2. \end{array} \right.$$

Таким образом, синтезируемые механизмы должны быть одноподвижными ( $W=1$ ), иметь три двухвершинных подвижных звена ( $n_2 = 3$ ), два присоединения к стойке ( $t_{n_0}=2$ ) и четыре одноподвижных кинематических пары ( $p_1 = 4$ ).

Граф синтезируемого механизма должен иметь четыре ребра ( $G=4$ ), один стационарный контур ( $v_{CT} = 1$ ), три двухвершинных подвижных звена ( $n_2=3$ ) и два присоединения к стойке ( $t_{n_0}=2$ ) (рисунок 2.5)

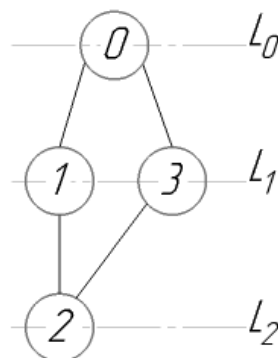


Рисунок 2.5 - Граф механизма

В качестве одноподвижных кинематических пар используем поступательные, вращательные и винтовые.

Найдем количество формальных устройств, которые соответствуют условиям синтеза и найденным решениям [27,29,69].

Общее количество возможных разновидностей устройств (механизмов)  $C$ , состоящих из числа  $l$  кинематических пар ( $l=4$ ), образуемых из  $q$  видов кинематических пар различного конструктивного исполнения ( $q=3$ ), в соответствии с [27], определится

$$C = q^l. \quad (2.19)$$

Применительно к сформулированным условиям синтеза, формула (2.19) примет вид:

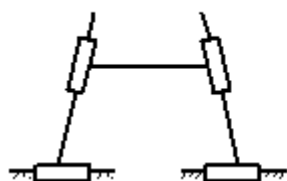
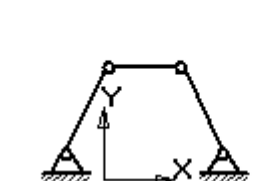
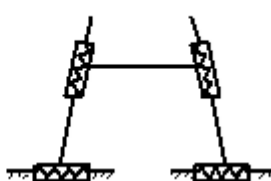
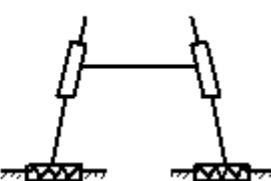
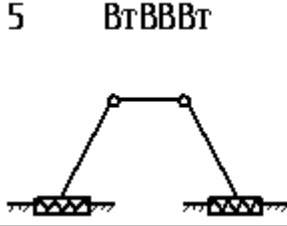
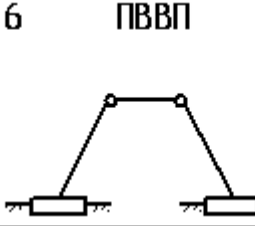
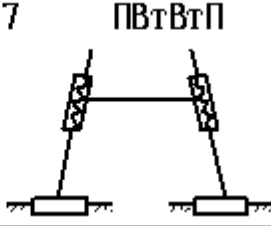
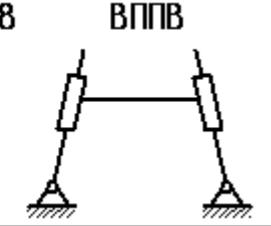
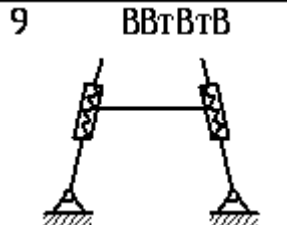
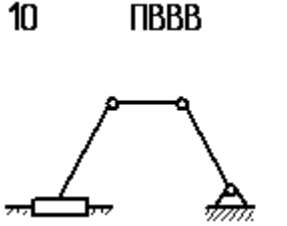
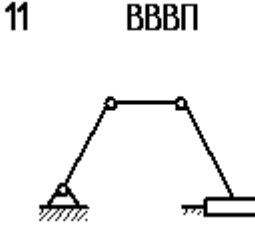
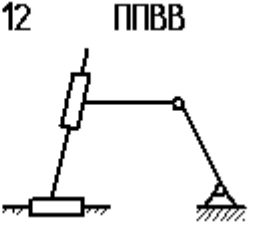
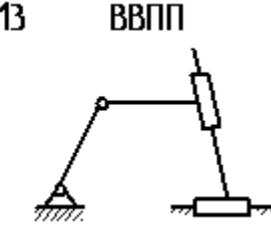
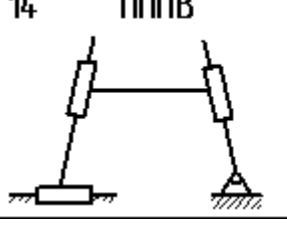
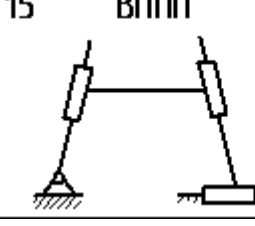
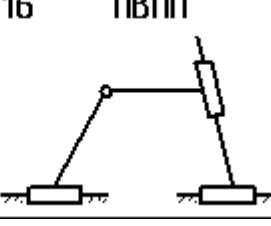
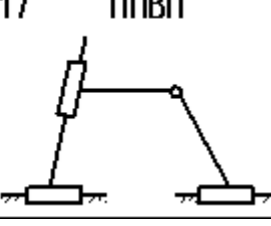
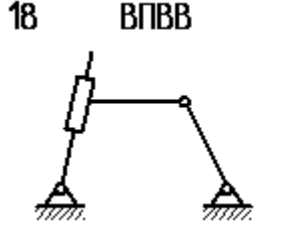
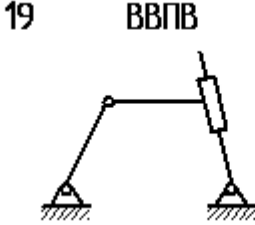
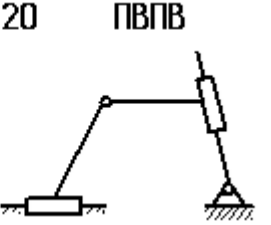
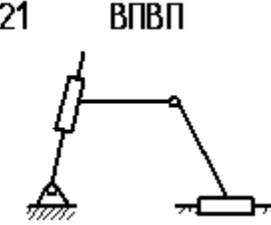
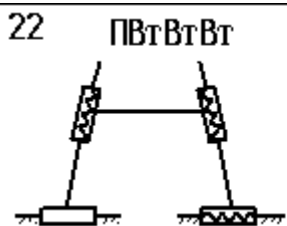
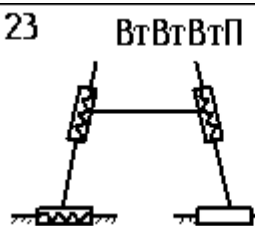
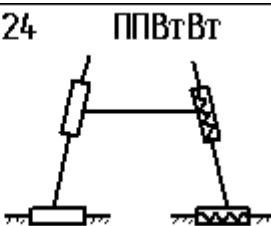
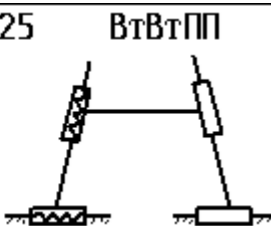
$$C=3^4=81.$$

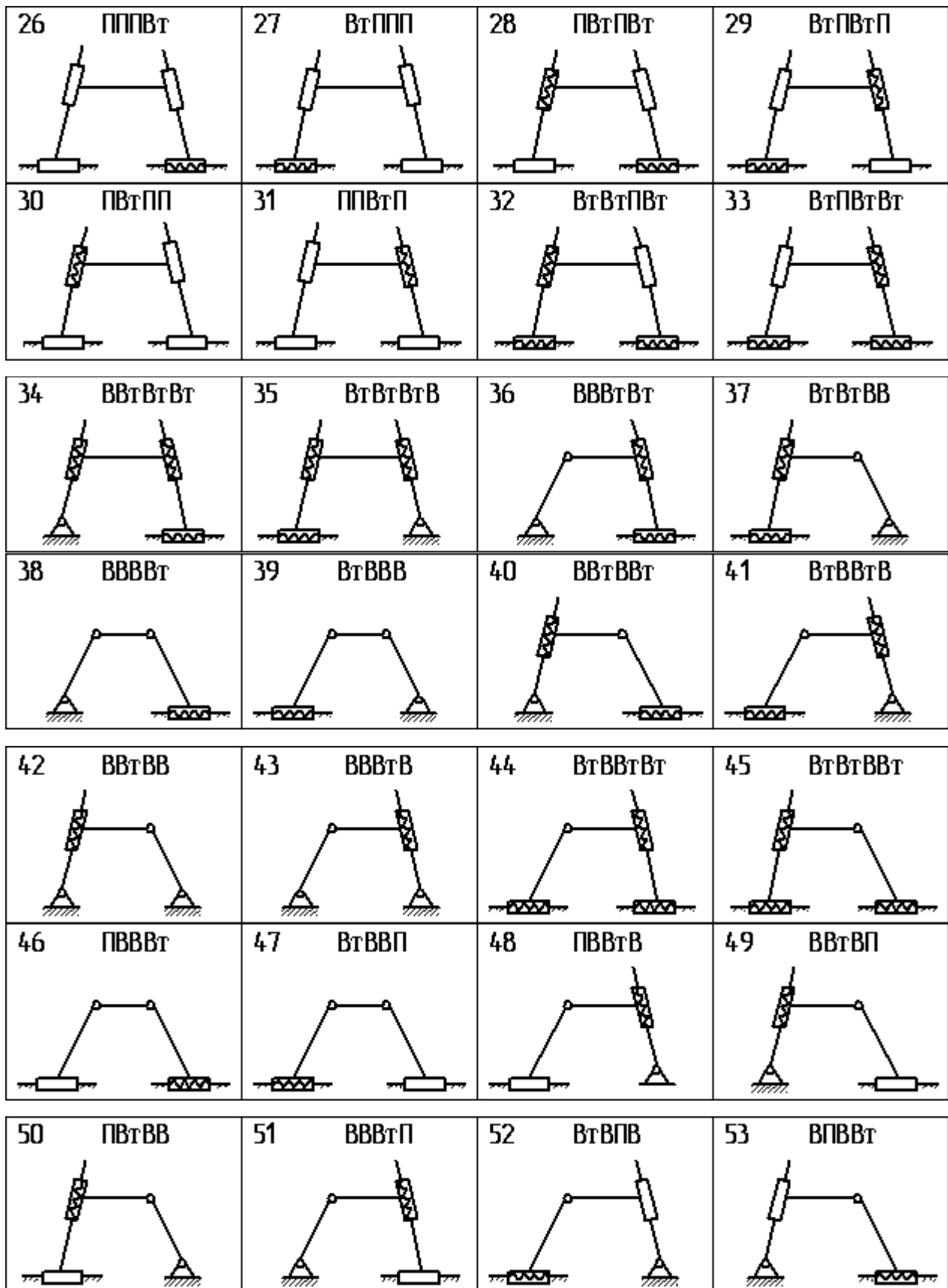
Таким образом, формально можно создать восемьдесят одно устройство.

Располагая различным образом кинематические пары, получим все возможные их сочетания – ПВВВ, ВВВП, ППВВ, ВВПВ, ПППВ, ВППВ, ПВПП, ППВП, ВПВВ, ВВПВ, ПВПВ, ВПВП, ПВтВтВт, ВтВтВтП, ППВтВт, ВтВтПП, ПППВт, ВтППП, ПВтПВт, ВтПВтП, ПВтПП, ППВтП, ВтВтПВт, ВтПВтВт, ВВтВтВт, ВтВтВтВ, ВВВтВт, ВтВтВВ, ВВВВт, ВтВВВ, ВВтВВт, ВтВВтВ, ВВтВВ, ВВВтВ, ВтВВтВт, ВтВтВВт, ПВВВт, ВтВВП, ПВтВВ, ВВВтП, ВтВПВ, ВПВВт, ВтПВВ, ВВПВт, ППВВт, ВтВПП, ППВтВ, ВВтПП, ПВтПВ, ВПВтП, ВтППВ, ВППВт, ВтПВП, ПВПВт, ПВВтВт, ВтВтВП, ПВтВВт, ВтВВтП, ПВтВтВ, ВВтВтП, ВтПВтВ, ВВтПВт, ВПВтВт, ВтВтПВ, ПВВтП, ПВтВП, ВВтПВ, ВПВтВ, ВтПВВт, ВтВПВт, ПППП, ВВВВ, ВтВтВтВт, ВтППВт, ВтВВВт, ПВВП, ПВтВтП, ВППВ, ВВтВтВ, где П – поступательная кинематическая пара, В – вращательная, а Вт – винтовая.

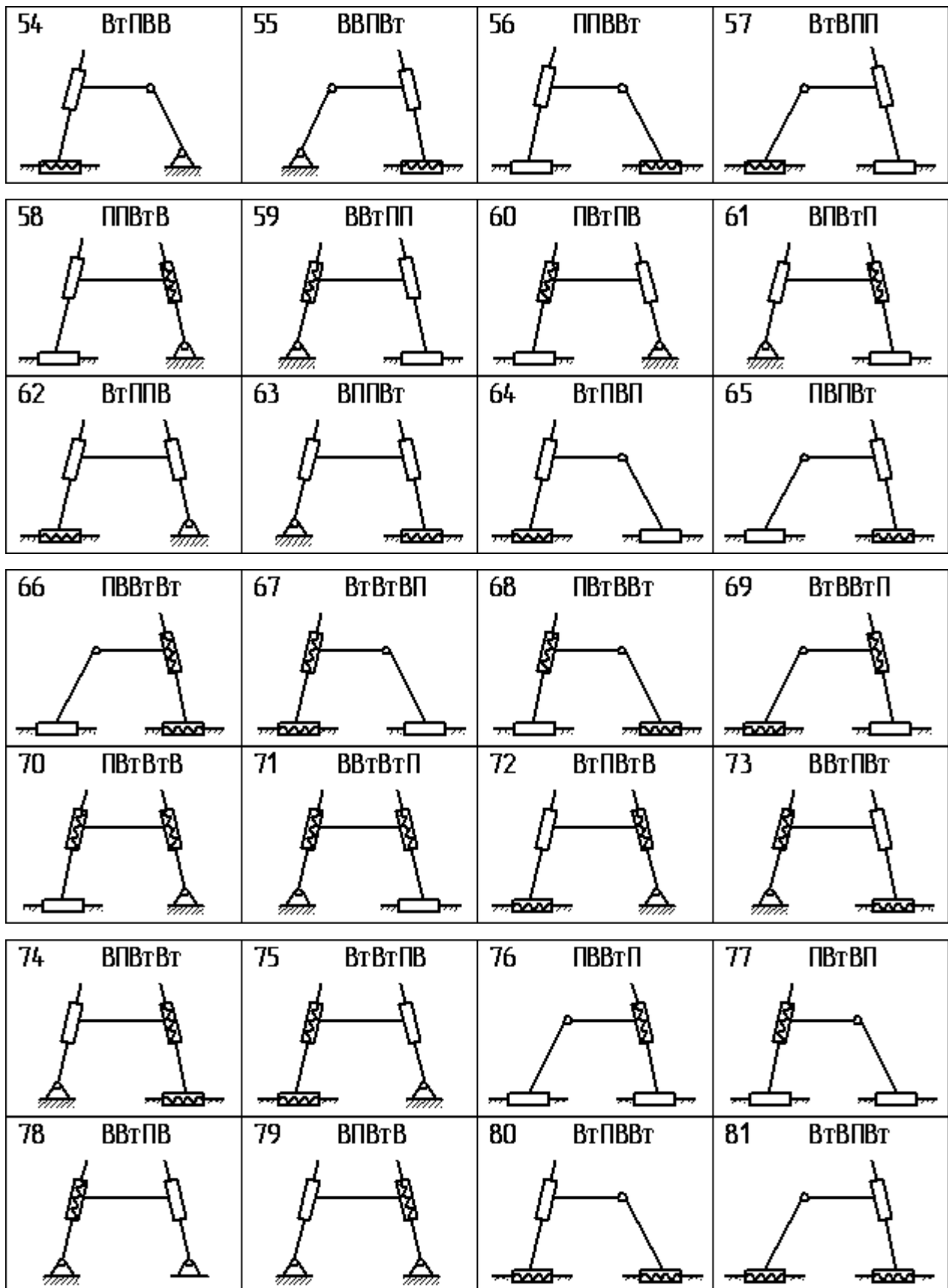
Структурные схемы механизмов, соответствующие приведенным выше сочетаниям приведены в таблице 2.2.

Таблица 2.2 – Формальные устройства

1 ПППП 	2 ВВВВ 	3 ВтВтВтВт 	4 ВтПВт 
5 ВтВВВт 	6 ПВВП 	7 ПВтВтП 	8 ВППВ 
9 ВВтВтВ 			
10 ПВВВ 	11 ВВВП 	12 ППВВ 	13 ВВПП 
14 ПППВ 	15 ВППП 	16 ПВПП 	17 ППВП 
18 ВПВВ 	19 ВВПВ 	20 ПВПВ 	21 ВПВП 
22 ПВтВтВт 	23 ВтВтВтП 	24 ППВтВт 	25 ВтВтПП 





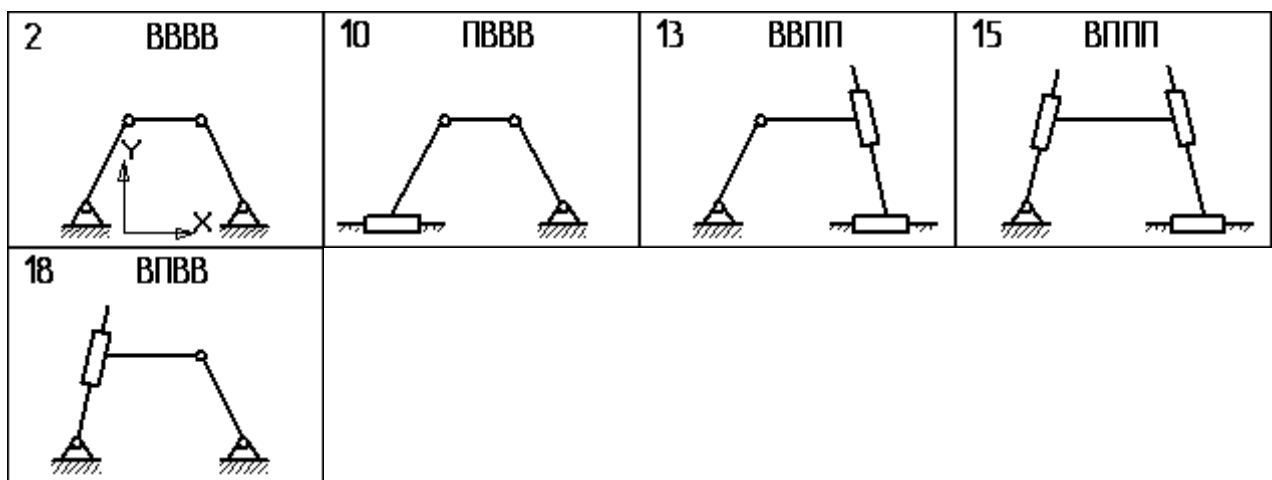


Наиболее часто используется вращательный привод, поэтому при анализе

таблицы 2.2 ограничимся механизмами, преобразующими вращательное движение в поступательное. Из данных таблицы 2.2 следует, что заданным условиям соответствуют механизмы 2,10,11,12,13,14,15,18,19.

Анализ таблицы 2.2 показал наличие попарно симметричных механизмов, 10 и 11, 12 и 13, 14 и 15, 18 и 19, имеющих одинаковую структуру, а, значит, их структурные, кинематические и динамические свойства. Исключив симметричные механизмы, количество перспективных устройств сократится до пяти, представленных в таблице 2.3

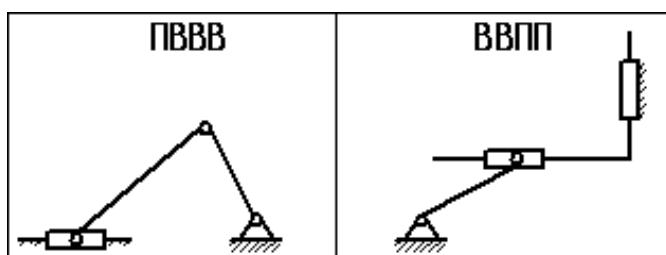
Таблица 2.3 – Синтезированные механизмы



Окончательный выбор рациональной структурной схемы синтезированного исполнительного механизма определится ее кинематическими, динамическими и технологическими свойствами.

В настоящее время из пяти перспективных схем наиболее широкое применение находят схемы 10 и 13, которые обычно имеют следующие модификации (табл.2.4):

Таблица 2.4 – Модификации синтезированных схем



### 2.3.2. Синтез двухконтурных механизмов

Используя предложенную методику синтеза механизмов, основанную на построении графа механизма с учетом разработанной математической модели, были синтезированы и зарегистрированы как объекты интеллектуальной собственности новые структурные схемы механизмов с одной степенью свободы, преобразующие вращательное движение в возвратно-поступательное (пат. 110131, пат. 109796, пат. №2463477, пат. №2474696) [80,81,83,84].

Сформулируем условия синтеза различных двухконтурных механизмов.

Пусть необходимо синтезировать плоский ( $\Pi=3$ ) одноподвижный ( $W=1$ ) двухконтурный ( $v_{cm}=2$ ) механизм с низшими кинематическими парами ( $p=p_I=7$ ), состоящий из пяти подвижных звеньев ( $n=5$ ) и имеющий три присоединения к стойке ( $t_{n_0}=3$ ).

Структурная математическая модель (2.18) примет вид:

$$\left\{ \begin{array}{l} 1 = G - 2 \cdot 3; \\ p = \sum_{i=1}^{\Pi-1} p_i = 7; \\ 2 = p - n; \\ 5 = n_2 + n_3; \\ 2 = v_{ст} + v_{\Pi}; \\ 3 = v_{ст} + 1; \\ 2 \cdot 7 = 3 + 2 \cdot n_2 + 3 \cdot n_3; \\ G = \sum_{i=1}^{\Pi-1} p_i. \end{array} \right.$$

Решая последнюю систему уравнений получим:

$$\left\{ \begin{array}{l} p = p_1 = 7; \\ G = 7; \\ v_{ст} = 2; \\ v_{\Pi} = 0; \\ t_{n_0} = 3. \end{array} \right.$$

Учитывая четвертое уравнение системы, примем  $n_3 = 1$ , тогда, в соответствии с седьмым уравнением системы:

$$n_2 = \frac{2 \cdot 7 - 3 - 3 \cdot 1}{2} = 4,$$

конечное решение имеет вид:

$$\begin{cases} p = p_1 = 7; \\ G = 7; \\ v_{\text{ст}} = 2; \\ v_{\text{п}} = 0; \\ t_{n_0} = 3; \\ n_3 = 1; \\ n_2 = 4. \end{cases}$$

Таким образом, синтезируемые механизмы должны быть одноподвижными ( $W=1$ ), иметь одно трехвершинное звено ( $n_3=1$ ), четыре двухвершинных подвижных звена ( $n_2=4$ ), три присоединения к стойке ( $t_{n_0}=3$ ) и семь одноподвижных кинематических пар ( $p_1 = 7$ ).

Граф синтезируемого механизма должен иметь семь ребер ( $G=7$ ), два стационарных контура ( $v_{\text{ст}} = 2$ ), одно трехвершинное звено ( $n_3=1$ ), четыре двухвершинных подвижных звена ( $n_2=4$ ), три присоединения к стойке ( $t_{n_0}=3$ ) (рисунок 2.6)

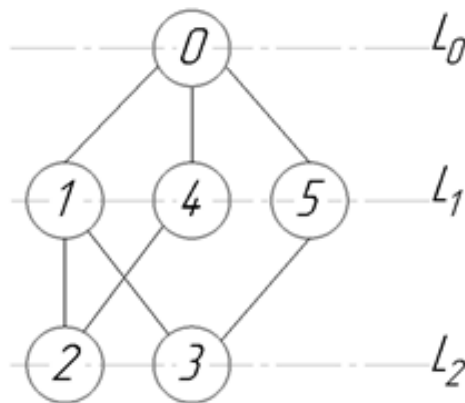


Рисунок 2.6 - Граф механизма

Найдем количество формальных устройств, которые соответствуют сформулированным условиям синтеза, с учетом сделанных допущений, и найденным решениям.

В качестве одноподвижных кинематических пар используем – поступательные и вращательные.

Общее количество  $l$  кинематических пар, образуемых из  $q$  видов кинематических пар различного конструктивного исполнения ( $q=2$ ), равно семи ( $l=7$ ), тогда в соответствии с формулой (2.19), общее количество возможных формальных устройств равно:

$$C=2^7=128.$$

Пример механизма, соответствующего графу, представленному на рисунке 2.6, имеет следующий вид (рисунок 2.7)

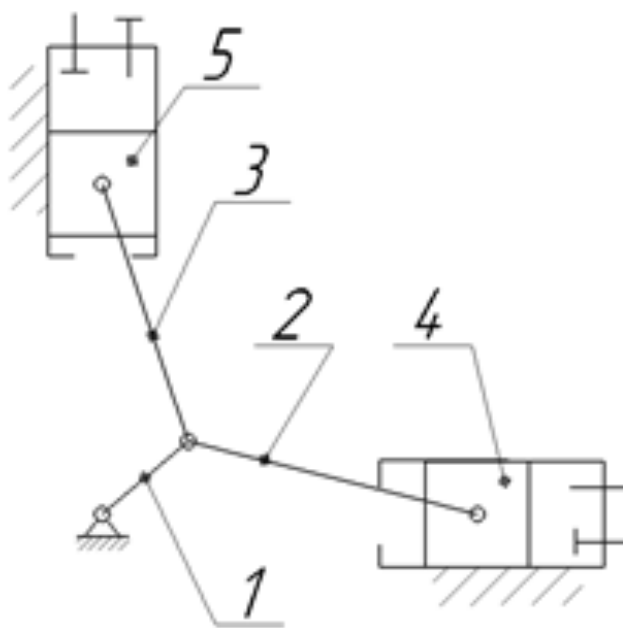


Рисунок 2.7 - Синтезированный механизм для преобразования вращательного движения в возвратно-поступательное с одной степенью свободы:

1 – кривошип; 2,3 – шатуны; 4,5 - поршни

Рассмотрим другой вариант синтезируемого двухконтурного механизма.

Сформулируем условия синтеза.

Пусть необходимо синтезировать плоский ( $II = 3$ ) одноподвижный ( $W = 1$ ) двухконтурный ( $v_{cm}=2$ ) механизм, имеющий в своем составе шесть кинематических пар ( $p=6$ ), одна из которых двухподвижна ( $p_2=1$ ), состоящий из пяти подвижных звеньев ( $n=5$ ) и имеющий три присоединения к стойке ( $t_{n_0}=3$ ).

Подставив исходные данные в структурную математическую модель (2.18), получим (2.20):

$$\left\{ \begin{array}{l} p = \frac{1}{2}(3n_3 + 2n_2 + t_{n0}); \\ n = n_3 + n_2; \\ p = p_1 + p_2; \\ 2 = p - n; \\ 1 = p_1 + 2p_2 - 6; \\ G = p_1 + 2p_2; \\ 3 = v_{cm} + 1; \\ 2 = v_{cm} + v_n. \end{array} \right. \quad (2.20)$$

Преобразуем полученную математическую модель (2.20), подставив второе уравнение модели в первое, а третье – в пятое, получим (2.21):

$$\left\{ \begin{array}{l} p = \frac{1}{2}n_3 + n + \frac{1}{2}t_{n0}; \\ n = n_3 + n_2; \\ p = p_1 + p_2; \\ p - n = 2; \\ 1 = p + p_2 - 6; \\ G = p_1 + 2p_2; \\ 3 = v_{cm} + 1; \\ 2 = v_{cm} + v_n. \end{array} \right. \quad (2.21)$$

Подставив четвертое уравнение модели (2.21) в первое, получим соответственно (2.22):

$$\left\{ \begin{array}{l} 2 = \frac{1}{2}(n_3 + t_{n0}); \\ n = n_3 + n_2; \\ p = p_1 + p_2; \\ p - n = 2; \\ p + p_2 = 7; \\ G = p_1 + 2p_2; \\ 3 = v_{cm} + 1; \\ 2 = v_{cm} + v_n. \end{array} \right. \quad (2.22)$$

Таким образом, конечная математическая модель для синтеза механизмов с учетом сформулированных исходных данных будет иметь вид (2.23):

$$\left\{ \begin{array}{l} 4 = n_3 + t_{n0}; \\ n = n_3 + n_2; \\ p = p_1 + p_2; \\ p - n = 2; \\ p + p_2 = 7; \\ G = p_1 + 2p_2; \\ v_{cm} = 2; \\ v_n = 0. \end{array} \right. \quad (2.23)$$

Пусть количество трехвершинных подвижных звеньев равно одному ( $n_3=1$ ), тогда в соответствии с первым уравнением математической модели (2.13), синтезируемые машины должны иметь три присоединения к стойке ( $t_{n0}=3$ ).

Пусть количество двухподвижных кинематических пар равно одной ( $p_2=1$ ), тогда в соответствии с пятым уравнением модели (2.23), общее число кинематических пар равно шести ( $p=6$ ).

Тогда решая остальные уравнения математической модели (2.23) с учетом сделанных допущений, получим:

- из четвертого уравнения модели определим, что общее число подвижных звеньев равно четырем ( $n=4$ );
- в соответствии с третьим уравнением модели число одноподвижных кинематических пар равно пяти ( $p_1=5$ );
- решая второе уравнение модели, получим, что число двухподвижных звеньев в синтезируемых машинах равно трем ( $n_2=3$ ).

Тогда конечное решение имеет вид:

$$\left\{ \begin{array}{l} p_1 = 5; \\ p_2 = 1; \\ G = 7; \\ v_{ст} = 2; \\ v_{п} = 0; \\ t_{n_0} = 3; \\ n_3 = 1; \\ n_2 = 3. \end{array} \right.$$

Таким образом, синтезируемые механизмы должны быть одноподвижными ( $W=1$ ), иметь одно трехвершинное звено ( $n_3=1$ ), три двухвершинных подвижных

звена ( $n_2=3$ ), три присоединения к стойке ( $t_{n_0}=3$ ), пять одноподвижных кинематических пар ( $p_1 = 5$ ) и одну двухподвижную ( $p_2=1$ ).

Граф синтезируемого механизма должен иметь семь ребер ( $G=7$ ), два стационарных контура ( $v_{ст} = 2$ ), одно трехвершинное звено ( $n_3=1$ ), три двухвершинных подвижных звена ( $n_2=3$ ), три присоединения к стойке ( $t_{n_0}=3$ ) (рисунок 2.8)

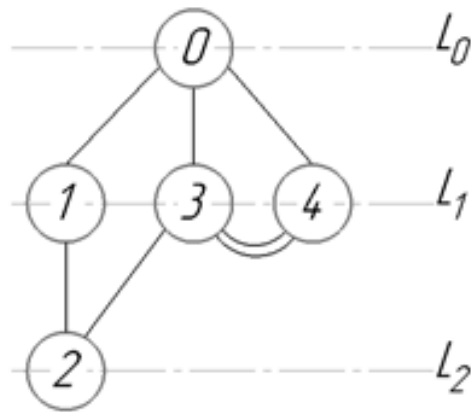


Рисунок 2.8 – Граф синтезированного механизма

Найдем количество формальных устройств, которые соответствуют сформулированным условиям синтеза, с учетом сделанных допущений, и найденных решений.

В качестве одноподвижных кинематических пар используем поступательные, вращательные, а в качестве двухподвижных – зубчатое зацепление (высшие кинематические пары).

Общее количество  $l$  кинематических пар, образуемых из  $q$  видов кинематических пар различного конструктивного исполнения ( $q=3$ ), равно шести ( $l=6$ ), тогда в соответствии с формулой (2.19), общее количество возможных формальных устройств равно:

$$C=3^6=729.$$

Применительно к практике, в качестве перспективного было выбрано следующее устройство, зарегистрированное как объект интеллектуальной собственности [81,84] (рисунок 2.9).



Представленный на рисунке 2.9 механизм существует в трехподвижном пространстве ( $\Pi=3$ ), в своем составе имеет четыре подвижных звеньев ( $n=4$ ), в том числе одно трехвершинное звено 3 ( $n_3=1$ ) и три двухвершинных звена 1,2,4 ( $n_2=3$ ), за базовое звено принято звено 3, следовательно, вершинность базового звена равна трем ( $T=3$ ). В составе синтезированного механизма шесть кинематических пар ( $p=6$ ), в том числе пять одноподвижных ( $p_1=5$ ) и одна двухподвижная ( $p_2=1$ ). Механизм имеет два замкнутых контура ( $k=2$ ) и его подвижность равно единице ( $W=1$ ).

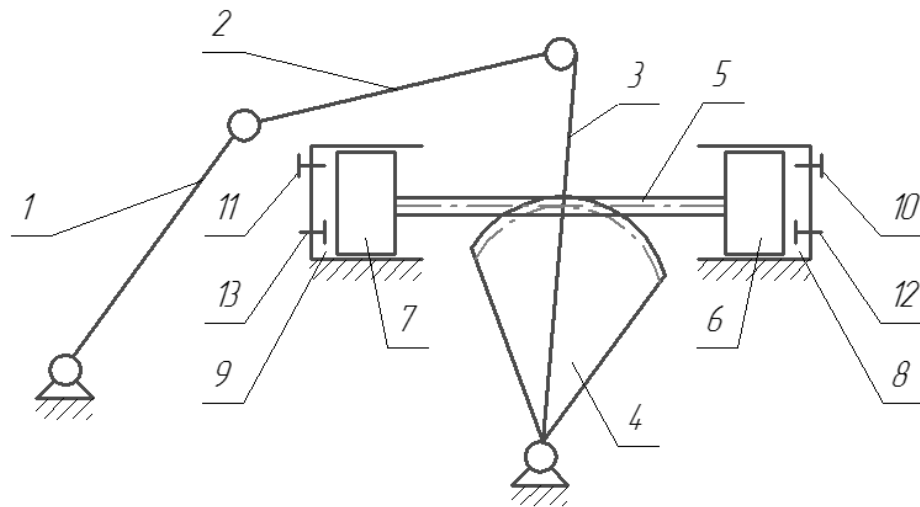


Рисунок 2.9 – Синтезированный исполнительный механизм компрессора объемного действия: 1-кривошип; 2-шатун; 3-коромысло; 4-съемный зубчатый сектор; 5-зубчатая рейка; 6,7-поршни; 8,9-цилиндры; 10,11-нагнетательные клапаны; 12,13-всасывающие клапаны

Синтезированный исполнительный механизм компрессора объемного действия работает следующим образом: при вращении кривошипа 1 звенья 2 и 3 шарнирного четырехзвенника приходят в движение, при этом коромысло 3 с закрепленным на нем зубчатым сектором 4 совершает возвратно-вращательное движение, которое передается на зубчатую рейку 5, заставляя ее совершать возвратно-поступательное движение.

Зубчатая рейка 5 совершая возвратно-поступательное движение, приводит в движение поршни 6 и 7, движущиеся в цилиндрах 8 и 9.

Движение поршней 6 и 7 соответственно в цилиндрах 8 и 9 изменяет объем газа в рабочей камере, что приводит к открытию (закрытию) нагнетательных клапанов 10 и 11 и всасывающих клапанов 12 и 13, соответственно [81,84].

К основным преимуществам представленной схемы поршневого компрессора относятся:

- устранение боковых усилий, действующих на поршень;
- снижение сил трения, возникающих в цилиндропоршневой группе;
- снижение материалоемкости машины.

Предлагаемый исполнительный механизм компрессора объемного действия компактен за счет замены дополнительного коромысло-ползунного механизма на коромысло с закрепленным зубчатым сектором, соединенным с зубчатой рейкой.

Применение зубчатой цилиндрической передачи при соединении зубчатого сектора с зубчатой рейкой позволит устранить боковые усилия, действующие на поршень и приводящие к его износу.

Снижение сил трения происходит за счет замены дополнительного коромысло-ползунного механизма на коромысло с закрепленным зубчатым сектором, соединенным с зубчатой рейкой. Изменение длины рабочего хода поршня достигается за счет возможности изготовления зубчатого сектора с различными радиусами.

Рассмотрим еще один вариант синтезируемого двухконтурного механизма.

Используя построенную математическую модель (2.18) и задаваясь условиями синтеза, синтезируем сложные одноподвижные ( $W_{см}=1$ ) механизмы, состоящие из двух простых механизмов, реализованных в разных по подвижности пространствах: двухподвижном пространстве ( $Π=2$ ) и трехподвижном – ( $Π=3$ ).

Синтезируем простейшие механизмы, существующие в трехподвижном пространстве  $Π=3$ .

В качестве начальных условий синтеза сформулируем следующие условия:

- подвижность механизма  $W=1$ ;
- количество одноподвижных кинематических пар  $p=p_1$

(используем только вращательные кинематические пары);

– количество стационарных циклов  $v_{cm} = 1$ .

Подставив исходные данные в структурную математическую модель (2.18), получим соответственно расчетную модель (2.24):

$$\left\{ \begin{array}{l} p = \frac{1}{2}(2n_2 + t_{n_0}); \\ n = n_2; \\ p = p_1; \\ 1 = p - n; \\ 1 = p_1 - 1; \\ t_{n_0} = v_{cm} + 1; \\ 1 = v_{cm} + v_n; \\ G = p_1. \end{array} \right. \quad (2.24)$$

Преобразуем полученную математическую модель (2.24), откуда получим конечную модель для синтеза устройств (2.25):

$$\left\{ \begin{array}{l} t_{n_0} = 2p - 2n_2 = 2; \\ n_2 = 3; \\ p = p_1 = 4; \\ v_{cm} = 1; \\ v_n = 1; \\ G = 4. \end{array} \right. \quad (2.25)$$

Таким образом, синтезируемые механизмы должны быть одноподвижными ( $W=1$ ), иметь три двухвершинных подвижных звена ( $n_2=3$ ), два присоединения к стойке ( $t_{n_0}=2$ ) и четыре одноподвижных кинематических пары ( $p_1=4$ ).

Граф синтезируемого механизма должен иметь четыре ребра ( $G=4$ ), один стационарный контур ( $v_{ст} = 1$ ), три двухвершинных подвижных звена ( $n_2=3$ ), два присоединения к стойке ( $t_{n_0}=2$ ) (рисунок 2.10)

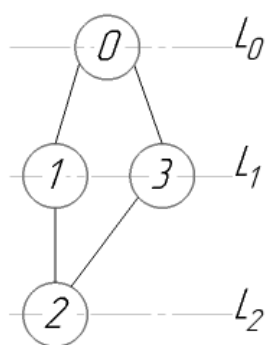


Рисунок 2.10 – Граф синтезированного механизма

Найдем количество формальных устройств, которые соответствуют сформулированным условиям синтеза, с учетом сделанных допущений, и найденных решений.

Общее количество  $l$  кинематических пар, образуемых из  $q$  видов кинематических пар различного конструктивного исполнения ( $q=1$ ), равно четырем ( $l=4$ ), тогда в соответствии с формулой (2.9), общее количество возможных формальных устройств равно:

$$C=1^4=1.$$

Следовательно, возможно синтезировать только одно возможное устройство (рисунок 2.11).

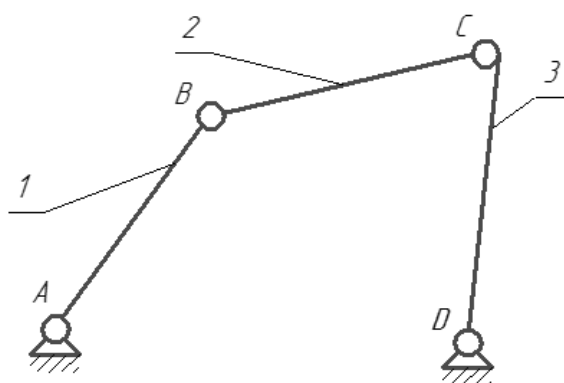


Рисунок 2.11– Синтезированный шарнирный четырехзвенник:

1,2,3 – подвижные звенья; A, B, C, D – кинематические пары

Синтезируем простейшие механизмы, существующие в двухподвижном пространстве  $П=2$ .

В качестве начальных условий синтеза сформулируем следующие условия:

- подвижность механизма  $W=1$ ;
- количество одноподвижных кинематических пар  $p=p_1$ ;
- количество стационарных циклов  $v_{cm}=1$ .

Подставив исходные данные в структурную математическую модель (2.18), получим расчетную модель (2.26):

$$\begin{cases} 2p = 2n_2 + t_{n0}; \\ n = n_2; \\ p = p_1; \\ 1 = p - n; \\ 1 = p_1 - 2; \\ t_{n0} = v_{cm} + 1; \\ 1 = v_{cm} + v_n; \\ G = p_1. \end{cases} \quad (2.26)$$

Преобразуем полученную математическую модель (2.26), откуда получим конечную модель для синтеза устройств (2.27):

$$\begin{cases} t_{n0} = 2p - 2n = 2; \\ n = n_2 = 2; \\ p = p_1 = 3; \\ v_{cm} = 1; \\ v_n = 1; \\ G = 3. \end{cases} \quad (2.27)$$

Таким образом, синтезируемые механизмы должны быть одноподвижными ( $W=1$ ), иметь два двухвершинных подвижных звена ( $n_2=2$ ), два присоединения к стойке ( $t_{n_0}=2$ ) и три одноподвижных кинематических пары ( $p_1=3$ ).

Граф синтезируемого механизма должен иметь три ребра ( $G=3$ ), один стационарный контур ( $v_{ст} = 1$ ), два двухвершинных подвижных звена ( $n_2=2$ ), два присоединения к стойке ( $t_{n_0}=2$ ) (рисунок 2.12).

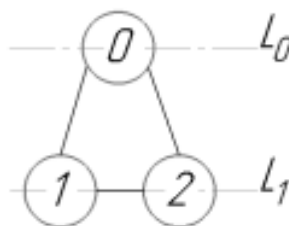


Рисунок 2.12 – Граф синтезированного механизма

Найдем количество формальных устройств, которые соответствуют сформулированным условиям синтеза, с учетом сделанных допущений, и найденным решениям.

В качестве одноподвижных кинематических пар используем поступательные, вращательные и винтовые пары.

Общее количество  $l$  кинематических пар, образуемых из  $q$  видов кинематических пар различного конструктивного исполнения ( $q=3$ ), равно трем ( $l=3$ ), тогда в соответствии с формулой (2.19), общее количество возможных формальных устройств равно:

$$C=3^3=27.$$

Следовательно, можно синтезировать двадцать семь возможных устройств.

Однако в практике применение нашла только одна схема (рисунок 2.13).

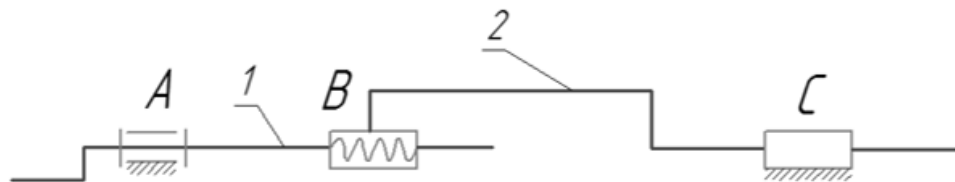


Рисунок 2.13 – Синтезированный механизм: 1,2,3 – подвижные звенья; А, В, С – кинематические пары

Для синтеза сложного механизма объединим простые синтезированные механизмы между собой и найдем число  $K$  присоединений к одному звену простых механизмов.

Подвижность сложных (комбинированных) механизмов  $W_{см}$ , согласно, можно определить, как сумму подвижностей  $W_i$  простых механизмов за вычетом суммы  $(K_j - 1)$ , то есть

$$W_{см} = \sum_{i=1}^n W_i - \sum_{j=1}^m (K_j - 1), \quad (2.28)$$

где  $j$  – индекс (порядковый номер) общего звена;

$m$  – число звеньев присоединения в механизме;

$n$  – количество простых механизмов;

$i$  – индекс (порядковый номер) простого механизма.

Из формулы (2.28) число  $K$  присоединений к одному звену простых механизмов определим:

$$1 = 1 + 1 - K + 1,$$

следовательно,  $K=2$ .

Итак, к одному из звеньев сложного механизма должны быть присоединены два простых синтезированных ранее механизма: шарнирный четырехзвенник (рисунок 2.11) и винтовой механизм (рисунок 2.13).

В соответствии с вышесказанным, граф синтезируемого сложного механизма представлен на рисунке 2.14.

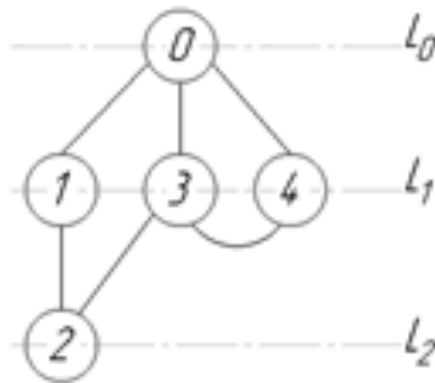


Рисунок 2.14 – Граф синтезированного механизма

В качестве перспективного было выбрано следующее устройство, зарегистрированное как объект интеллектуальной собственности [80,83] (рисунок 2.15).

Предлагаемый компрессор объемного действия работает следующим образом. При вращении кривошипа 1 звенья 2 и 3 шарнирного четырехзвенника приходят в движение, причем звено 3 совершает возвратно-вращательное движение.

При этом в гайке 4, неподвижно соединенной с коромыслом 3, с нарезанной резьбой, перемещается шток 5, выполняющей функцию винта, имеющий переменный профиль с частично нарезанной резьбой (многозаходной) и движущийся возвратно-поступательно в направляющей 6.

Возвратно-поступательное движение штока приводит в движение поршни

(диафрагмы) 7 и 8, движущиеся в цилиндрах 9 и 10.

Движение поршней 7 и 8 соответственно в цилиндрах 9 и 10 изменяет объем газа в рабочей камере, что приводит к открытию (закрытию) нагнетательных клапанов 11 и 12 и всасывающих клапанов 13 и 14, соответственно.

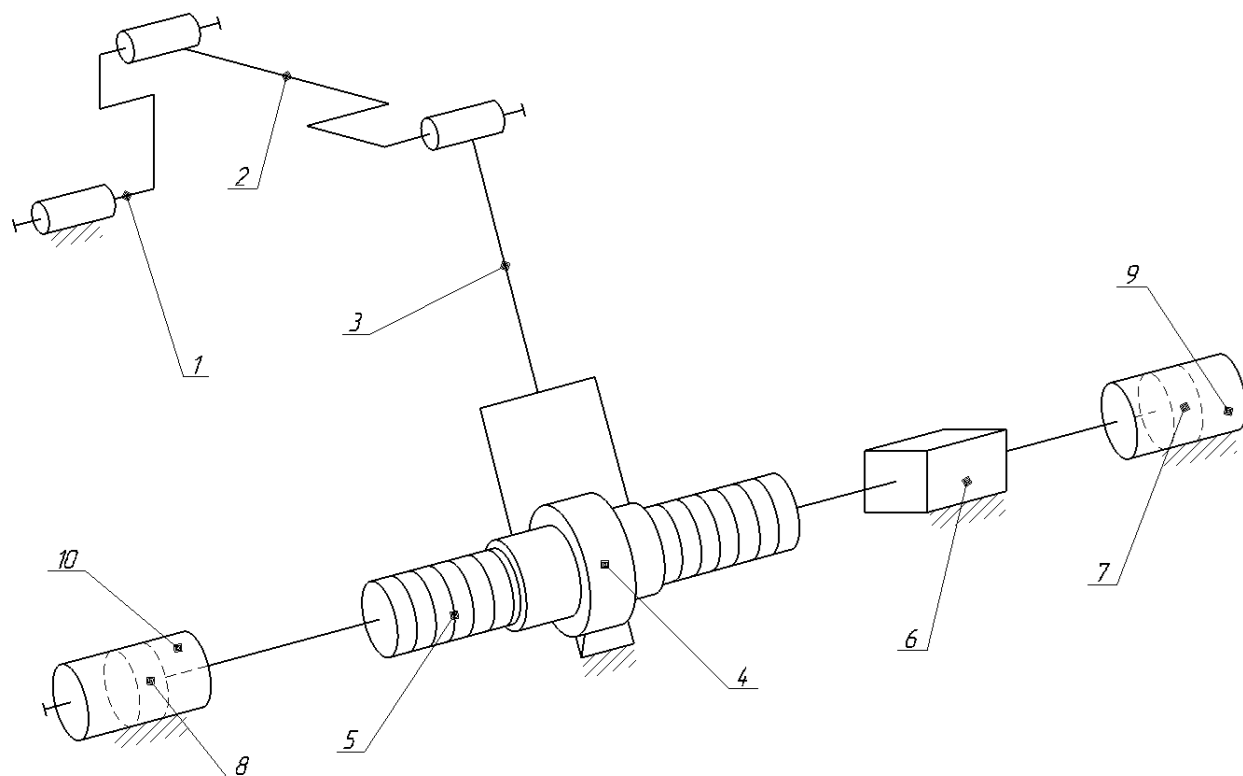


Рисунок 2.15– Синтезированный исполнительный механизм компрессора объемного действия: 1-кривошип; 2-шатун; 3-коромысло; 4-гайка, неподвижно соединенная с коромыслом 3; 5-шток; 6- направляющая; 7,8-поршни; 9,10-цилиндры; 11,12-нагнетательные клапаны; 13,14-всасывающие клапаны

К основным преимуществам представленной схемы относятся:

- устранение боковых усилий, действующих на поршень;
- снижение сил трения, возникающих в цилиндропоршневой группе;
- снижение материалоемкости машины.

Предлагаемый компрессор объемного действия компактен за счет замены дополнительного коромысло-ползунного механизма передачей винт-гайка, выполненной так, что в гайку, неподвижно соединенную с коромыслом, вставлен шток с переменным профилем, на который частично нарезана резьба.



Применение передачи винт-гайка позволит устранить боковые усилия, действующие на поршень и приводящие к его износу.

Снижение сил трения происходит за счет замены дополнительного коромысло-ползунного механизма на шток с переменным профилем.

Уменьшение массогабаритных показателей достигается за счет применения передачи винт-гайка (шарики-винтовой передачи).

Рассмотрим другой вариант синтезируемого двухконтурного механизма.

Сформулируем условия синтеза различных двухконтурных механизмов.

Пусть необходимо синтезировать плоский ( $\Pi = 3$ ) трехподвижный ( $W = 3$ ) двухконтурный ( $v_{cm} = 2$ ) механизм с низшими кинематическими парами ( $p = p_1 = 9$ ), состоящий из семи подвижных звеньев ( $n = 7$ ) и имеющий три присоединения к стойке ( $t_{n_0} = 3$ ).

Структурная математическая модель (2.18) примет вид:

$$\left\{ \begin{array}{l} 3 = G - 2 \cdot 3; \\ p = \sum_{i=1}^{\Pi-1} p_1 = 9; \\ 2 = p - n; \\ 7 = n_2 + n_3; \\ 2 = v_{ст} + v_{\Pi}; \\ 3 = v_{ст} + 1; \\ 2 \cdot 9 = 3 + 2 \cdot n_2 + 3 \cdot n_3; \\ G = \sum_{i=1}^{\Pi-1} p_1. \end{array} \right.$$

Решая последнюю систему уравнений, получим:

$$\left\{ \begin{array}{l} p = p_1 = 9; \\ G = 9; \\ v_{ст} = 2; \\ v_{\Pi} = 0; \\ t_{n_0} = 3. \end{array} \right.$$

Учитывая четвертое уравнение системы, примем  $n_3 = 1$ , тогда, в соответствии с седьмым уравнением системы:

$$n_2 = \frac{2 \cdot 9 - 3 - 3 \cdot 1}{2} = 6,$$

конечное решение имеет вид:

$$\begin{cases} p = p_1 = 9; \\ G = 9; \\ v_{ст} = 2; \\ v_{п} = 0; \\ t_{n_0} = 3; \\ n_3 = 1; \\ n_2 = 6. \end{cases}$$

Таким образом, синтезируемые механизмы должны быть трехподвижными ( $W=3$ ), иметь одно трехвершинное звено ( $n_3=1$ ), шесть двухвершинных подвижных звеньев ( $n_2=6$ ), три присоединения к стойке ( $t_{n_0}=3$ ) и девять одноподвижных кинематических пар ( $p_1 = 9$ ).

Граф синтезируемого механизма должен иметь девять ребер ( $G=9$ ), два стационарных контура ( $v_{ст} = 2$ ), одно трехвершинное звено ( $n_3=1$ ), шесть двухвершинных подвижных звеньев ( $n_2=6$ ), три присоединения к стойке ( $t_{n_0}=3$ ) (рисунок 2.16).

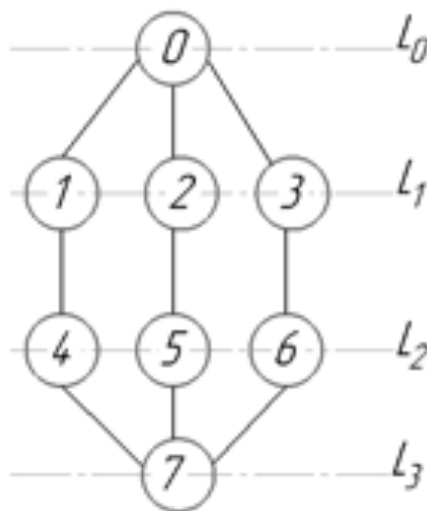


Рисунок 2.16 - Граф механизма

Найдем количество формальных устройств, которые соответствуют сформулированным условиям синтеза, с учетом сделанных допущений, и найденным решениям.

В качестве одноподвижных кинематических пар используем только вращательные кинематические пары.

Общее количество  $l$  кинематических пар, образуемых из  $q$  видов кинематических пар различного конструктивного исполнения ( $q=1$ ), равно девяти ( $l=9$ ), тогда в соответствии с формулой (2.19), общее количество возможных формальных устройств равно:

$$C=1^9=1.$$

Пример механизма, соответствующего графу, представленному на рисунке 2.16, имеет следующий вид (рисунок 2.17).

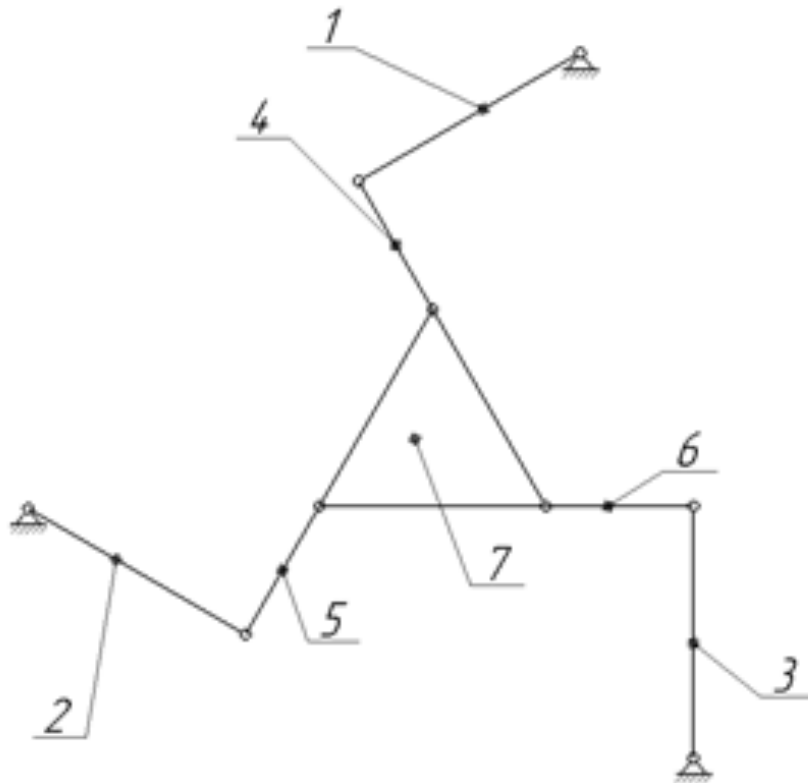


Рисунок 2.17 - Синтезированный двухконтурный механизм с тремя степенями свободы: 1,2,3 – коромысла; 4,5,6 – шатуны; 7 – выходное звено (платформа)

### 2.3.3. Синтез многоконтурных механизмов

Применив разработанную ранее математическую модель для синтеза механизмов, основанную на построении графа механизма, были синтезированы новые структурные схемы механизмов с одной степенью свободы, в том числе многоконтурный механизм параллельной структуры, зарегистрированный как объект интеллектуальной собственности (пат. 179051) [82].

Сформулируем условия синтеза различных многоконтурных механизмов.

Усложним синтезированный ранее двухконтурный механизм (рисунок 2.17) добавлением трех контуров, состоящих из трех структурных групп второго класса, второго порядка, первого вида, тогда условия синтеза сформулируем следующим образом: пусть необходимо синтезировать плоский ( $\Pi=3$ ) трехподвижный ( $W=3$ ) пятиконтурный ( $v_{cm}=5$ ) механизм с низшими кинематическими парами ( $p=p_I=18$ ), состоящий из тринадцати подвижных звеньев ( $n=13$ ) и имеющий соответственно шесть присоединений к стойке ( $t_{n_0}=6$ ).

Структурная математическая модель (2.18) примет вид:

$$\left\{ \begin{array}{l} 3 = G - 5 \cdot 3; \\ p = \sum_{i=1}^{\Pi-1} p_i = 18; \\ 5 = p - n; \\ 13 = n_2 + n_3; \\ 5 = v_{CT} + v_{\Pi}; \\ 6 = v_{CT} + 1; \\ 2 \cdot 18 = 6 + 2 \cdot n_2 + 3 \cdot n_3; \\ G = \sum_{i=1}^{\Pi-1} p_i. \end{array} \right.$$

Решая последнюю систему уравнений получим:

$$\left\{ \begin{array}{l} p = p_I = 18; \\ G = 18; \\ v_{CT} = 5; \\ v_{\Pi} = 0; \\ t_{n_0} = 6. \end{array} \right.$$

Учитывая четвертое уравнение системы, примем  $n_3 = 1$ , тогда, в соответствии с седьмым уравнением системы:

$$n_2 = \frac{2 \cdot 18 - 6 - 3 \cdot 1}{2} = 13,5 - \text{число звеньев не может быть нецелым числом;}$$

примем  $n_3 = 2$ , тогда, в соответствии с седьмым уравнением системы:

$$n_2 = \frac{2 \cdot 18 - 6 - 3 \cdot 2}{2} = 12 - \text{полученное значение не удовлетворяет}$$

четвертому уравнению системы,

примем что  $n_3 = 3$ , тогда, в соответствии с седьмым уравнением системы:

$$n_2 = \frac{2 \cdot 18 - 6 - 3 \cdot 3}{2} = 10,5 - \text{число звеньев не может быть нецелым числом;}$$

примем  $n_3 = 4$ , тогда, в соответствии с седьмым уравнением системы:

$$n_2 = \frac{2 \cdot 18 - 6 - 3 \cdot 4}{2} = 9,$$

конечное решение имеет вид:

$$\left\{ \begin{array}{l} p = p_1 = 18; \\ G = 18; \\ v_{\text{ст}} = 5; \\ v_{\text{п}} = 0; \\ t_{n_0} = 6; \\ n_3 = 4; \\ n_2 = 9. \end{array} \right.$$

Таким образом, синтезируемые механизмы должны быть трехподвижными ( $W=3$ ), иметь четыре трехвершинных звена ( $n_3=4$ ), девять двухвершинных подвижных звеньев ( $n_2=9$ ), шесть присоединений к стойке ( $t_{n_0}=6$ ) и восемнадцать одноподвижных кинематических пар ( $p_1 = 18$ ).

Граф синтезируемого механизма должен иметь восемнадцать ребер ( $G=18$ ), пять стационарных контуров ( $v_{\text{ст}} = 5$ ), четыре трехвершинных звена ( $n_3=4$ ), девять двухвершинных подвижных звеньев ( $n_2=9$ ), шесть присоединений к стойке ( $t_{n_0}=6$ ) (рисунок 2.18).

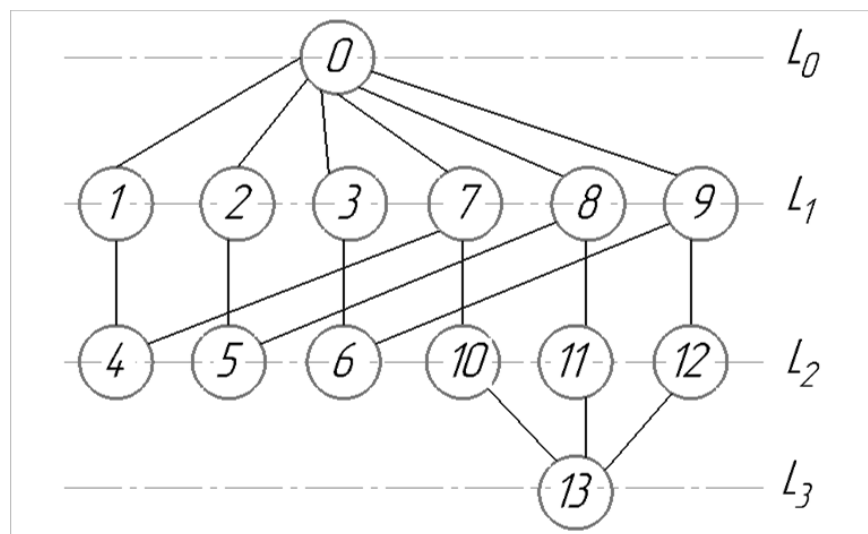


Рисунок 2.18 - Граф механизма

Найдем количество формальных устройств, которые соответствуют сформулированным условиям синтеза, с учетом сделанных допущений, и найденных решений.

В качестве одноподвижных кинематических пар используем только вращательные кинематические пары.

Общее количество  $l$  кинематических пар, образуемых из  $q$  видов кинематических пар различного конструктивного исполнения ( $q=1$ ), равно восемнадцати ( $l=18$ ), тогда в соответствии с формулой (2.19), общее количество возможных формальных устройств равно:

$$C=1^{18}=1.$$

Пример механизма, соответствующего графу, представленному на рисунке 2.18, имеет следующий вид (рисунок 2.19):

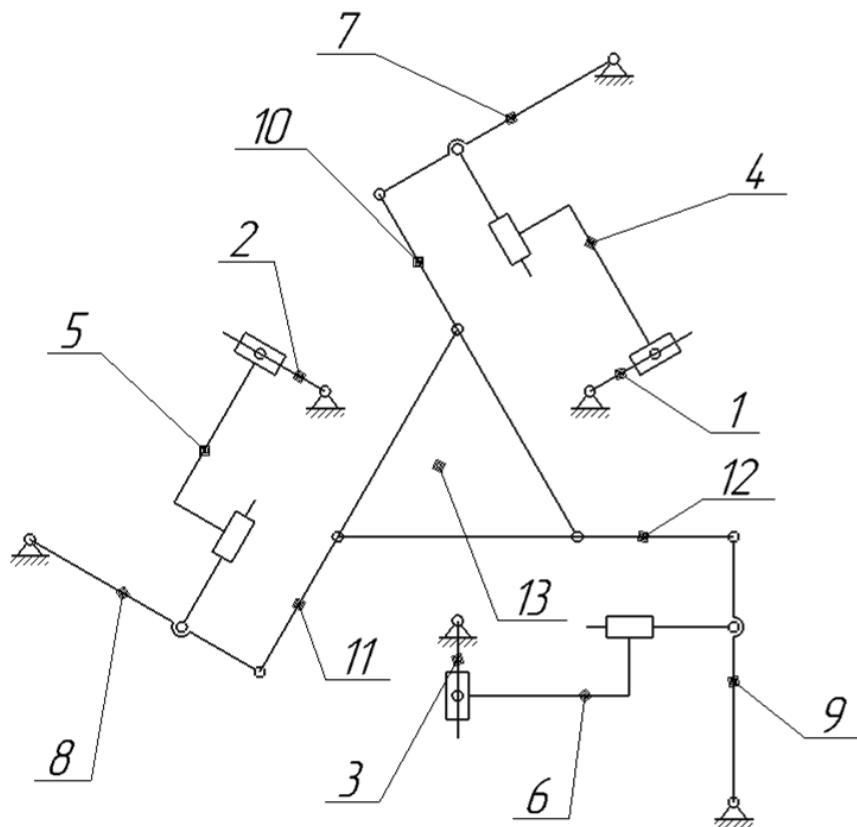


Рисунок 2.19 - Синтезированный многоконтурный механизм с тремя степенями свободы: 1,2,3 – кривошипы, выполненные с возможностью регулировки длины; 4,5,6 – шатуны, выполненные с возможностью регулировки длины; 7,8,9 – коромысла; 10,11,12 – промежуточные шатуны; 13 – выходное звено (платформа)

В представленной на рисунке 2.19 схеме многоконтурного механизма с тремя степенями свободы считаем ползуны, установленные на звеньях 1,2,3,4,5,6 заторможенными в ходе предварительной настройки механизма.

В настоящее время широко известны механизмы параллельной структуры, имеющие несколько кинематических цепей, соединяющих основание с выходным звеном [1,104,106,107,111,112,115,117,119-121].

Данные механизмы воспринимают нагрузку подобно пространственным фермам, чем обусловлены повышенные показатели работоспособности, такие как точность и грузоподъемность, либо скорости: поскольку все двигатели стоят на основании, то нет необходимости в наличии звеньев, обладающих высокой материалоемкостью, что снижает динамические нагрузки.

Хорошо известен манипулятор параллельной структуры, совершающий плоские движения по трем степеням свободы и обладающий тремя кинематическими цепями [104,112,115,120].

Механизм приводится в движение тремя двигателями, сопряженными с тремя кинематическими цепями, однако, если необходимо получить малые перемещения по любому кинематическому винту, такой механизм потребовал бы согласованного действия всех трех приводов (рисунок 2.17, 2.19). Это может обусловить трудности при управлении, а также недостаточную точность требуемых движений, поэтому в данной работе ставится задача синтезировать механизм, который бы осуществлял любые требуемые перемещения при использовании лишь одного двигателя.

Подобная задача ранее была решена для пространственных перемещений [32,33], соответственно, синтезированный механизм содержал шесть кинематических цепей.

Для решения сформулированной выше задачи воспользуемся тем же подходом, что и в ранее известных работах [32,33].

Установим выходное звено (подвижную платформу) в среднее положение и под его центром расположим двигатель вращательного движения, который будет передавать вращение на входные звенья трех кинематических цепей.

Входные звенья будут передавать движение на начальные звенья трех кинематических цепей, которые через соответствующие промежуточные звенья передадут движение на подвижную платформу.

Сформулируем условия синтеза, описанного выше механизма.

Пусть необходимо синтезировать плоский ( $I=3$ ) одноподвижный ( $W=1$ ) механизм, содержащий шесть фундаментальных стационарных циклов ( $v_{cm}=6$ ) с двадцати двум кинематическим парам ( $p=22$ ), три из которых – высшие ( $p_2=3$ ), состоящий из четырнадцати подвижных звеньев ( $n=14$ ) и имеющий соответственно семь присоединений к стойке ( $t_{n_0}=7$ ).

Структурная математическая модель (2.18) примет вид:

$$\left\{ \begin{array}{l} 1 = G - 8 \cdot 3; \\ p = p_1 + p_2 = 22; \\ 8 = p - n; \\ 14 = n_2 + n_3 + n_4; \\ 8 = v_{CT} + v_{II}; \\ 7 = v_{CT} + 1; \\ 2 \cdot 22 = 7 + 2 \cdot n_2 + 3 \cdot n_3 + 4 \cdot n_4; \\ G = p_1 + 2 \cdot p_2. \end{array} \right.$$

Решая последнюю систему уравнений получим:

$$\left\{ \begin{array}{l} p_1 = 19; \\ p_2 = 3; \\ G = 25; \\ v_{CT} = 6; \\ v_{II} = 2; \\ t_{n_0} = 7. \end{array} \right.$$

Учитывая четвертое уравнение системы, примем  $n_4 = 1$  и  $n_3 = 1$ , тогда, в соответствии с седьмым уравнением системы:

$$n_2 = \frac{2 \cdot 22 - 7 - 3 \cdot 1 - 4 \cdot 1}{2} = 15 - \text{полученное значение не удовлетворяет}$$

четвертому уравнению системы ;

примем  $n_3 = 2$ , тогда, в соответствии с седьмым уравнением системы:

$$n_2 = \frac{2 \cdot 22 - 7 - 3 \cdot 2 - 4 \cdot 1}{2} = 13,5 - \text{число звеньев не может быть}$$

нецелым числом;



примем  $n_3 = 3$ , тогда, в соответствии с седьмым уравнением системы:

$$n_2 = \frac{2 \cdot 22 - 7 - 3 \cdot 3 - 4 \cdot 1}{2} = 12 - \text{полученное значение не удовлетворяет}$$

четвертому уравнению системы ;

примем  $n_3 = 4$ , тогда, в соответствии с седьмым уравнением системы:

$$n_2 = \frac{2 \cdot 22 - 7 - 3 \cdot 4 - 4 \cdot 1}{2} = 10,5 - \text{число звеньев не может быть}$$

нецелым числом;

примем  $n_3 = 5$ , тогда, в соответствии с седьмым уравнением системы:

$$n_2 = \frac{2 \cdot 22 - 7 - 3 \cdot 5 - 4 \cdot 1}{2} = 9 - \text{полученное значение не удовлетворяет}$$

четвертому уравнению системы ;

примем  $n_3 = 6$ , тогда, в соответствии с седьмым уравнением системы:

$$n_2 = \frac{2 \cdot 22 - 7 - 3 \cdot 6 - 4 \cdot 1}{2} = 7,5 - \text{число звеньев не может быть}$$

нецелым числом;

примем  $n_3 = 7$ , тогда, в соответствии с седьмым уравнением системы:

$$n_2 = \frac{2 \cdot 22 - 7 - 3 \cdot 7 - 4 \cdot 1}{2} = 6,$$

конечное решение имеет вид:

$$\left\{ \begin{array}{l} p_1 = 19; \\ p_2 = 3; \\ G = 25; \\ v_{ст} = 6; \\ v_{п} = 2; \\ t_{n_0} = 7; \\ n_4 = 1; \\ n_3 = 7; \\ n_2 = 6. \end{array} \right.$$

Таким образом, синтезируемые механизмы должны быть одноподвижными ( $W=1$ ), иметь одно четырехвершинное звено ( $n_4=1$ ), семь трехвершинных звеньев ( $n_3=7$ ), шесть двухвершинных подвижных звеньев ( $n_2=6$ ), семь присоединений к стойке ( $t_{n_0}=7$ ), девятнадцать одноподвижных кинематических пар ( $p_1 = 19$ ) и три двухподвижных кинематических пары ( $p_2 = 3$ ).

Граф синтезируемого механизма должен иметь двадцать пять ребер ( $G=25$ ), шесть стационарных контуров ( $v_{ст} = 6$ ), два присоединительных контура ( $v_{п} = 2$ ), одно четырехвершинное звено ( $n_4=1$ ), семь трехвершинных звеньев ( $n_3=7$ ), шесть двухвершинных подвижных звеньев ( $n_2=6$ ), семь присоединений к стойке ( $t_{n_0}=7$ ) (рисунок 2.20).

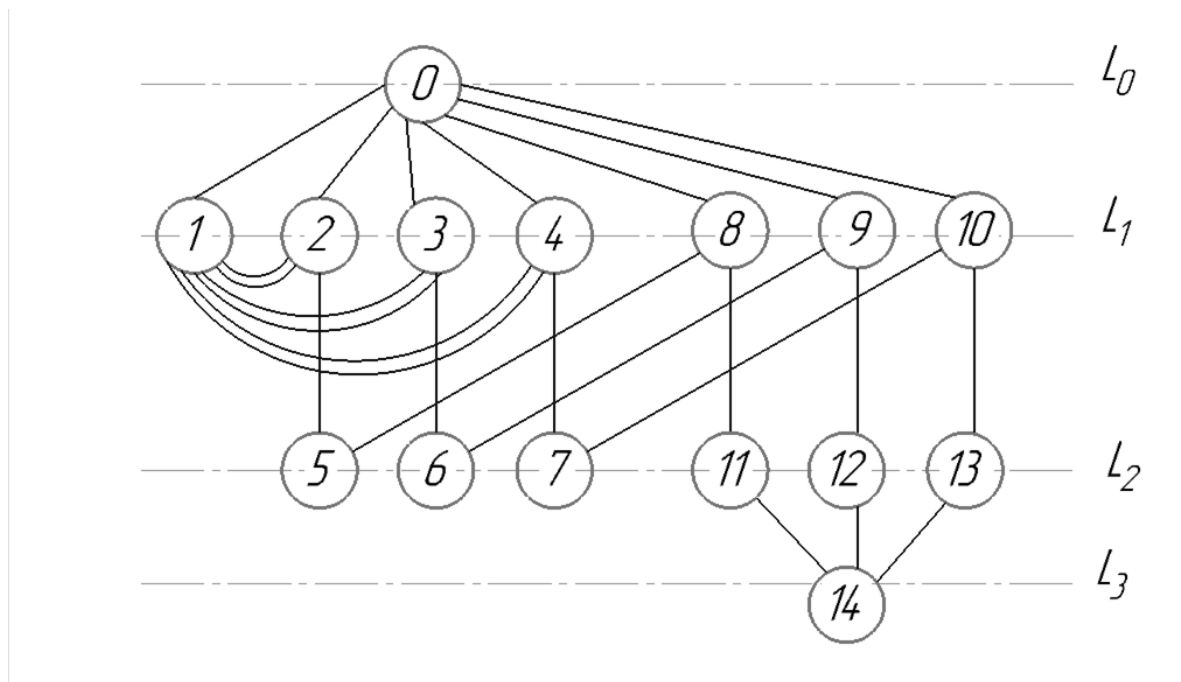


Рисунок 2.20 - Граф механизма

Применительно к практике, в качестве перспективного было выбрано следующее устройство, зарегистрированное как объект интеллектуальной собственности [82] (рисунок 2.21).

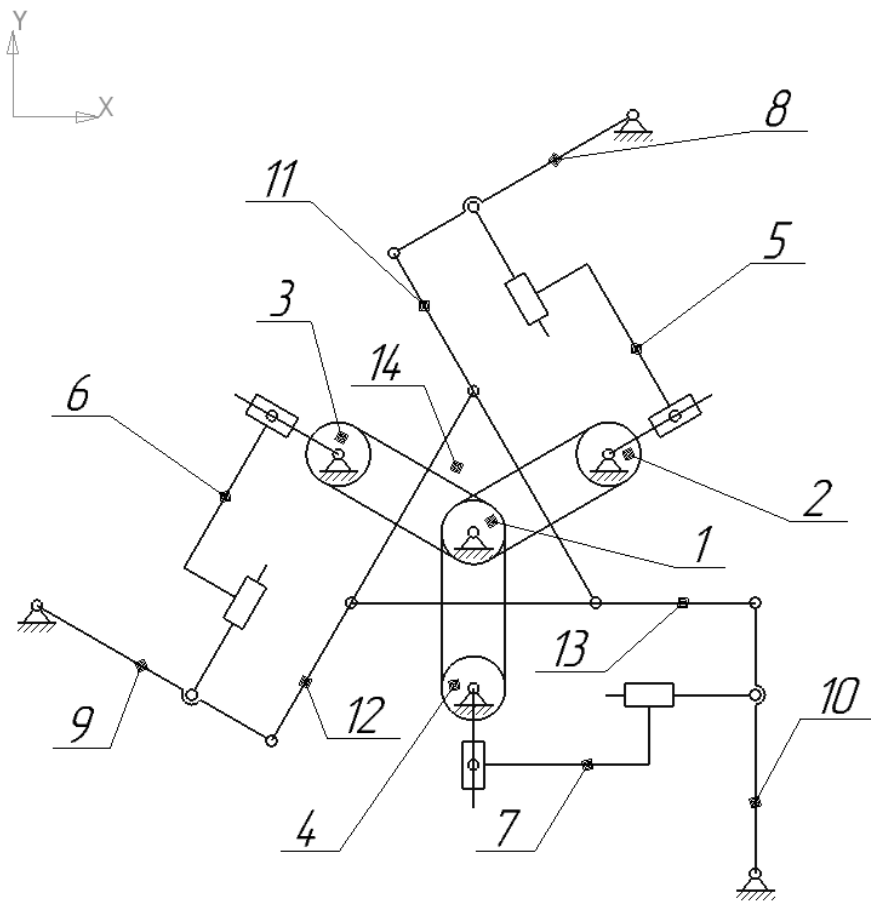


Рисунок 2.21 - Синтезированный многоконтурный механизм с одной степенью свободы: 1 – ведущее звено, связанное с двигателем вращательного движения; 2,3,4 – входные ведомые звенья; 5,6,7 – шатуны; 8,9,10 – коромысла; 11,12,13 – промежуточные звенья (шатуны); 14 - выходное звено (платформа)

Механизм работает следующим образом: относительно основания 1 выходное звено 14 перемещается за счет движений начальных звеньев 8,9,10, которые передают указанное движение через промежуточные звенья 11,12,13 на выходное звено 14, при этом двигатель вращательного движения 1, сопряженный с входными звеньями 2,3,4, передает движение на указанные входные звенья и далее кривошипам, жестко сопряженные с входными звеньями. Длина кривошипов предварительно устанавливается с помощью ползунов, с которых движение передается через шатуны на соответствующие начальные звенья 8,9,10, при этом длина шатунов корректируется с помощью ползунов.

### Глава 3. Кинематический анализ плоских механизмов с одной степенью свободы

#### свободы

Рассмотрим подробнее решение задач кинематики плоских многоконтурных механизмов с одной степенью свободы на примере синтезированного платформенного механизма (рисунок 3.1) [82].

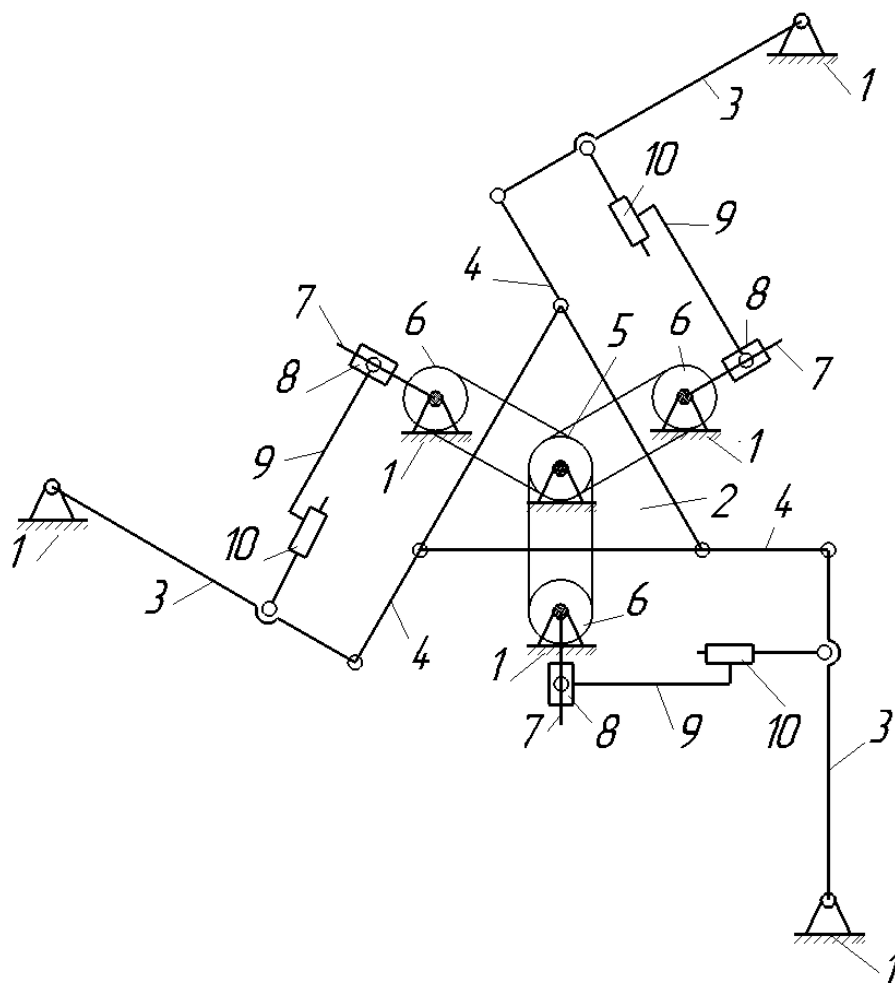


Рисунок 3.1 – Синтезированный механизм параллельной структуры: 1 – стойка; 2 – выходное звено (платформа); 3 – коромысла; 4 – промежуточные звенья (шатуны); 5 – ведущее звено, связанное с двигателем вращательного движения; 6 – ведомые входные звенья трех кинематических цепей; 7 – кривошипы; 8 - ползуны, позволяющие изменять длину кривошипов; 9 – шатуны; 10 - ползуны, позволяющие изменять длину шатунов

Механизм содержит: основание 1, выходное звено 2, три кинематические цепи, каждая из которых содержит начальное звено 3, промежуточное звено 4.

Механизм снабжен двигателем вращательного движения 5, сопряженным с входными звеньями трех кинематических цепей 6, жестко связанных с кривошипами 7. На кривошипах 7 установлены ползуны 8, позволяющие изменять радиус кривошипов 7.

Ползуны 8 связаны с соответствующими начальными звеньями 3 посредством шатунов 9, шарнирно сопряженных с соответствующими ползунами 8 и начальными звеньями 3. Шатуны 9 выполнены с возможностью изменения их длины за счет наличия соответствующих дополнительных ползунов 10.

Убедимся, что число степеней свободы данного механизма равно единице, для чего воспользуемся формулой П.Л. Чебышева [3,49,96,100]:

$$W = 3n - 2p_H - p_B + q, \quad (3.1)$$

где  $p_H$  – количество низших кинематических пар;

$p_B$  – количество высших кинематических пар;

$q$  – количество избыточных связей.

В исследуемых механизмах  $q = 0$ , то есть избыточных связей нет и сборка механизмов происходит без деформации звеньев.

При этом учтем, что сопряжение двигателя вращательного движения 5 с входными звеньями 6 осуществляется через высшую кинематическую пару, что может быть реализовано либо зубчатым зацеплением, либо гибкой связью (рисунок 3.2).

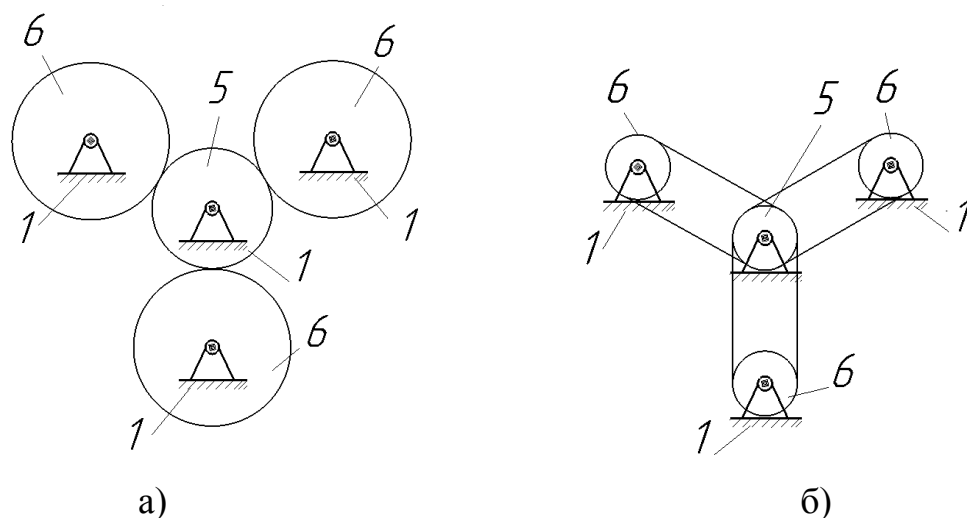


Рисунок 3.2 – Сопряжения двигателя с входными звеньями: а) зубчатым зацеплением; б) ременной передачей

Поскольку зубчатый и ременной механизмы не являются эквивалентными с точки зрения структуры, рассмотрим подробнее оба варианта.

Сопряжение двигателя вращательного движения 5 с входными звеньями 6 реализовано зубчатым зацеплением (рисунок 3.2 а). Механизм имеет  $n = 4$  подвижных звена: ведущее звено 5 и три ведомых звена 6; четыре ( $p_n = 4$ ) низших вращательных пары и три ( $p_v = 3$ ) высших пары, тогда в соответствии с формулой Чебышева, получим:

$$W = 3 \cdot 4 - 2 \cdot 4 - 3 + 0 = 1.$$

Если сопряжение двигателя вращательного движения 5 с входными звеньями 6 реализовано посредством ременной передачи (рисунок 3.2 б), то для расчета подвижности исследуемого механизма с гибкой связью воспользуемся методикой, описанной в работе [96]. Механизм имеет  $n = 7$  подвижных звеньев: ведущее звено 5, три промежуточных звена (ремни) и три ведомых звена 6; семь ( $p_n = 7$ ) низших пар и шесть ( $p_v = 6$ ) высших пар, тогда в соответствии с формулой Чебышева, получим:

$$W = 3 \cdot 7 - 2 \cdot 7 - 6 + 0 = 1.$$

Рассмотрим подробнее синтезированный механизм вибростенда, учитывая, что сопряжение двигателя вращательного движения 5 с входными звеньями 6 реализовано посредством ременной передачи.

Механизм имеет  $n=17$  подвижных звеньев: выходное звено 2, три кинематические цепи (рисунок 3.1, рисунок 3.3), каждая включает начальное звено 3, промежуточное звено 4, входные звенья 6, сопряженные с двигателем вращательного движения 5, посредством промежуточных звеньев (ремней). При этом входные звенья 6 жестко связаны с кривошипами 7, на которых установлены ползуны 8, связанные с соответствующими начальными звеньями 3 посредством шатунов 9, выполненных с возможностью изменения их длины за счет наличия соответствующих дополнительных ползунов 10.

При этом ползуны 8 и 10 считаем заторможенными в ходе предварительной настройки механизма. Входное звено 6, кривошип 7 и ползун 8 двигаются как единое целое и считаются за одно звено, как и шатун 9 с ползуном 10.

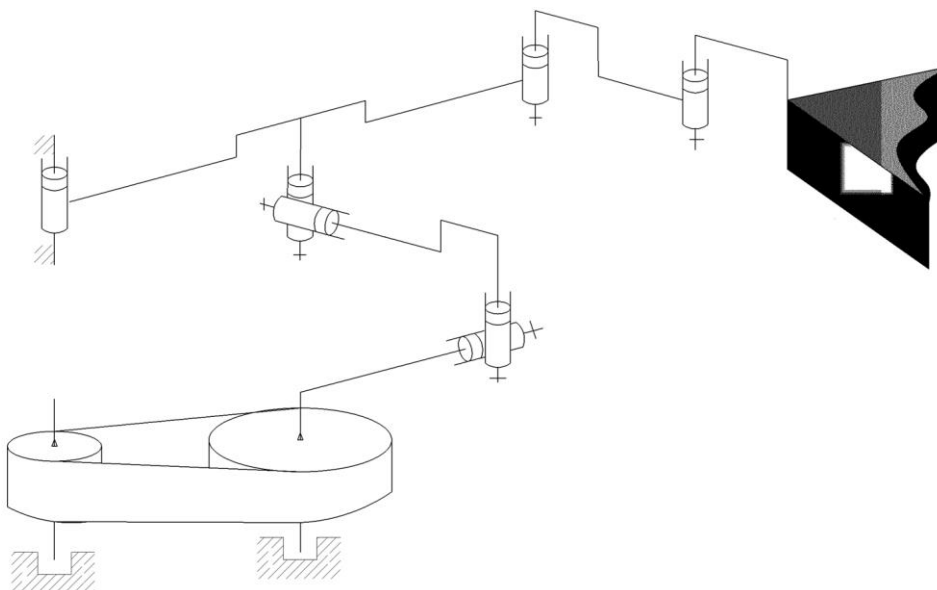


Рисунок 3.3 – Одна из трех кинематических цепей синтезированного механизма

Также в состав механизма входят шесть ( $p_v = 6$ ) высших кинематических пар, соединяющих двигатель вращательного движения 5 с входными звеньями 6 трех кинематических цепей и двадцать две ( $p_n = 22$ ) низших пары, соединяющие в трех кинематических цепях входные звенья 6 с основанием 1, двигателем вращательного движения 5 и с шатунами 9, шатуны 9 с начальными звеньями 3, начальные звенья 3 с основанием 1 и с промежуточным звеном 4, которое, в свою очередь, соединяется с выходным звеном 2, а также двигатель вращательного движения 5 с основанием 1.

Подставив полученные исходные данные в формулу (3.1), получим:

$$W = 3 \cdot 17 - 2 \cdot 22 - 6 = 1.$$

Полученное значение доказывает, что число степеней свободы синтезированного механизма равно единице.

### 3.1. Кинематический анализ плоского механизма параллельной структуры с одной степенью свободы

Рассмотрим подробнее плоский механизм параллельной структуры с числом степеней свободы равным единице (рисунок 3.1).

Для получения требуемого плоского движения выходного звена 2 необходимо рассчитать длины  $\ell_{Bk}$  кривошипов 7 и обеспечить указанные длины изменением положений ползунов 8.

При определении требуемых значений длин кривошипов 7 для каждой кинематической цепи используем соотношение для скоростей или малых перемещений. При этом амплитуда перемещений точки  $A_k$  равна (рисунок 3.4) [31,46].

$$S_{A_k} = \ell_{B_k} \frac{AD}{CD},$$

где  $\ell_{Bk}$  – радиус кривошипа 7;

$$k = 1,2,3;$$

$AD, CD$  – отрезки, изображенные на рисунке 3.4, при этом  $AD, CD$  равны для всех кинематических цепей.

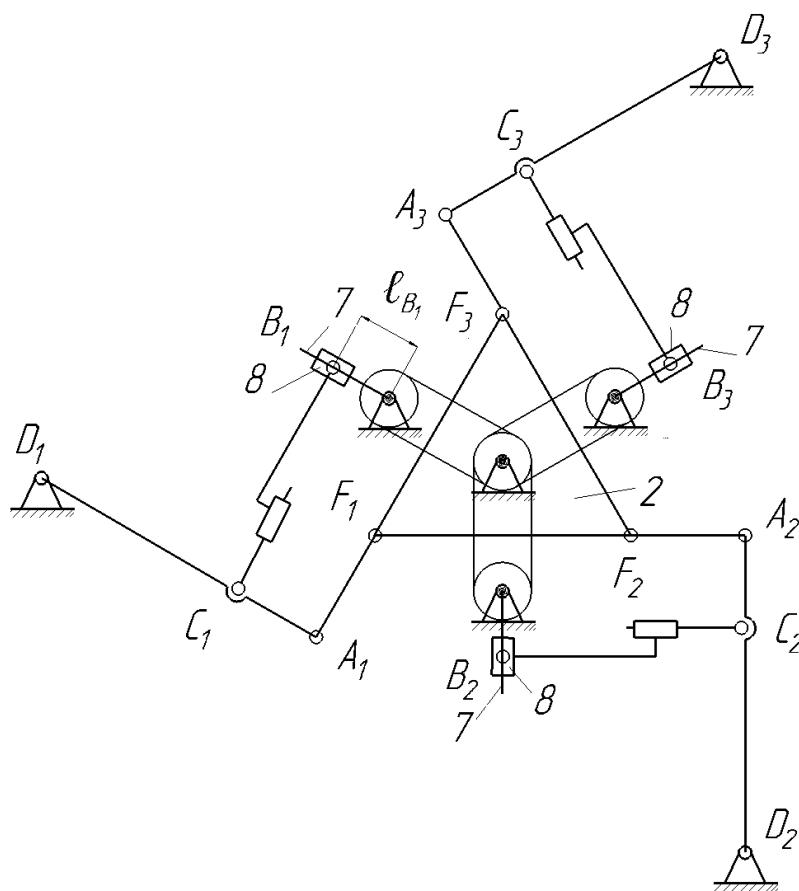


Рисунок 3.4 – Схема механизма с расположением характерных точек: 7,8 – подвижные звенья;  $A_k, B_k, C_k, D_k, F_k$  – кинематические пары;  $k = 1,2,3$



Форма перемещений выходного звена 2 задается соотношением изменений линейных и угловых координат. Задаются перемещения по координатам  $x, y$  (рисунок 3.4) -  $e_x, e_y$ , а также приращение угловой координаты  $\alpha_z$ .

Далее находятся перемещения центров вращательных пар, примыкающих к выходному звену 2 -  $F_1, F_2, F_3$  (рисунок 3.4):

$$S_{Fk} = \vec{i} \cdot (e_x - \alpha_z \cdot \rho_{yk}) + \vec{j} \cdot (e_y + \alpha_z \cdot \rho_{xk}),$$

где  $S_{Fk}$  - перемещение точки  $F_k$  ( $k=1,2,3$ );

$\rho_{xk}, \rho_{yk}$  - координаты точки  $F_k$ .

Затем находятся соотношения амплитуд перемещений точек  $A_k$ , а также направления их начального перемещения (рисунок 3.5). Амплитуда определяется на основании теоремы о проекции скорости точек твердого тела на прямую их соединяющую.

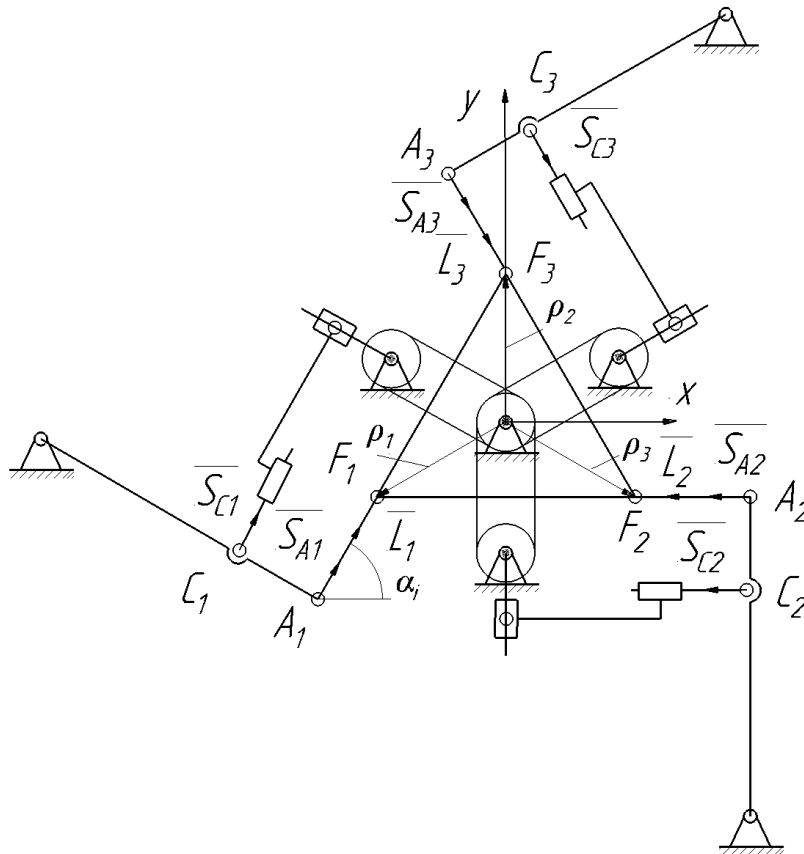


Рисунок 3.5 - Схема механизма с расположением векторов перемещений:  $A_k, B_k, C_k, D_k, F_k$  – кинематические пары;  $\vec{S}_{Ck}$  – вектор перемещения точек  $C_k$ ;  $\vec{S}_{Ak}$  – вектор перемещения точек  $A_k$ ;  $\vec{L}_k$  – вектор, проведенный от точки  $A_k$  к  $F_k$ ;  $k=1,2,3$

Точки  $C_k$  перемещаются каждая по своему направлению (рисунок 3.5), а именно:

$C_1$  перемещается по единичному вектору

$$\vec{S}_{C1} = \vec{i} \cdot \sin 30^\circ + \vec{j} \cdot \cos 30^\circ,$$

$C_2$  перемещается по единичному вектору

$$\vec{S}_{C2} = \vec{i} \cdot (-1),$$

$C_3$  перемещается по единичному вектору

$$\vec{S}_{C3} = \vec{i} \cdot \sin 30^\circ - \vec{j} \cdot \cos 30^\circ.$$

Направление перемещения точек  $A_k$  соответствует направлению перемещения точек  $C_k$ :

$$\vec{S}_{Ak} = \vec{i} \cdot \sin \alpha_k \cdot l_{Bk} \cdot \frac{AD}{CD} + \vec{j} \cdot \cos \alpha_k \cdot l_{Bk} \cdot \frac{AD}{CD}.$$

Тогда векторы перемещений точек будут иметь вид:

точки  $A_1$ :

$$\vec{S}_{A1} = \vec{i} \cdot \sin 30^\circ \cdot l_{B1} \cdot \frac{AD}{CD} + \vec{j} \cdot \cos 30^\circ \cdot l_{B1} \cdot \frac{AD}{CD},$$

точки  $A_2$ :

$$\vec{S}_{A2} = \vec{i} \cdot (-1) \cdot l_{B2} \cdot \frac{AD}{CD},$$

точки  $A_3$ :

$$\vec{S}_{A3} = \vec{i} \cdot \sin 30^\circ \cdot l_{B3} \cdot \frac{AD}{CD} - \vec{j} \cdot \cos 30^\circ \cdot l_{B3} \cdot \frac{AD}{CD}.$$

Скалярное произведение вектора перемещения точки  $A_1$  на вектор, проведенный от точки  $A_1$  к  $F_1$ :

$$\vec{S}_{A1} \cdot \vec{L}_1 = l_{B1} \cdot \frac{AD}{CD} \cdot L,$$

где  $L$  – длина звена 4 (рисунок 3.1);

$$\vec{L}_1 = L \cdot (\vec{i} \cdot \sin 30^\circ + \vec{j} \cdot \cos 30^\circ).$$

Скалярное произведение вектора перемещения точки  $A_2$  на вектор, проведенный от точки  $A_2$  к  $F_2$ :

$$\vec{S}_{A_2} \cdot \vec{L}_2 = \ell_{B_2} \cdot \frac{AD}{CD} \cdot L,$$

где  $\vec{L}_2 = L \cdot (\vec{i} \cdot (-1))$ .

Скалярное произведение вектора перемещения точки  $A_3$  на вектор, проведенный от точки  $A_3$  к  $F_3$ :

$$\vec{S}_{A_3} \cdot \vec{L}_3 = \ell_{B_3} \cdot \frac{AD}{CD} \cdot L,$$

где  $\vec{L}_3 = L \cdot (\vec{i} \cdot \sin 30^\circ - \vec{j} \cdot \cos 30^\circ)$ .

Найденные скалярные произведения соответственно равны скалярному произведению векторов, проведенных от точек  $A_1$  к  $F_1$  и векторов перемещений точки  $F_1$ :

$$\begin{aligned} L \cdot (\vec{i} \cdot \sin 30^\circ + \vec{j} \cdot \cos 30^\circ) \cdot \vec{S}_{F_1} = \\ = L \cdot (\vec{i} \cdot \sin 30^\circ + \vec{j} \cdot \cos 30^\circ) \cdot [\vec{i} \cdot (\mathbf{e}_x - \alpha_z \cdot \rho_{y1}) + \vec{j} \cdot (\mathbf{e}_y + \alpha_z \cdot \rho_{x1})], \end{aligned}$$

где  $\rho_{x1} = -r \cdot \cos 30^\circ$ ;

$$\rho_{y1} = -r \cdot \sin 30^\circ;$$

$r$  – радиус описанной окружности вокруг выходного звена.

$$\begin{aligned} L \cdot (\vec{i} \cdot \sin 30^\circ + \vec{j} \cdot \cos 30^\circ) \cdot \vec{S}_{F_1} = \\ = L \cdot (\vec{i} \cdot \sin 30^\circ + \vec{j} \cdot \cos 30^\circ) \cdot [\vec{i} \cdot (\mathbf{e}_x - \alpha_z \cdot (-r \cdot \sin 30^\circ)) + \\ + \vec{j} \cdot (\mathbf{e}_y + \alpha_z \cdot (-r \cdot \cos 30^\circ))]. \end{aligned}$$

Найденные скалярные произведения соответственно равны скалярному произведению векторов, проведенных от точек  $A_2$  к  $F_2$  и векторов перемещений точки  $F_2$ :

$$\begin{aligned}
L \cdot (\vec{i} \cdot (-1)) \cdot \vec{S}_{F_2} &= \\
&= L \cdot (\vec{i} \cdot (-1)) \cdot [\vec{i} \cdot (\mathbf{e}_x - \alpha_z \cdot \rho_{y_2}) + \vec{j} \cdot (\mathbf{e}_y + \alpha_z \cdot \rho_{x_2})],
\end{aligned}$$

где  $\rho_{x_2} = r \cdot \cos 30^\circ$ ;

$$\rho_{y_2} = -r \cdot \sin 30^\circ.$$

$$\begin{aligned}
L \cdot (\vec{i} \cdot (-1)) \cdot \vec{S}_{F_2} &= \\
&= L \cdot (\vec{i} \cdot (-1)) \cdot [\vec{i} \cdot (\mathbf{e}_x - \alpha_z \cdot (-r \cdot \sin 30^\circ)) + \vec{j} \cdot (\mathbf{e}_y + \alpha_z \cdot r \cdot \cos 30^\circ)].
\end{aligned}$$

Найденные скалярные произведения соответственно равны скалярному произведению векторов, проведенных от точек  $A_3$  к  $F_3$  и векторов перемещений точки  $F_3$ :

$$\begin{aligned}
L \cdot (\vec{i} \cdot \sin 30^\circ - \vec{j} \cdot \cos 30^\circ) \cdot \vec{S}_{F_3} &= \\
&= L \cdot (\vec{i} \cdot \sin 30^\circ - \vec{j} \cdot \cos 30^\circ) \cdot [\vec{i} \cdot (\mathbf{e}_x - \alpha_z \cdot \rho_{y_3}) + \vec{j} \cdot (\mathbf{e}_y + \alpha_z \cdot \rho_{x_3})],
\end{aligned}$$

где  $\rho_{x_3} = 0$ ;

$$\rho_{y_3} = r.$$

$$\begin{aligned}
L \cdot (\vec{i} \cdot \sin 30^\circ - \vec{j} \cdot \cos 30^\circ) \cdot \vec{S}_{F_3} &= \\
&= L \cdot (\vec{i} \cdot \sin 30^\circ - \vec{j} \cdot \cos 30^\circ) \cdot [\vec{i} \cdot (\mathbf{e}_x - \alpha_z \cdot r) + \vec{j} \cdot \mathbf{e}_y].
\end{aligned}$$

Определим требуемые значения длин кривошипов 7 для каждой кинематической цепи.

Для кинематической цепи 1 длину кривошипа  $\ell_{B1}$  (рисунок 3.4) определим по формуле:

$$\begin{aligned}
\ell_{B1} \cdot \frac{AD}{CD} \cdot L &= L \cdot (\vec{i} \cdot \sin 30^\circ + \vec{j} \cdot \cos 30^\circ) \cdot [\vec{i} \cdot (\mathbf{e}_x + \alpha_z \cdot r \cdot \sin 30^\circ) + \\
&+ \vec{j} \cdot (\mathbf{e}_y - \alpha_z \cdot r \cdot \cos 30^\circ)] = \sin 30^\circ \cdot \mathbf{e}_x + \alpha_z \cdot r \cdot \sin^2 30^\circ + \cos 30^\circ \cdot \mathbf{e}_y - \\
&- \alpha_z \cdot r \cdot \cos^2 30^\circ,
\end{aligned}$$

откуда

$$\ell_{B1} = \frac{CD}{AD} \cdot [e_x \cdot \sin 30^\circ + e_y \cdot \cos 30^\circ + \alpha_z \cdot r \cdot (\sin^2 30^\circ - \cos^2 30^\circ)].$$

Для кинематической цепи 2 длину кривошипа  $\ell_{B2}$  определим по формуле:

$$\begin{aligned} \ell_{B2} \cdot \frac{AD}{CD} \cdot L &= L \cdot (\vec{i} \cdot (-1) + \vec{j} \cdot 0) \cdot [\vec{i} \cdot (e_x + \alpha_z \cdot r \cdot \sin 30^\circ) + \\ &+ \vec{j} \cdot (e_y + \alpha_z \cdot r \cdot \cos 30^\circ)] = -e_x - \alpha_z \cdot r \cdot \sin 30^\circ, \end{aligned}$$

откуда

$$\ell_{B2} = \frac{CD}{AD} \cdot [-e_x - \alpha_z \cdot r \cdot \sin 30^\circ].$$

Для кинематической цепи 3 длину кривошипа  $\ell_{B3}$  определим по формуле:

$$\begin{aligned} \ell_{B3} \cdot \frac{AD}{CD} \cdot L &= L \cdot (\vec{i} \cdot \sin 30^\circ - \vec{j} \cdot \cos 30^\circ) \cdot [\vec{i} \cdot (e_x - \alpha_z \cdot r) + \vec{j} \cdot e_y] = \\ &= \sin 30^\circ \cdot e_x - \alpha_z \cdot r \cdot \sin 30^\circ - \cos 30^\circ \cdot e_y, \end{aligned}$$

откуда

$$\ell_{B3} = \frac{CD}{AD} \cdot [e_x \cdot \sin 30^\circ - e_y \cdot \cos 30^\circ - \alpha_z \cdot r \cdot \sin 30^\circ].$$

Рассмотрим пример расчетов синтезированного механизма.

Пусть заданы перемещения по координатам  $x$ ,  $y$ :  $e_x = 1$  мм;  $e_y = 1$  мм, приращение угловой координаты  $\alpha_z = 1^\circ$ , радиус описанной окружности вокруг выходного звена  $r = 5$  мм, длина коромысла  $AD = 15$  мм, длина отрезка  $CD = 10$  мм, тогда рассчитаем длины кривошипов 7 для каждой кинематической цепи в заданном положении механизма.

Для кинематической цепи 1:

$$\ell_{B1} = \frac{10}{15} \cdot [1 \cdot \sin 30^\circ + 1 \cdot \cos 30^\circ + 1 \cdot 5 \cdot (\sin^2 30^\circ - \cos^2 30^\circ)] = -0,7560 \text{ мм.}$$

Для кинематической цепи 2:

$$\ell_{B2} = \frac{10}{15} \cdot [-1 - 1 \cdot 5 \cdot \sin 30^\circ] = -2,3333 \text{ мм.}$$

Для кинематической цепи 3:

$$\ell_{B3} = \frac{10}{15} \cdot [1 \cdot \sin 30^\circ - 1 \cdot \cos 30^\circ - 1 \cdot 5 \cdot \sin 30^\circ] = -1,9107 \text{ мм.}$$

Полученные результаты означают, что длины кривошипов  $\ell_{Bk}$  откладываются в направлениях противоположных заданным на рисунке 3.4.

Таким образом, для получения требуемого плоского движения выходного звена 2 необходимо установить указанные длины  $\ell_{Bk}$  кривошипов 7 за счет изменения положений ползунов 8.

Синтезированный механизм не требует для поддержания заданного соотношения между компонентами кинематического винта сложной системы управления и обратных связей, то есть он дает возможность повысить надёжность и снизить стоимость подобного класса механизмов.

### 3.2. Решение обратной задачи о положениях

Рассмотрим решение обратной задачи о положениях исследуемого манипуляционного механизма (рисунок 3.1), в соответствии с которой определим требуемые параметры звеньев. Исходный механизм обладает тремя степенями свободы и состоит из трех кинематических цепей, обеспечивающих движения в плоскости [6,9,10,15,16,1,31-33,46] (рисунок 3.6).

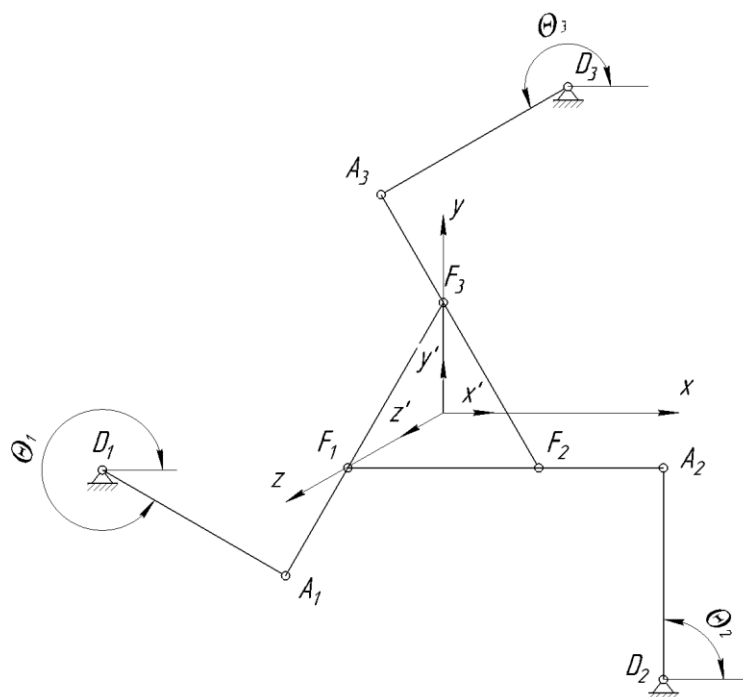


Рисунок 3.6 – Механизм параллельной структуры с тремя степенями свободы:  $A_k, D_k, F_k$  – кинематические пары

Определим координаты точек вершин платформы  $F_k$ , учитывая, что система координат  $xoy$  - связана с онованием, а система  $x'oy'$  - с выходным звеном.

$$\begin{pmatrix} x_{F_k} \\ y_{F_k} \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & x \\ 0 & 1 & 0 & y \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha & 0 & 0 \\ \sin\alpha & \cos\alpha & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x'_{F_k} \\ y'_{F_k} \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad (3.2)$$

где  $\alpha$  – угол поворота выходного звена (платформы) вокруг оси  $z$ ;

$$x'_{F_1} = -r \cdot \cos 30^\circ;$$

$$x'_{F_2} = r \cdot \cos 30^\circ;$$

$$x'_{F_3} = 0;$$

$$y'_{F_1} = -r \cdot \sin 30^\circ;$$

$$y'_{F_2} = -r \cdot \sin 30^\circ;$$

$$y'_{F_3} = r;$$

$r$  – радиус описанной окружности вокруг выходного звена.

Определим координаты вершин выходного звена исследуемого

платформенного механизма в неподвижной системе отсчета:

$$x_{F_1} = x - r \cdot \cos 30^\circ \cdot \cos \alpha + r \cdot \sin 30^\circ \cdot \sin \alpha;$$

$$y_{F_1} = y - r \cdot \cos 30^\circ \cdot \sin \alpha - r \cdot \sin 30^\circ \cdot \cos \alpha;$$

$$x_{F_2} = x + r \cdot \cos 30^\circ \cdot \cos \alpha + r \cdot \sin 30^\circ \cdot \sin \alpha;$$

$$y_{F_2} = y + r \cdot \cos 30^\circ \cdot \sin \alpha - r \cdot \sin 30^\circ \cdot \cos \alpha;$$

$$x_{F_3} = x - r \cdot \sin \alpha;$$

$$y_{F_3} = y + r \cdot \cos \alpha.$$

Найдем угол поворота коромысел  $\Theta_k$ , учитывая, что угол между коромыслом и шатуном составляет  $90^\circ$ .

Запишем уравнение неявной функции  $F_k$ :

$$F_k = (x_{F_k} - x_{A_k})^2 + (y_{F_k} - y_{A_k})^2 - \ell_{A_k F_k}^2 = 0,$$

где  $x_{A_k} = x_{D_k} + \ell_1 \cdot \cos \Theta_k$ ;

$$y_{A_k} = y_{D_k} + \ell_1 \cdot \sin \Theta_k$$

$$\ell_1 = \ell_{A_k D_k};$$

$$\ell_2 = \ell_{A_k F_k};$$

$$k = 1, 2, 3.$$

После преобразований, получим:

$$\begin{aligned} \Theta_k = & 2 \cdot \arctg \cdot \frac{1}{\left( \ell_1^2 - 2 \cdot \ell_1 \cdot x_{D_k} + 2 \cdot \ell_1 \cdot x_{F_k} - \ell_2^2 + x_{D_k}^2 - 2 \cdot x_{D_k} \cdot x_{F_k} + \right.} \\ & \left. + x_{F_k}^2 + y_{D_k}^2 - 2 \cdot y_{D_k} \cdot y_{F_k} + y_{F_k}^2 \right)} \\ & \cdot \left( 2 \cdot \ell_1 \cdot y_{F_k} - 2 \cdot \ell_1 \cdot y_{D_k} + \left( \ell_1^2 - 2 \cdot \ell_1 \cdot \ell_2 + \ell_2^2 - x_{D_k}^2 + 2 \cdot x_{D_k} \cdot x_{F_k} - \right. \right. \\ & \left. \left. - x_{F_k}^2 - y_{D_k}^2 + 2 \cdot y_{D_k} \cdot y_{F_k} - y_{F_k}^2 \right)^{0,5} \right) \\ & \cdot \left( 2 \cdot \ell_1 \cdot \ell_2 - \ell_1^2 - \ell_2^2 + x_{D_k}^2 - 2 \cdot x_{D_k} \cdot x_{F_k} + x_{F_k}^2 + y_{D_k}^2 - 2 \cdot y_{D_k} \cdot y_{F_k} + y_{F_k}^2 \right)^{0,5} - \\ & - 2 \cdot \arctg \frac{1}{\left( \ell_1^2 - 2 \cdot \ell_1 \cdot x_{D_k} + 2 \cdot \ell_1 \cdot x_{F_k} - \ell_2^2 + x_{D_k}^2 - 2 \cdot x_{D_k} \cdot x_{F_k} + \right.} \\ & \left. + x_{F_k}^2 + y_{D_k}^2 - 2 \cdot y_{D_k} \cdot y_{F_k} + y_{F_k}^2 \right)}. \end{aligned}$$



$$\cdot \left( 2 \cdot \ell_1 \cdot y_{D_k} - 2 \cdot \ell_1 \cdot y_{F_k} + \left( \begin{array}{c} \ell_1^2 + 2 \cdot \ell_1 \cdot \ell_2 + \ell_2^2 - x_{D_k}^2 + 2 \cdot x_{D_k} \cdot x_{F_k} - x_{F_k}^2 \\ -y_{D_k}^2 + 2 \cdot y_{D_k} \cdot y_{F_k} - y_{F_k}^2 \end{array} \right)^{0,5} \right)$$

$$\cdot \left( \begin{array}{c} 2 \cdot \ell_1 \cdot \ell_2 - \ell_1^2 - \ell_2^2 + x_{D_k}^2 - 2 \cdot x_{D_k} \cdot x_{F_k} + x_{F_k}^2 + y_{D_k}^2 \\ -2 \cdot y_{D_k} \cdot y_{F_k} + y_{F_k}^2 \end{array} \right)^{0,5}.$$

Построим матрицу частных производных неявной функции  $F_k$  по каждой из координат  $(x, y, \alpha)$ :

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial x} F_1 & \frac{\partial}{\partial y} F_1 & \frac{\partial}{\partial \alpha} F_1 \\ \frac{\partial}{\partial x} F_2 & \frac{\partial}{\partial y} F_2 & \frac{\partial}{\partial \alpha} F_2 \\ \frac{\partial}{\partial x} F_3 & \frac{\partial}{\partial y} F_3 & \frac{\partial}{\partial \alpha} F_3 \end{pmatrix}$$

Определим каждый из элементов матрицы, учитывая, что:

$$F_1 = (x_{D_1} - x + \ell_1 \cdot \cos(\theta_1) + r \cdot \cos 30^\circ \cdot \cos \alpha - r \cdot \sin 30^\circ \cdot \sin \alpha)^2 +$$

$$+ (y_{D_1} - y + \ell_1 \cdot \sin(\theta_1) + r \cdot \cos 30^\circ \cdot \sin \alpha + r \cdot \sin 30^\circ \cdot \cos \alpha)^2 - \ell_2^2 = 0;$$

$$\frac{\partial}{\partial x} F_1 = 2 \cdot x - 2 \cdot x_{D_1} - 2 \cdot \ell_1 \cdot \cos(\theta_1) - 2 \cdot r \cdot \cos 30^\circ \cdot \cos \alpha +$$

$$+ 2 \cdot r \cdot \sin 30^\circ \cdot \sin \alpha;$$

$$\frac{\partial}{\partial y} F_1 = 2 \cdot y - 2 \cdot y_{D_1} - 2 \cdot \ell_1 \cdot \sin(\theta_1) - 2 \cdot r \cdot \cos 30^\circ \cdot \sin \alpha -$$

$$- 2 \cdot r \cdot \sin 30^\circ \cdot \cos \alpha;$$

$$\frac{\partial}{\partial \alpha} F_1 = 2 \cdot (r \cdot \cos 30^\circ \cdot \cos \alpha - r \cdot \sin 30^\circ \cdot \sin \alpha) \cdot (y_{D_1} - y + \ell_1 \cdot \sin(\theta_1) +$$

$$+ r \cdot \cos 30^\circ \cdot \sin \alpha + r \cdot \sin 30^\circ \cdot \cos \alpha) -$$

$$- 2 \cdot (r \cdot \cos 30^\circ \cdot \sin \alpha + r \cdot \sin 30^\circ \cdot \cos \alpha) \cdot (x_{D_1} - x + \ell_1 \cdot \cos(\theta_1) +$$

$$+ r \cdot \cos 30^\circ \cdot \cos \alpha - r \cdot \sin 30^\circ \cdot \sin \alpha).$$

$$F_2 = (x - x_{D_2} - \ell_1 \cdot \cos(\theta_2) + r \cdot \cos 30^\circ \cdot \cos \alpha + r \cdot \sin 30^\circ \cdot \sin \alpha)^2 +$$

$$+ (y_{D_2} - y + \ell_1 \cdot \sin(\theta_2) - r \cdot \cos 30^\circ \cdot \sin \alpha + r \cdot \sin 30^\circ \cdot \cos \alpha)^2 - \ell_2^2 = 0;$$

$$\frac{\partial}{\partial x} F_2 = 2 \cdot x - 2 \cdot x_{D_2} - 2 \cdot \ell_1 \cdot \cos(\theta_2) + 2 \cdot r \cdot \cos 30^\circ \cdot \cos \alpha +$$

$$+ 2 \cdot r \cdot \sin 30^\circ \cdot \sin \alpha$$

$$\frac{\partial}{\partial y} F_2 = 2 \cdot y - 2 \cdot y_{D_2} - 2 \cdot \ell_1 \cdot \sin(\theta_2) + 2 \cdot r \cdot \cos 30^\circ \cdot \sin \alpha -$$

$$- 2 \cdot r \cdot \sin 30^\circ \cdot \cos \alpha;$$

$$\frac{\partial}{\partial \alpha} F_2 = -2 \cdot (r \cdot \cos 30^\circ \cdot \cos \alpha - r \cdot \sin 30^\circ \cdot \sin \alpha) \cdot (x - x_{D_2} - \ell_1 \cdot \cos(\theta_2) +$$

$$+ r \cdot \cos 30^\circ \cdot \cos \alpha + r \cdot \sin 30^\circ \cdot \sin \alpha) - 2 \cdot (r \cdot \cos 30^\circ \cdot \cos \alpha +$$

$$+ r \cdot \sin 30^\circ \cdot \sin \alpha) \cdot (y_{D_2} - y + \ell_1 \cdot \sin(\theta_2) - r \cdot \cos 30^\circ \cdot \sin \alpha + r \cdot \sin 30^\circ \cdot \cos \alpha).$$

$$F_3 = (x_{D_3} - x + \ell_1 \cdot \cos(\theta_3) + r \cdot \sin \alpha)^2 + (y - y_{D_3} - \ell_1 \cdot \sin(\theta_3) + r \cdot \cos \alpha)^2 -$$

$$- \ell_2^2 = 0;$$

$$\frac{\partial}{\partial x} F_3 = 2 \cdot x - 2 \cdot x_{D_3} - 2 \cdot \ell_1 \cdot \cos(\theta_3) - 2 \cdot r \cdot \sin \alpha;$$

$$\frac{\partial}{\partial y} F_3 = 2 \cdot y - 2 \cdot y_{D_3} - 2 \cdot \ell_1 \cdot \sin(\theta_3) + 2 \cdot r \cdot \cos \alpha;$$

$$\frac{\partial}{\partial \alpha} F_3 = 2 \cdot r \cdot \cos \alpha \cdot (x_{D_3} - x + \ell_1 \cdot \cos(\theta_3) + r \cdot \sin \alpha) -$$

$$- 2 \cdot r \cdot \sin \alpha \cdot (y - y_{D_3} - \ell_1 \cdot \sin(\theta_3) + r \cdot \cos \alpha).$$

Построим матрицу частных производных неявной функции  $F_k$  по углу поворота коромысел ( $\theta_k$ ):

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial \theta_1} F_1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial \theta_2} F_2 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial \theta_3} F_3 \end{pmatrix}$$

Определим каждый из элементов матрицы:

$$\frac{\partial}{\partial \theta_1} F_1 = 2 \cdot \ell_1 \cdot \cos(\theta_1) \cdot (y_{D_1} - y + \ell_1 \cdot \sin(\theta_1) + r \cdot \cos 30^\circ \cdot \sin \alpha +$$

$$+ r \cdot \sin 30^\circ \cdot \cos \alpha -$$

$$- 2 \cdot \ell_1 \cdot \sin(\theta_1) \cdot (x_{D_1} - x + \ell_1 \cdot \cos(\theta_1) + r \cdot \cos 30^\circ \cdot \cos \alpha - r \cdot \sin 30^\circ \cdot \sin \alpha);$$

$$\frac{\partial}{\partial \theta_2} F_2 = 2 \cdot \ell_1 \cdot \sin(\theta_2) \cdot (x - x_{D_2} - \ell_1 \cdot \cos(\theta_2) + r \cdot \cos 30^\circ \cdot \cos \alpha +$$

$$+ r \cdot \sin 30^\circ \cdot \sin \alpha) + 2 \cdot \ell_1 \cdot \cos(\theta_2) \cdot (y_{D_2} - y + \ell_1 \cdot \sin(\theta_2) - r \cdot \cos 30^\circ \cdot \sin \alpha +$$

$$+r \cdot \sin 30^\circ \cdot \cos \alpha);$$

$$\frac{\partial}{\partial \theta_3} F_3 = -2 \cdot \ell_1 \sin(\theta_3) \cdot (x_{D_3} - x + \ell_1 \cdot \cos(\theta_3) + r \cdot \sin \alpha) - 2 \cdot \ell_1 \cdot \cos(\theta_3) \times \\ \times (y - y_{D_3} - \ell_1 \cdot \sin(\theta_3) + r \cdot \cos \alpha).$$

Для уяснения принципа работы кинематических цепей рассмотрим шарнирный четырехзвенник, обладающий одной степенью свободы (рисунок 3.7).

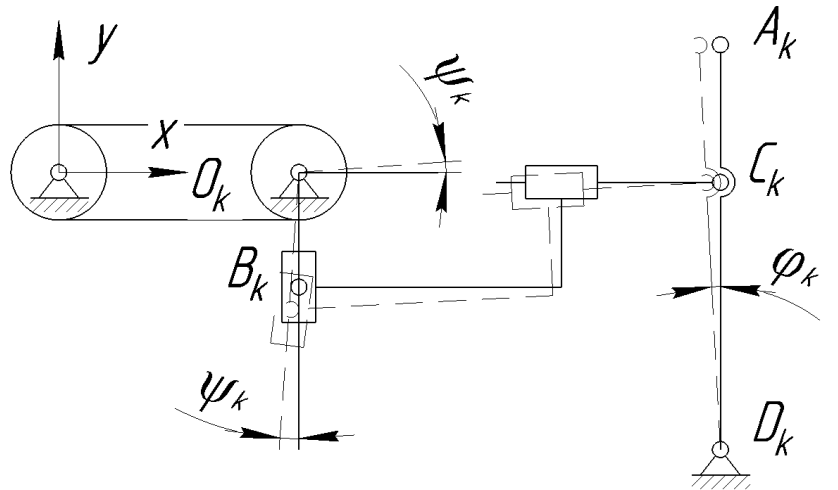


Рисунок 3.7 – Шарнирный четырехзвенник с одной степенью свободы, соответствующий одной кинематической цепи:  $A_k, B_k, C_k, D_k, F_k$  – кинематические пары;  $\psi_k$  – угол поворота ведущего шкива;  $\varphi_k$  – угол поворота коромысел;  $k=1,2,3$

Определим длины кривошипов  $O_k B_k$  ( $\ell_{B_k}$ ), для чего рассмотрим уравнение неявной функции  $P_k$ :

$$P_k = (x_{C_k} - x_{B_k})^2 + (y_{C_k} - y_{B_k})^2 - \ell_{B_k C_k}^2 = 0,$$

$$\text{где } x_{B_k} = x_{O_k} + \ell_{B_k} \cdot \cos \psi_k;$$

$$y_{B_k} = y_{O_k} + \ell_{B_k} \cdot \sin \psi_k;$$

$$x_{C_k} = x_{D_k} + \ell_{C_k} \cdot \cos \varphi_k;$$

$$y_{C_k} = y_{D_k} + \ell_{C_k} \cdot \sin \varphi_k.$$

$\psi_k$  – угол поворота ведущего шкива (при этом  $\psi_1 = \psi_2 = \psi_3$  – для всех ветвей кинематической цепи);

$\varphi_k$  – угол поворота коромысел;

$$k = 1, 2, 3.$$

Раскроем уравнение неявной функции для каждой кинематической цепи

исследуемого манипуляционного механизма:

$$\begin{aligned}
 P_1 &= (x_{D_1} - x_{O_1} - \ell_{B_1} \cdot \cos\psi + \ell_{CD} \cdot \cos\varphi_1)^2 + \\
 &+ (y_{D_1} - y_{O_1} - \ell_{B_1} \cdot \sin\psi + \ell_{CD} \cdot \sin\varphi_1)^2 - \ell_{B_1C_1}^2 = 0; \\
 P_2 &= (x_{D_2} - x_{O_2} - \ell_{B_2} \cdot \cos\psi + \ell_{CD} \cdot \cos\varphi_2)^2 + \\
 &+ (y_{D_2} - y_{O_2} - \ell_{B_2} \cdot \sin\psi + \ell_{CD} \cdot \sin\varphi_2)^2 - \ell_{B_2C_2}^2 = 0; \\
 P_3 &= (x_{D_3} - x_{O_3} - \ell_{B_3} \cdot \cos\psi + \ell_{CD} \cdot \cos\varphi_3)^2 + \\
 &+ (y_{D_3} - y_{O_3} - \ell_{B_3} \cdot \sin\psi + \ell_{CD} \cdot \sin\varphi_3)^2 - \ell_{B_3C_3}^2 = 0.
 \end{aligned}$$

Учитывая изложенное, в соответствии с рисунком 3.7, принимая во внимание, что угол поворота коромысла ( $\varphi_k$ ) значительно меньше угла поворота кривошипа ( $\psi_k$ ), найдем длину  $k$ -го кривошипа по формуле:

$$\ell_{B_k} = \ell_{CD} \cdot \Delta\varphi_k.$$

В соответствии с записанными кинематическими уравнениями:

$$\frac{\partial P_k}{\partial \psi} \cdot d\psi + \frac{\partial P_k}{\partial \varphi_k} \cdot d\varphi_k = 0.$$

определим приращение угла поворота коромысел:

$$d\varphi_k = \frac{-\frac{\partial P_k}{\partial \psi}}{\frac{\partial P_k}{\partial \varphi_k}} \cdot d\psi = d\Theta_k,$$

$$\frac{\partial P_1}{\partial \psi} = 2 \cdot \ell_{B_1} \cdot \sin\psi \cdot (x_{D_1} - x_{O_1} - \ell_{B_1} \cdot \cos\psi + \ell_{CD} \cdot \cos\varphi_1) -$$

$$- 2 \cdot \ell_{B_1} \cdot \cos\psi \cdot (y_{D_1} - y_{O_1} - \ell_{B_1} \cdot \sin\psi + \ell_{CD} \cdot \sin\varphi_1);$$

$$\frac{\partial P_1}{\partial \varphi_1} = 2 \cdot \ell_{CD} \cdot \cos\varphi_1 \cdot (y_{D_1} - y_{O_1} - \ell_{B_1} \cdot \sin\psi + \ell_{CD} \cdot \sin\varphi_1) -$$

$$- 2 \cdot \ell_{CD} \cdot \sin\varphi_1 \cdot (x_{D_1} - x_{O_1} - \ell_{B_1} \cdot \cos\psi + \ell_{CD} \cdot \cos\varphi_1).$$

$$\frac{\partial P_2}{\partial \psi} = 2 \cdot \ell_{B_2} \cdot \sin\psi \cdot (x_{D_2} - x_{O_2} - \ell_{B_2} \cdot \cos\psi + \ell_{CD} \cdot \cos\varphi_2) -$$

$$- 2 \cdot \ell_{B_2} \cdot \cos\psi \cdot (y_{D_3} - y_{O_3} - \ell_{B_3} \cdot \sin\psi + \ell_{CD} \cdot \sin\varphi_3);$$

$$\frac{\partial P_2}{\partial \varphi_2} = 2 \cdot \ell_{CD} \cdot \cos\varphi_2 \cdot (y_{D_2} - y_{O_2} - \ell_{B_2} \cdot \sin\psi + \ell_{CD} \cdot \sin\varphi_2) -$$

$$- 2 \cdot \ell_{CD} \cdot \sin\varphi_2 \cdot (x_{D_2} - x_{O_2} - \ell_{B_2} \cdot \cos\psi + \ell_{CD} \cdot \cos\varphi_2).$$

$$\frac{\partial P_3}{\partial \psi} = 2 \cdot \ell_{B_3} \cdot \sin \psi \cdot (x_{D_3} - x_{O_3} - \ell_{B_3} \cdot \cos \psi + \ell_{CD} \cdot \cos \varphi_3) -$$

$$- 2 \cdot \ell_{B_3} \cdot \cos \psi \cdot (y_{D_3} - y_{O_3} - \ell_{B_3} \cdot \sin \psi + \ell_{CD} \cdot \sin \varphi_3);$$

$$\frac{\partial P_3}{\partial \varphi_3} = 2 \cdot \ell_{CD} \cdot \cos \varphi_3 \cdot (y_{D_3} - y_{O_3} - \ell_{B_3} \cdot \sin \psi + \ell_{CD} \cdot \sin \varphi_3) -$$

$$- 2 \cdot \ell_{CD} \cdot \sin \varphi_3 \cdot (x_{D_3} - x_{O_3} - \ell_{B_3} \cdot \cos \psi + \ell_{CD} \cdot \cos \varphi_3).$$

На основе полученных выражений находим решение задачи о скоростях механизма параллельной структуры.

Приведем указанное решение в матричном виде:

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial x} F_1 & \frac{\partial}{\partial y} F_1 & \frac{\partial}{\partial \alpha} F_1 \\ \frac{\partial}{\partial x} F_2 & \frac{\partial}{\partial y} F_2 & \frac{\partial}{\partial \alpha} F_2 \\ \frac{\partial}{\partial x} F_3 & \frac{\partial}{\partial y} F_3 & \frac{\partial}{\partial \alpha} F_3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\alpha} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial \theta_1} F_1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial \theta_2} F_2 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial \theta_3} F_3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \dot{\Theta}_1 \\ \dot{\Theta}_2 \\ \dot{\Theta}_3 \end{pmatrix} = 0,$$

где  $\dot{x}, \dot{y}, \dot{\alpha}, \dot{\Theta}_k$  – соответствующие линейные и угловые скорости звеньев исследуемого манипуляционного механизма.

При анализе учитываем, что каждая кинематическая цепь приводится в действие четырехзвенным механизмом (рисунок 3.7).

$$\dot{\Theta}_1 = \frac{-\frac{\partial P_1}{\partial \psi}}{\frac{\partial P_1}{\partial \varphi_1}} \cdot \dot{\psi} =$$

$$= \dot{\psi} \cdot \left( 2 \cdot \ell_{B_1} \cdot \sin \psi \cdot (x_{D_1} - x_{O_1} - \ell_{B_1} \cdot \cos \psi + \ell_{CD} \cdot \cos \varphi_1) - 2 \cdot \ell_{B_1} \cdot \cos \psi \times \right.$$

$$\left. \times (y_{D_1} - y_{O_1} - \ell_{B_1} \cdot \sin \psi + \ell_{CD} \cdot \sin \varphi_1) \right) /$$

$$\left( 2 \cdot \ell_{CD} \cdot \cos \varphi_1 \cdot (y_{D_1} - y_{O_1} - \ell_{B_1} \cdot \sin \psi + \ell_{CD} \cdot \sin \varphi_1) - 2 \cdot \ell_{CD} \cdot \sin \varphi_1 \times \right.$$

$$\left. \times (x_{D_1} - x_{O_1} - \ell_{B_1} \cdot \cos \psi + \ell_{CD} \cdot \cos \varphi_1) \right);$$

$$\dot{\Theta}_2 = \frac{-\frac{\partial P_2}{\partial \psi}}{\frac{\partial P_2}{\partial \varphi_2}} \cdot \dot{\psi} =$$

$$= \dot{\psi} \cdot \left( 2 \cdot \ell_{B_2} \cdot \sin\psi \cdot (x_{D_2} - x_{O_2} - \ell_{B_2} \cdot \cos\psi + \ell_{CD} \cdot \cos\varphi_2) - 2 \cdot \ell_{B_2} \cdot \cos\psi \times \right. \\ \left. \times (y_{D_2} - y_{O_2} - \ell_{B_2} \cdot \sin\psi + \ell_{CD} \cdot \sin\varphi_2) \right) / \\ \left( 2 \cdot \ell_{CD} \cdot \cos\varphi_2 \cdot (y_{D_2} - y_{O_2} - \ell_{B_2} \cdot \sin\psi + \ell_{CD} \cdot \sin\varphi_2) - 2 \cdot \ell_{CD} \cdot \sin\varphi_2 \times \right. \\ \left. \times (x_{D_2} - x_{O_2} - \ell_{B_2} \cdot \cos\psi + \ell_{CD} \cdot \cos\varphi_2) \right);$$

$$\dot{\Theta}_3 = \frac{-\frac{\partial P_3}{\partial \psi}}{\frac{\partial P_3}{\partial \varphi_3}} \cdot \dot{\psi} =$$

$$= \dot{\psi} \cdot \left( 2 \cdot \ell_{B_3} \cdot \sin\psi \cdot (x_{D_3} - x_{O_3} - \ell_{B_3} \cdot \cos\psi + \ell_{CD} \cdot \cos\varphi_3) - 2 \cdot \ell_{B_3} \cdot \cos\psi \times \right. \\ \left. \times (y_{D_3} - y_{O_3} - \ell_{B_3} \cdot \sin\psi + \ell_{CD} \cdot \sin\varphi_3) \right) / \\ \left( 2 \cdot \ell_{CD} \cdot \cos\varphi_3 \cdot (y_{D_3} - y_{O_3} - \ell_{B_3} \cdot \sin\psi + \ell_{CD} \cdot \sin\varphi_3) - 2 \cdot \ell_{CD} \cdot \sin\varphi_3 \times \right. \\ \left. \times (x_{D_3} - x_{O_3} - \ell_{B_3} \cdot \cos\psi + \ell_{CD} \cdot \cos\varphi_3) \right).$$

При указанных условиях задачу можно считать решенной.

### 3.3. Численное решение задач кинематики синтезированного механизма параллельной структуры

Рассмотрим пример решения задач о положениях и о скоростях в применении к исследуемому механизму (рисунок 3.1).

Зададим начальные условия:

– геометрические размеры звеньев, м:

$$A_k D_k = \ell_1 = 0,866; F_k A_k = \ell_2 = 0,5; F_k D_k = \ell_3 = 1; A_k C_k = 0,173;$$

$$B_k C_k = 0,716; C_k D_k = 0,693;$$

– координаты центров ведомых шкивов, м:

$$x_{O_1} = -0,183; y_{O_1} = -0,106;$$

$$x_{O_2} = 0; y_{O_2} = -0,212;$$

$$x_{O_3} = 0,183; y_{O_3} = 0,106.$$

– координаты центров шарниров в креплении коромысел к стойке, м:

$$x_{D_1} = -1,217; y_{D_1} = -0,125;$$

$$x_{D_2} = 0,717; y_{D_2} = -0,991;$$

$$x_{D_3} = 0,5; y_{D_3} = 1,116.$$

– радиус описанной окружности вокруг выходного звена:  $r = 0,25$  м;

– начальное положение выходного звена механизма:

$$x = 0 \text{ м}; y = 0 \text{ м}; \alpha = 0^\circ.$$

Требуется найти  $\begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\alpha} \end{pmatrix}$

Определим координаты вершин выходного звена, м:

$$x_{F_1} = -0,217; y_{F_1} = -0,125;$$

$$x_{F_2} = 0,217; y_{F_2} = -0,125;$$

$$x_{F_3} = 0; y_{F_3} = 0,25.$$

Определим углы поворота коромысел  $\Theta_k$  в соответствии с уравнением:

$$F_k = (x_{F_k} - x_{A_k})^2 + (y_{F_k} - y_{A_k})^2 - \ell_{A_k F_k}^2 = 0,$$

$$\text{с учетом, что } x_{A_k} = x_{D_k} + \ell_1 \cdot \cos \Theta_k; y_{A_k} = y_{D_k} + \ell_1 \cdot \sin \Theta_k.$$

Решив, относительно  $\Theta_k$ , получим следующие корни уравнения:

$$\Theta_{11} = 330^\circ; \Theta_{12} = 31,461^\circ;$$

$$\Theta_{21} = 90^\circ; \Theta_{22} = 76,833^\circ;$$

$$\Theta_{31} = 210^\circ; \Theta_{32} = 181,534^\circ.$$

В соответствии с принятым положением исследуемого манипуляционного механизма в качестве окончательного решения примем:

$$\Theta_1 = 330^\circ;$$

$$\Theta_2 = 90^\circ;$$

$$\Theta_3 = 210^\circ.$$

Построим матрицу частных производных неявной функции  $F_k$  по каждой из координат  $(x, y, \alpha)$ .

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial x} F_1 & \frac{\partial}{\partial y} F_1 & \frac{\partial}{\partial \alpha} F_1 \\ \frac{\partial}{\partial x} F_2 & \frac{\partial}{\partial y} F_2 & \frac{\partial}{\partial \alpha} F_2 \\ \frac{\partial}{\partial x} F_3 & \frac{\partial}{\partial y} F_3 & \frac{\partial}{\partial \alpha} F_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1,135 & 0,5 & 0,034 \\ -1,001 & 0,732 & 0,284 \\ -0,134 & -1,232 & 0,033 \end{pmatrix}.$$

Построим матрицу частных производных неявной функции  $F_k$  по углу поворота коромысел ( $\Theta_k$ ):

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial \theta_1} F_1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial \theta_2} F_2 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial \theta_3} F_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0,5 & 0 & 0 \\ 0 & -0,5 & 0 \\ 0 & 0 & -0,5 \end{pmatrix}.$$

Зададим конечные условия:

– конечное положение выходного звена механизма:

$$x = 0,173 \text{ м}; y = 0,173 \text{ м}; \alpha = 10^\circ.$$

Исходя из вышеизложенного, представим координаты вершин выходного звена, м:

$$x_{F_1} = -0,019; y_{F_1} = 0,012;$$

$$x_{F_2} = 0,408; y_{F_2} = 0,087;$$

$$x_{F_3} = 0,13; y_{F_3} = 0,419.$$

Определим углы поворота коромысел  $\Theta_k$  в соответствии с уравнением:

$$F_k = (x_{F_k} - x_{A_k})^2 + (y_{F_k} - y_{A_k})^2 - \ell_{A_k F_k}^2 = 0,$$

с учетом того, что  $x_{A_k} = x_{D_k} + \ell_1 \cdot \cos \Theta_k$ ;  $y_{A_k} = y_{D_k} + \ell_1 \cdot \sin \Theta_k$ .

Решив указанные уравнения относительно  $\Theta_i$ , получим:

$$\Theta_{11} = 345,847^\circ; \Theta_{12} = 28,278^\circ;$$

$$\Theta_{21} = 80,801^\circ; \Theta_{22} = 203,853^\circ;$$

$$\Theta_{31} = 207,265^\circ; \Theta_{32} = 219,204^\circ.$$

Исходя из конструкции механизма, решениями являются значения:

$$\Theta_1 = 345,847^\circ;$$

$$\Theta_2 = 80,801^\circ;$$



$$\Theta_3 = 207,265^\circ.$$

Определим приращения углов поворота коромысел в конечных положениях относительно начальных:

$$\Delta\Theta_1 = 15,847^\circ;$$

$$\Delta\Theta_2 = -9,199^\circ;$$

$$\Delta\Theta_3 = -2,735^\circ.$$

Отсюда найдем длины кривошипов, м:

$$\ell_{B_1} = \ell_{CD} \cdot \Delta\Theta_1 = 0,693 \cdot 0,276 = 0,192;$$

$$\ell_{B_2} = \ell_{CD} \cdot \Delta\Theta_2 = 0,693 \cdot (-0,161) = -0,111;$$

$$\ell_{B_3} = \ell_{CD} \cdot \Delta\Theta_3 = 0,693 \cdot (-0,047) = -0,033.$$

Построим матрицу частных производных неявной функции  $F_k$  по каждой из координат  $(x, y, \alpha)$ .

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial x} F_1 & \frac{\partial}{\partial y} F_1 & \frac{\partial}{\partial \alpha} F_1 \\ \frac{\partial}{\partial x} F_2 & \frac{\partial}{\partial y} F_2 & \frac{\partial}{\partial \alpha} F_2 \\ \frac{\partial}{\partial x} F_3 & \frac{\partial}{\partial y} F_3 & \frac{\partial}{\partial \alpha} F_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1,531 & 0,775 & 0,098 \\ -0,618 & 1,157 & 0,325 \\ 0,125 & -0,894 & 0,008 \end{pmatrix}.$$

Построим матрицу частных производных неявной функции  $F_k$  по углу поворота коромысел  $(\Theta_k)$ :

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial \theta_1} F_1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial \theta_2} F_2 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial \theta_3} F_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0,718 & 0 & 0 \\ 0 & -0,309 & 0 \\ 0 & 0 & -0,418 \end{pmatrix}.$$

Пусть начальное положение выходного звена механизма:

$$x = 0 \text{ м}; y = 0 \text{ м}; \alpha = 0^\circ, \psi = 10^\circ.$$

Функция положения коромысел:

$$P_k = (x_{C_k} - x_{B_k})^2 + (y_{C_k} - y_{B_k})^2 - \ell_{B_k C_k}^2 = 0.$$

$$\text{Учитываем, что } x_{B_k} = x_{O_k} + \ell_{B_k} \cdot \cos\psi_k; y_{B_k} = y_{O_k} + \ell_{B_k} \cdot \sin\psi_k;$$

$$x_{C_k} = x_{D_k} + l_{CD} \cdot \cos\varphi_k; y_{C_k} = y_{D_k} + l_{CD} \cdot \sin\varphi_k.$$

$\psi_1 = \psi_2 = \psi_3$  – для всех ветвей кинематической цепи.

Решив уравнения, относительно  $\varphi_i$ , получим следующие корни:

$$\varphi_{11} = 344,342^\circ; \varphi_{12} = 43,716^\circ;$$

$$\varphi_{21} = 175,308^\circ; \varphi_{22} = 279,14^\circ;$$

$$\varphi_{31} = 209,885^\circ; \varphi_{32} = 268,702^\circ.$$

Принимая во внимание рассмотренные геометрические соотношения, запишем:

$$\varphi_1 = 344,342^\circ;$$

$$\varphi_2 = 279,14^\circ;$$

$$\varphi_3 = 268,702^\circ.$$

Требуемое решение определим из уравнения:

$$\begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\alpha} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial x} F_1 & \frac{\partial}{\partial y} F_1 & \frac{\partial}{\partial \alpha} F_1 \\ \frac{\partial}{\partial x} F_2 & \frac{\partial}{\partial y} F_2 & \frac{\partial}{\partial \alpha} F_2 \\ \frac{\partial}{\partial x} F_3 & \frac{\partial}{\partial y} F_3 & \frac{\partial}{\partial \alpha} F_3 \end{pmatrix}^{-1} \cdot \begin{pmatrix} - \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial \theta_1} F_1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial \theta_2} F_2 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial \theta_3} F_3 \end{pmatrix} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \\ \dot{\theta}_3 \end{pmatrix},$$

$$\text{где } \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial x} F_1 & \frac{\partial}{\partial y} F_1 & \frac{\partial}{\partial \alpha} F_1 \\ \frac{\partial}{\partial x} F_2 & \frac{\partial}{\partial y} F_2 & \frac{\partial}{\partial \alpha} F_2 \\ \frac{\partial}{\partial x} F_3 & \frac{\partial}{\partial y} F_3 & \frac{\partial}{\partial \alpha} F_3 \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} 0,8008 & -0,1245 & 0,2510 \\ -0,0095 & 0,0910 & -0,7614 \\ 2,8513 & 2,8513 & 2,8513 \end{pmatrix}$$

$$- \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial \theta_1} F_1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial \theta_2} F_2 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial \theta_3} F_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,5 & 0 & 0 \\ 0 & 0,5 & 0 \\ 0 & 0 & 0,5 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \\ \dot{\theta}_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,026 \\ 0,045 \\ -0,027 \end{pmatrix},$$

откуда  $\begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\alpha} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0,004 \\ 0,012 \\ 356,333^\circ \end{pmatrix}.$

Применим полученные уравнения для определения перемещений звеньев механизма. При этом используем матрицу частных передаточных отношений, связывающих перемещения точек  $A_k$  ( $k=1,2,3$ ) и центра выходного звена, а также угол поворота вокруг оси  $z$ .

Для размеров исследуемого манипуляционного механизма, представленного на рисунок 3.8, указанная матрица имеет вид:

$$PP = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0,5 \\ -0,5 & -0,866 & 0,5 \\ -0,5 & 0,866 & 0,5 \end{pmatrix}.$$

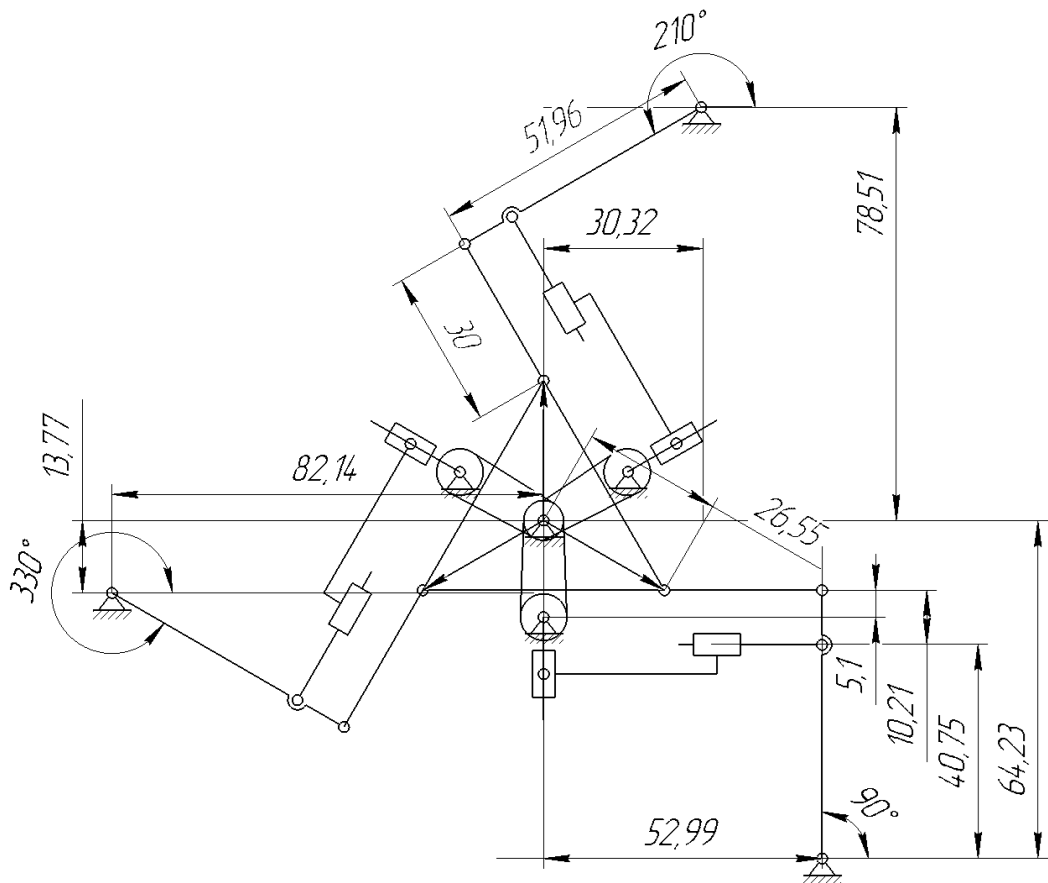


Рисунок 3.8 – Размеры звеньев механизма

Зададим перемещение выходного звена, определяемое вектором  $T$  (перемещение вдоль оси  $x$  в мм):

$$T = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Матрица, показывающая смещение точек  $F_k$  и соответственно  $A_k$ :

$$LL = PP \cdot T.$$

Определим длины кривошипов кинематических цепей исследуемого манипуляционного механизма при заданных условиях (мм):

$$LL = \begin{pmatrix} 1 \\ -0,5 \\ -0,5 \end{pmatrix}.$$

Поскольку исследуемая задача линеаризована, график перемещений по оси  $x$  имеет гармонический характер (рисунок 3.9):

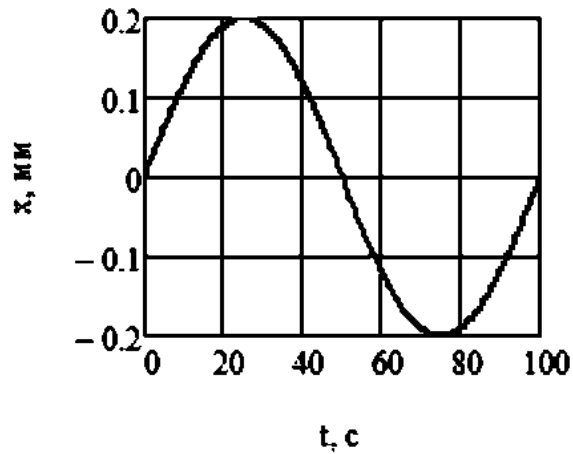


Рисунок 3.9 – Перемещение по оси x

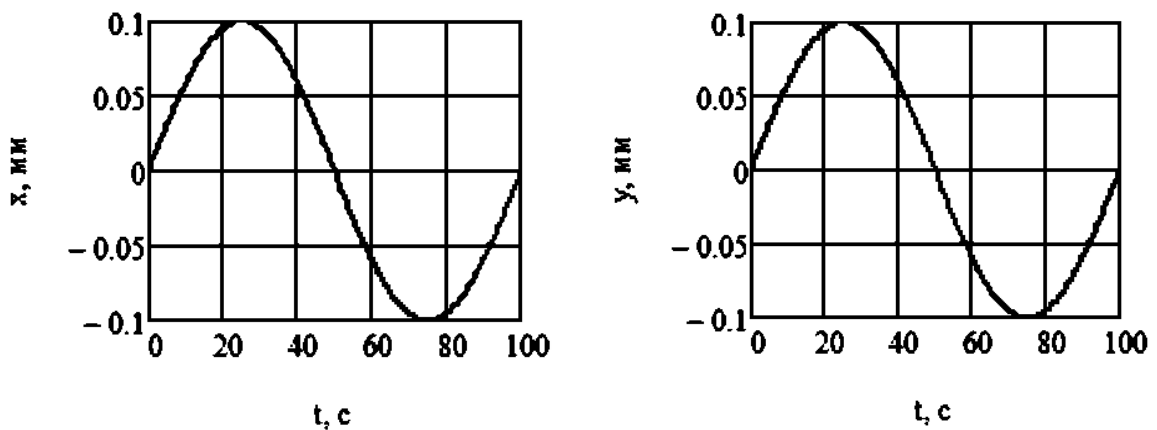
Зададим перемещение выходного звена, определяемое вектором  $T$  (перемещение вдоль осей  $x, y$  в мм):

$$T = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Определим длины кривошипов кинематических цепей исследуемого манипуляционного механизма при заданных условиях (мм):

$$LL = \begin{pmatrix} 1 \\ -1,366 \\ 0,366 \end{pmatrix}.$$

График перемещений вдоль осей  $x, y$  имеет вид (рисунок 3.10):

Рисунок 3.10 – Перемещения по осям  $x, y$

Зададим перемещение выходного звена, определяемое матрицей  $T$ :

$$T = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Тогда, длины кривошипов кинематических цепей исследуемого манипуляционного механизма при заданных условиях:

$$LL = \begin{pmatrix} 0,5 \\ 0,5 \\ 0,5 \end{pmatrix}.$$

Искомые перемещения представлены на графиках (рисунок 3.11):

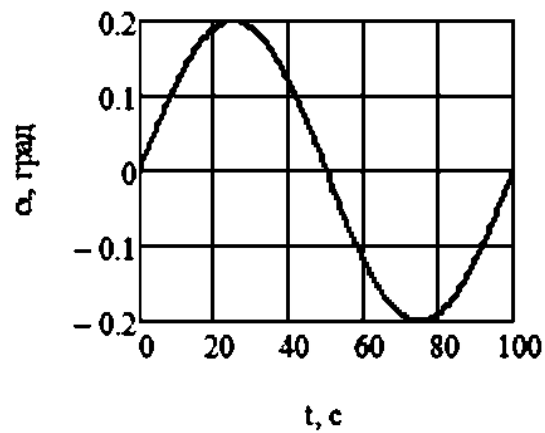


Рисунок 3.11 – Искомые перемещения при заданных условиях

Результаты исследования позволяют сделать вывод, что в зависимости от заданных длин входных звеньев трех кинематических цепей, графики изменений линейных и угловых перемещений выходного звена стремятся к синусоиде.

## Глава 4. Динамический анализ плоского механизма параллельной структуры

Динамический анализ механизмов предусматривает решение двух основных задач [55,58,63-67,92,96,97,99,103]:

– изучение влияния внешних сил на кинематические пары и установление способов уменьшения динамических нагрузок, возникающих при движении исполнительного механизма;

– исследование закона движения исполнительного механизма под действием заданных сил и установление способов, обеспечивающих заданные режимы движения механизма.

Первая задача относится к силовому анализу механизмов, а решение второй задачи составляет динамический анализ исполнительных механизмов машин.

### 4.1. Динамический анализ плоского механизма параллельной структуры с одной степенью свободы

На основе выведенных выше соотношений, рассмотрим кинематические и динамические свойства механизма, представленного на рисунке 4.1.

Запишем координаты вершин выходного звена  $A_k$ :

$$A_{1P}(0; 1; 0)^T;$$

$$A_{2P}\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}; -\frac{1}{2}; 0\right)^T;$$

$$A_{3P}\left(\frac{\sqrt{3}}{2}; -\frac{1}{2}; 0\right)^T.$$

Запишем координаты вершин точек  $B_k$ :

$$B_1(0; 3; 0)^T;$$

$$B_2\left(-\frac{3\sqrt{3}}{2}; -\frac{3}{2}; 0\right)^T;$$

$$B_3\left(\frac{3\sqrt{3}}{2}; -\frac{3}{2}; 0\right)^T.$$

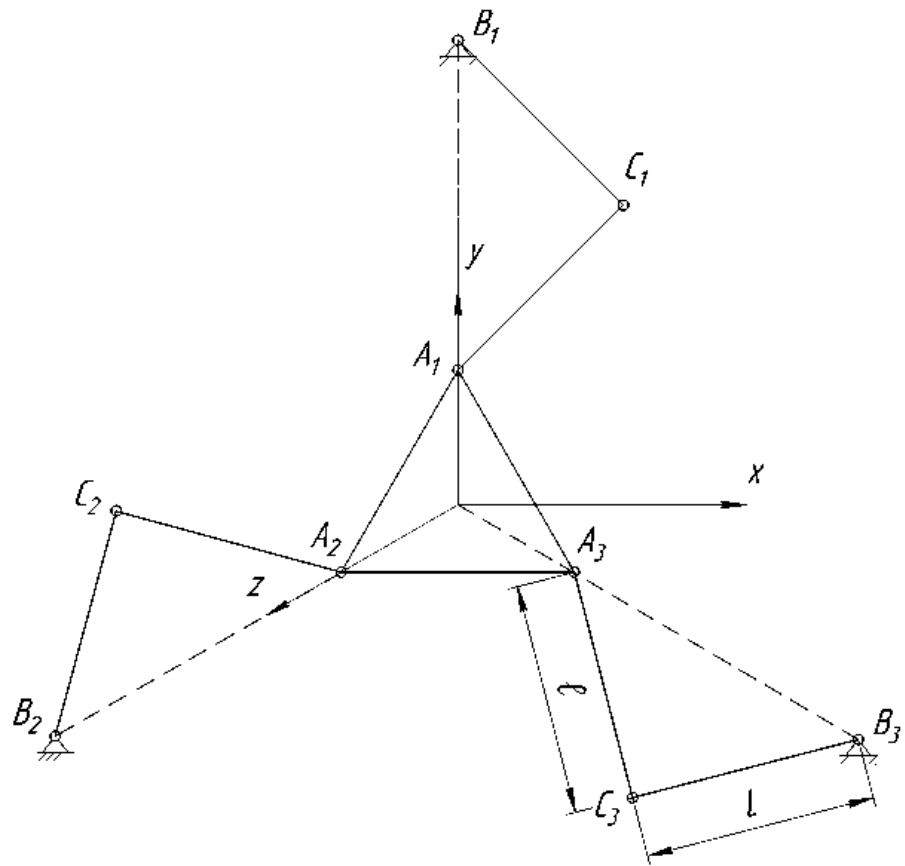


Рисунок 4.1 – Исследуемый механизм:  $A_k, B_k, C_k$  – кинематические пары;  
 $k = 1, 2, 3$

Учитывая, что  $L = \ell = \sqrt{2}$ , и в соответствии с рисунком 4.2, получим:

$$R_k \cdot \sin \psi_k = r_k \cdot \sin \varphi_k.$$

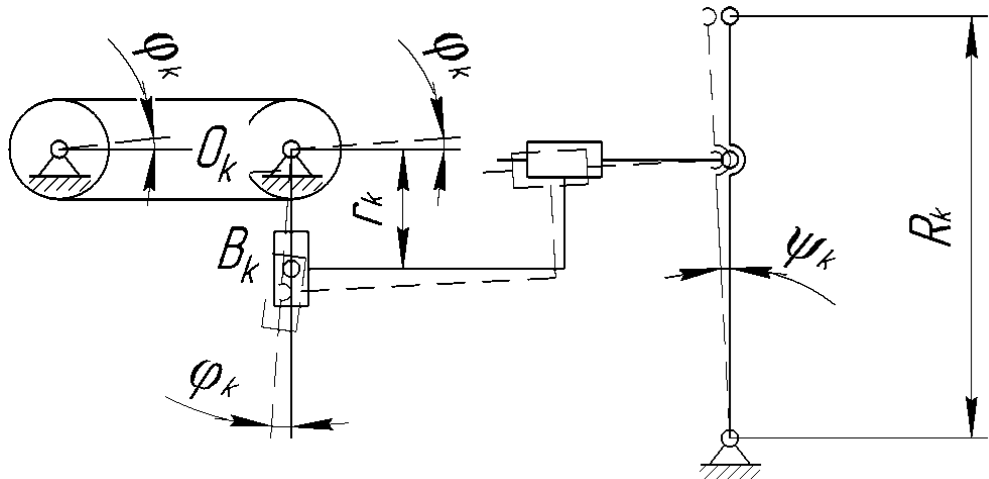


Рисунок 4.2 – Элементы привода механизма для одной кинематической цепи:  $O_k, B_k$  – кинематические пары;  $\varphi_k$  – угол поворота ведущего шкива;  $\psi_k$  – угол поворота коромысел.



Поскольку  $\varphi = \omega \cdot t$ , следовательно,

$$\sin \psi_k = \frac{r_k}{R_k} \cdot \sin \varphi_k.$$

Поскольку угол  $\psi_k$  очень мал, можно записать:

$$\psi_k \approx \frac{r_k}{R_k} \cdot \sin \varphi_k.$$

Тогда, продифференцировав последнее выражение по времени, получим выражение для определения угловой скорости коромысла каждой кинематической цепи:

$$\dot{\psi}_k \approx \frac{r_k}{R_k} \cdot \omega \cdot \cos(\omega \cdot t).$$

Определим координаты точек вершин платформы  $A_k$ :

$$A_{1B} = \begin{pmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha & 0 & x_{OA} \\ \sin \alpha & \cos \alpha & 0 & y_{OA} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = Q_q \cdot A_{1P};$$

$$A_{2B} = Q_q \cdot A_{2P};$$

$$A_{1B} = Q_q \cdot A_{3P}.$$

Запишем координаты точек  $C_k$ :

$$x_{C_k} = x_{B_k} + L \cdot \cos \psi_k;$$

$$y_{C_k} = y_{B_k} + L \cdot \sin \psi_k.$$

Определим длины кривошипов  $O_k B_k$  ( $r_k$ ), для чего рассмотрим уравнение неявной функции  $F_k$ :

$$F_k = \ell^2 - (x_{A_{kB}} - x_{C_k})^2 - (y_{A_{kB}} - y_{C_k})^2 = 0.$$

На основе полученных выражений находим решение задачи о скоростях механизма параллельной структуры.

Приведем указанное решение в матричном виде:

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial x} F_1 & \frac{\partial}{\partial y} F_1 & \frac{\partial}{\partial \alpha} F_1 \\ \frac{\partial}{\partial x} F_2 & \frac{\partial}{\partial y} F_2 & \frac{\partial}{\partial \alpha} F_2 \\ \frac{\partial}{\partial x} F_3 & \frac{\partial}{\partial y} F_3 & \frac{\partial}{\partial \alpha} F_3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\alpha} \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial \psi_1} F_1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial \psi_2} F_2 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial \psi_3} F_3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \dot{\psi}_1 \\ \dot{\psi}_2 \\ \dot{\psi}_3 \end{pmatrix} =$$

$$= -(B) \cdot \begin{pmatrix} r_1 \\ r_2 \\ r_3 \end{pmatrix} \cdot \frac{1}{R} \omega \cdot \cos(\omega \cdot t),$$

где  $\dot{x}, \dot{y}, \dot{\alpha}, \dot{\psi}_k$  – соответствующие линейные и угловые скорости звеньев исследуемого манипуляционного механизма.

Проинтегрируем последнее выражение, считая матрицы  $A$  и  $B$  постоянными:

$$(A) \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ \alpha \end{pmatrix} = -(B) \cdot \begin{pmatrix} r_1 \\ r_2 \\ r_3 \end{pmatrix} \cdot \frac{1}{R} \cdot \sin(\omega \cdot t);$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ \alpha \end{pmatrix} = -(A)^{-1} \cdot (B) \cdot \begin{pmatrix} r_1 \\ r_2 \\ r_3 \end{pmatrix} \cdot \frac{1}{R} \cdot \sin(\omega \cdot t);$$

$$\begin{pmatrix} r_1 \\ r_2 \\ r_3 \end{pmatrix} = -(B)^{-1} \cdot (A) \cdot \begin{pmatrix} A_x \\ A_y \\ A_\alpha \end{pmatrix},$$

где  $\begin{pmatrix} A_x \\ A_y \\ A_\alpha \end{pmatrix}$  – вектор амплитуд.

Рассмотрим изменение динамических характеристик исследуемого манипуляционного механизма параллельной структуры, исходя из условия, что в качестве привода для предложенного механизма параллельной структуры используем двигатель постоянного тока с независимым возбуждением.

Уравнение напряжений в цепи якоря двигателя имеет вид:

$$\begin{cases} U - I \cdot r_{\text{я}} - c_e \cdot \omega - L \cdot \frac{dI}{dt} = 0, \\ U = K_{\text{yc}} \cdot (\omega_d - \omega). \end{cases} \quad (4.1)$$

где  $U$  – напряжение питания цепи якоря;

$I$  – ток якоря;

$r_{\text{я}}$  – сопротивление якоря;

$c_e$  – коэффициент противоЭДС;

$\omega$  – угловая скорость вращения двигателя;

$L$  – индуктивность;

$\omega_d$  – требуемая угловая скорость вращения двигателя;

$K_{yc}$  – коэффициент усиления.

После преобразования выражение (4.1) примет вид:

$$\frac{dI}{dt} = \frac{K_{yc} \cdot (\omega_d - \omega) - I \cdot r_{я} - c_e \cdot \omega}{L}.$$

При этом момент электродвигателя равен:

$$M = K_M \cdot I,$$

где  $K_M$  – постоянная момента.

Тогда

$$\frac{dM}{dt} = K_M \cdot \frac{dI}{dt}.$$

Меняя длины кривошипов в каждой кинематической цепи, можно добиться любого направления и вида движения выходного звена, в частности, это может быть поступательное движение вдоль некоторого направления.

Считая длину кривошипа в кинематической цепи много меньше длины коромысла, можно приближенно записать соотношение между обобщенной координатой и величиной перемещения выходного звена:

$$S = L_{BO} \cdot \sin q,$$

где  $L_{BO}$  – длина кривошипа;

$q$  – угол поворота кривошипа.

Определим кинетическую энергию системы, считая, что выходное звено имеет наибольшую массу:

$$T = \frac{m \cdot V^2}{2} = \frac{m}{2} \cdot \left(\frac{dS}{dt}\right)^2,$$

где  $m$  – масса выходного звена.

С учетом того, что

$$\frac{dS}{dt} = L_{BO} \cdot \cos q \cdot \frac{dq}{dt},$$

получим:

$$T = \frac{m}{2} \cdot L_{BO}^2 \cdot \cos^2 q \cdot \left(\frac{dq}{dt}\right)^2. \quad (4.2)$$

Запишем уравнение Лагранжа второго рода для исследуемого механизма:

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{q}} \right) - \frac{\partial T}{\partial q} = Q,$$

где  $Q$  – обобщенная сила;

$T$  – кинетическая энергия механической системы;

$q$  – обобщенная координата системы;

$\dot{q}$  – обобщенная скорость системы.

Продифференцируем уравнение (4.2) по обобщенной координате  $q_j$ :

$$\frac{\partial T}{\partial q} = -\frac{m}{2} \cdot L^2_{BO} \cdot 2 \cdot \cos q \cdot \sin q \cdot \left( \frac{dq}{dt} \right)^2 = -m \cdot L^2_{BO} \cdot \frac{\sin 2q}{2} \cdot \left( \frac{dq}{dt} \right)^2.$$

Продифференцируем уравнение (4.2) по обобщенной скорости  $\dot{q}$ :

$$\frac{\partial T}{\partial \dot{q}} = m \cdot L^2_{BO} \cdot \cos^2 q \cdot \dot{q}. \quad (4.3)$$

Возьмем производную уравнения (4.3) по времени:

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{q}} \right) = m \cdot L^2_{BO} \cdot \cos^2 q \cdot \frac{d^2 q}{dt^2} - m \cdot L^2_{BO} \cdot \sin 2q \cdot (\dot{q})^2.$$

Тогда уравнение Лагранжа примет вид:

$$m \cdot L^2_{BO} \cdot \cos^2 q \cdot \frac{d^2 q}{dt^2} - m \cdot L^2_{BO} \cdot \sin 2q \cdot (\dot{q})^2 + m \cdot L^2_{BO} \cdot \frac{\sin 2q}{2} \cdot \left( \frac{dq}{dt} \right)^2 = M,$$

с учетом того, что

$$\frac{d^2 q}{dt^2} = \frac{d\omega}{dt}.$$

Получим соотношение:

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{M - m \cdot L^2_{BO} \cdot \frac{\sin 2q}{2} \cdot \omega^2 + m \cdot L^2_{BO} \cdot \sin 2q \cdot (\dot{q})^2}{m \cdot L^2_{BO} \cdot \cos^2 q}.$$

## 4.2. Численное решение задач динамики синтезированного механизма параллельной структуры

Рассмотрим пример решения. Зададим начальные условия.

Механизм в движение будет приводить электродвигатель постоянного тока с независимым возбуждением, имеющий следующие параметры:

- напряжение  $U=100\text{В}$ ;
- номинальная мощность  $P_n = 90 \text{ Вт}$ ;
- номинальный момент  $M_n = 0,216 \text{ Н}\cdot\text{м}$ ;
- номинальный ток  $I_n = 5,5 \text{ А}$ ;
- сопротивление якоря  $R_{\text{я}} = 0,869 \text{ Ом}$ ;
- номинальная угловая скорость вращения двигателя  $\omega=314,2 \text{ рад/с}$ ;
- индуктивность якоря  $L_{\text{я}} = 0,02159 \text{ Гн}$ ;
- момент инерции якоря  $I_{\text{я}} = 0,1142 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$ ;
- постоянная момента  $K_m = 0,039 \text{ Н}\cdot\text{м/А}$ ;
- коэффициент противоЭДС  $C_e = 0,318 \text{ В}\cdot\text{с/рад}$ ;
- коэффициент усиления  $K_{\text{ус}} = 100$ .

Сформулируем требования к механизму:

- требуемая угловая скорость вращения двигателя  $\omega = 2\pi \text{ рад/с}$ ;
- длина кривошипов  $L_{\text{ВО}} = 0,05 \text{ м}$ ;
- масса  $m = 0,75 \text{ кг}$ ;
- передаточное число редуктора  $i_{\text{ред}} = 20$ .

Рассчитаем постоянную момента:

$$K_m = 0,039 \cdot 20 = 0,785 \text{ Н}\cdot\text{м/А},$$

тогда коэффициент противоЭДС будет равен:

$$C_e = 0,318 \cdot 20 = 6,365 \text{ В}\cdot\text{с/рад}.$$

При указанных параметрах момент электродвигателя меняется следующим образом (рисунок 4.3):

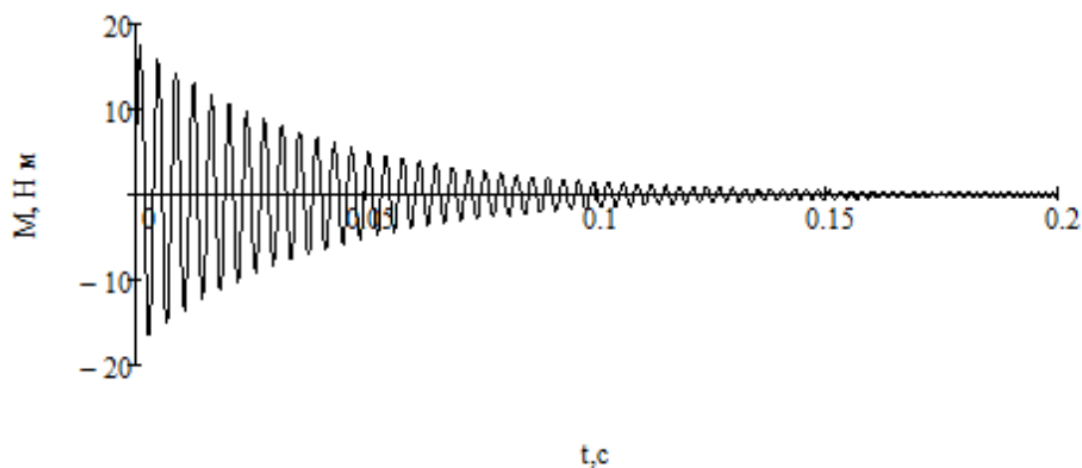


Рисунок 4.3 – Изменение момента электродвигателя

График изменения угловой скорости вращения выходного звена имеет вид (рисунок 4.4):

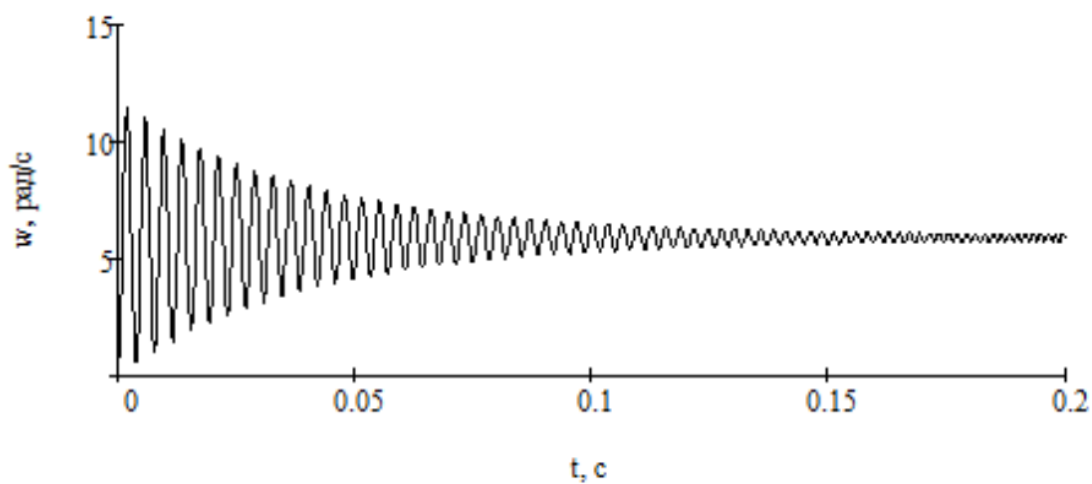


Рисунок 4.4 – Изменение угловой скорости вращения электродвигателя

После увеличения сопротивление якоря до величины  $R_{я}=86,9$  Ом, момент электродвигателя примет вид (рисунок 4.5):

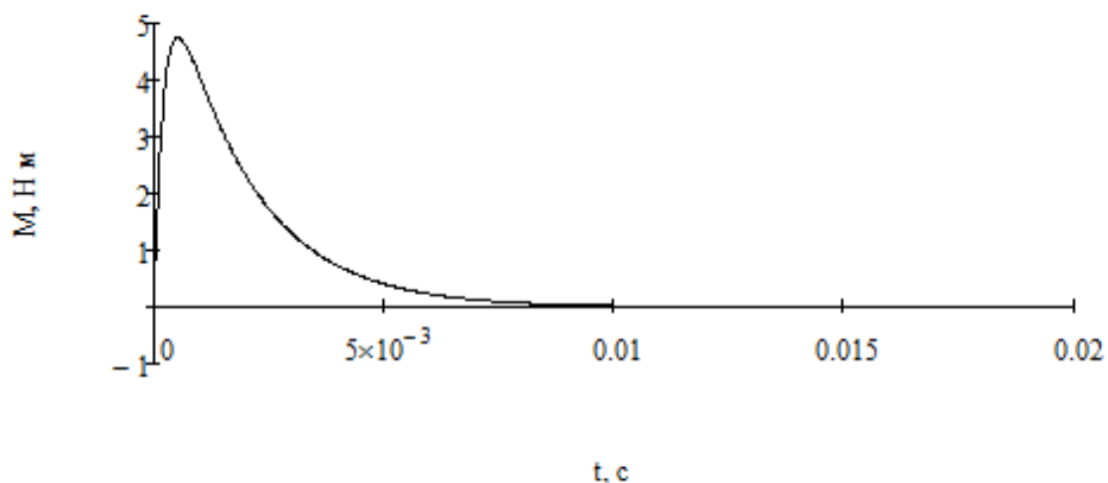


Рисунок 4.5 – Изменение момента электродвигателя при увеличенном сопротивлении

Угловая скорость вращения выходного звена изменяется по закону (рисунок 4.6):

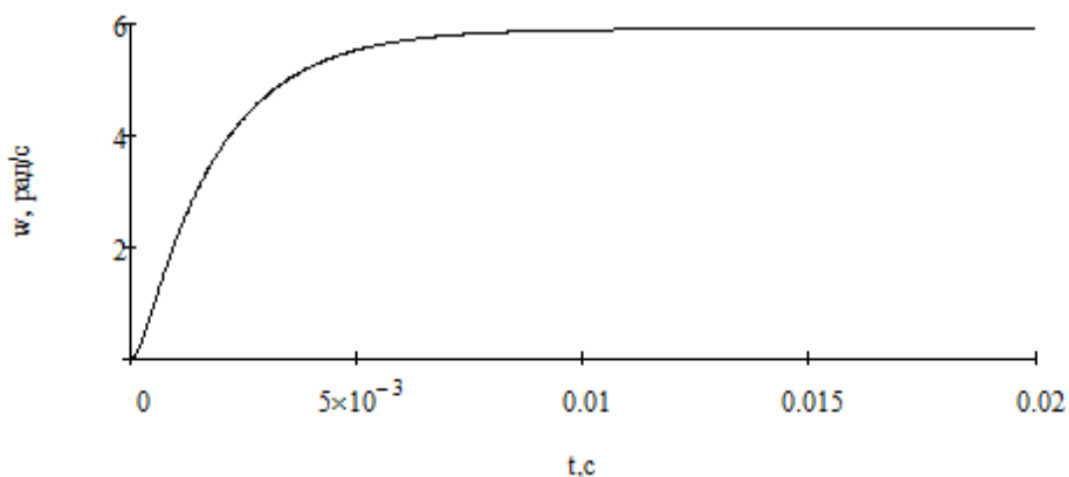


Рисунок 4.6 – Изменение угловой скорости вращения электродвигателя

Результаты исследования позволяют сделать вывод, что при увеличении сопротивления якоря обмотки электродвигателя постоянного тока с независимым возбуждением - уменьшаются колебания угловой скорости и момента на выходном звене исследуемого механизма параллельной структуры.

## Глава 5. Конструкция макета механизма параллельной структуры с одной степенью свободы

### 5.1. Описание типовых узлов кинематической схемы макета механизма параллельной структуры

Общий вид механизма представлен на рисунке 5.1.

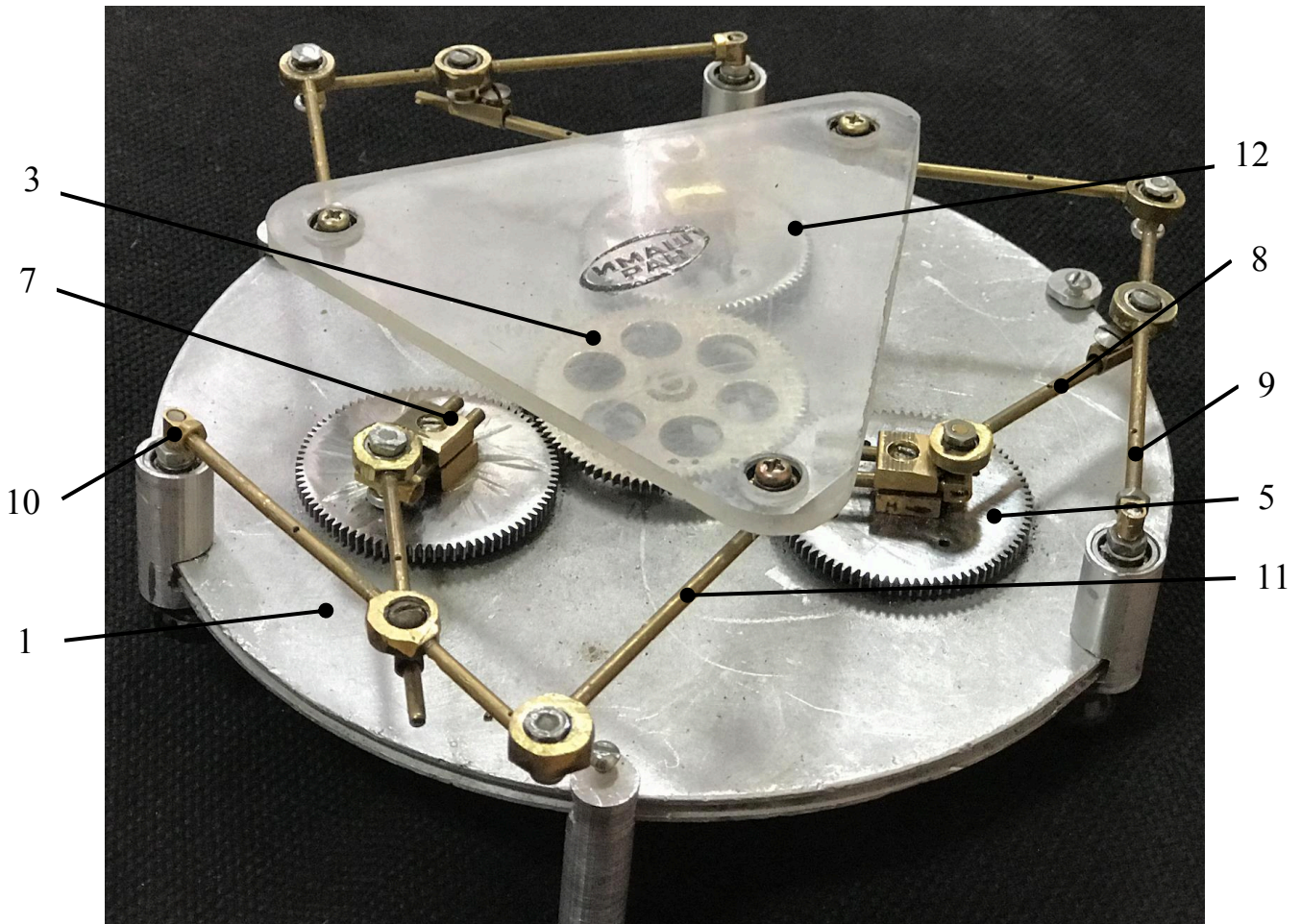


Рисунок 5.1. а) – Общий вид механизма (вид сверху): 1 – платформа; 3 – ведущая шестерня; 5 – ведомое колесо; 7 – кривошип; 8 – шатун; 9 – коромысло; 10 – опора коромысла; 11 – промежуточное звено; 12 – выходное звено

Механизм собран на круглой платформе 1. В данном образце платформа изготовлена из алюминиевого сплава. Возможно изготовление платформы из текстолита, оргстекла, эбонита, нержавеющей стали (для использования данного механизма в химически активных средах, в электробезопасной среде, в медицине).



Под платформой на четырех точках крепления неподвижно установлен шаговый электродвигатель 2. На платформе на постоянном диаметре под углом  $120^\circ$  установлены три оси 4 ведомых колес. Оси колес вращаются в подшипниках качения 6, запрессованных наружными кольцами в отверстия платформы. Ведомые колеса 5 закреплены на осях посредством шпоночных соединений, что позволяет им вращаться как единой детали.

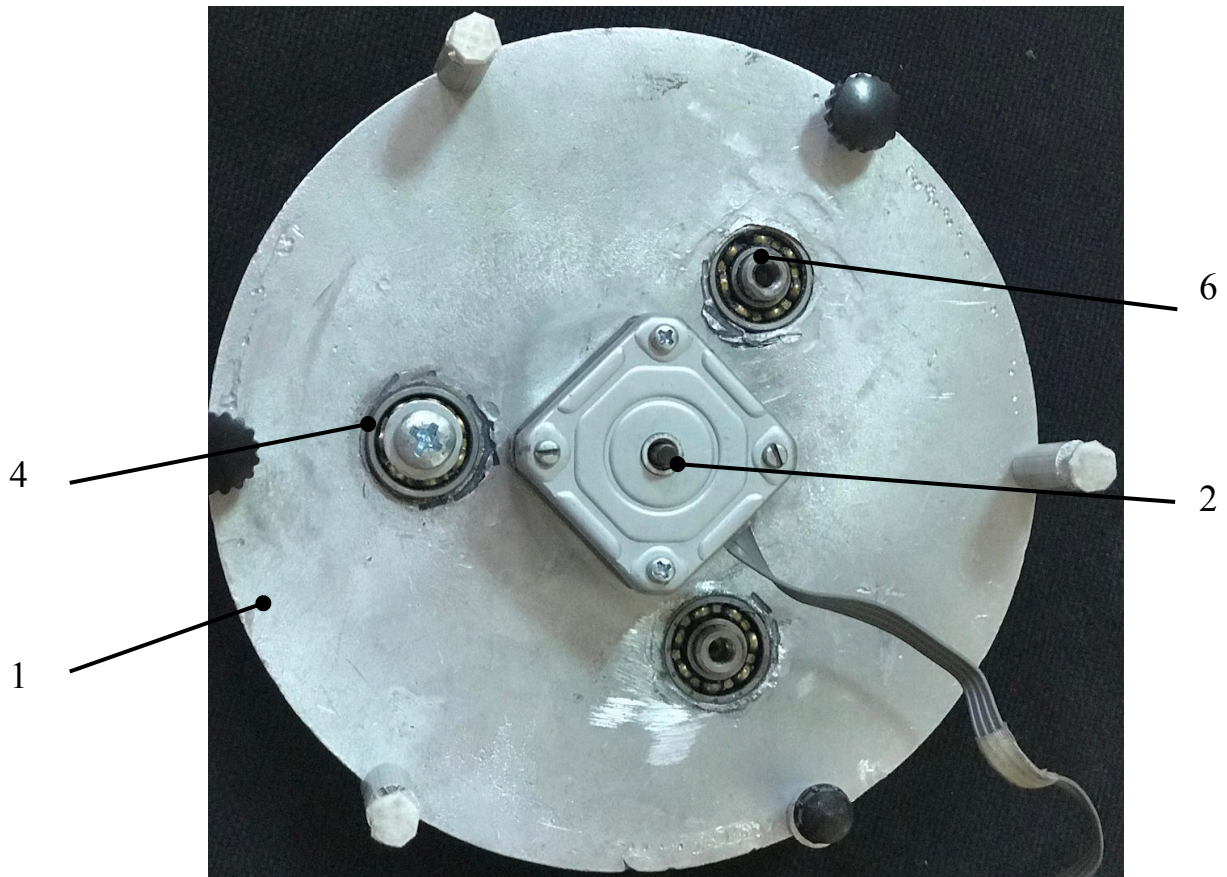


Рисунок 5.1. б) – Общий вид механизма (вид снизу): 1 - платформа механизма; 2 – шаговый электродвигатель; 4 – ось ведомого колеса; 6 – подшипник качения

Ось 13 электродвигателя 2 свободно проходит сквозь отверстие в центре платформы. На оси электродвигателя над платформой установлена ведущая шестерня 3 (рисунок 5.1 в). Крутящий момент с вала электродвигателя на ведущую шестерню передается посредством шпоночного соединения.



Рисунок 5.1. в) – Общий вид механизма (вид сбоку): 3 – ведущая шестерня;  
13 – ось электродвигателя.

На колесах 1 (рисунок 5.2.а) неподвижно установлены кривошипы 2. Кривошипы изготовлены из двух латунных стержней, находящихся в одной плоскости и параллельных друг другу. С одной стороны, стержни соединены между собой опорными площадками, на которых неподвижно установлены оси шатунов 4 (для изготовления кривошипов могут использоваться и другие описанные выше материалы), вторая сторона стержней свободна и жестко закреплена между щеками прижимного механизма, который позволяет бесступенчато изменять длину кривошипов при помощи регулировочных винтов 3. Шатуны 6 изготовлены из латунных прутков круглого сечения. Одна сторона шатуна свободна, на второй жестко закреплена обойма для установки подшипника качения 5, при помощи которого шатун соединен с осью 4. Данное соединение позволяет шатуну и кривошипу поворачиваться друг относительно друга на определенный угол, находясь при этом в параллельных плоскостях.

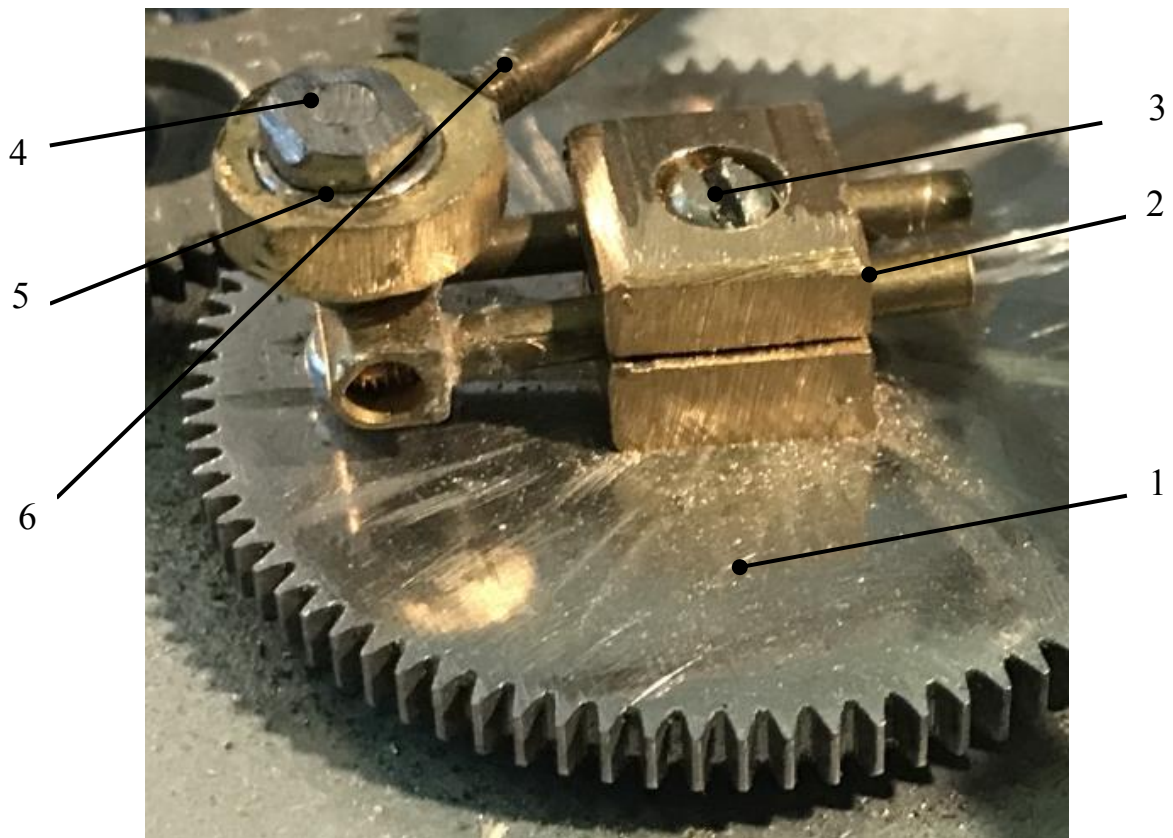


Рисунок 5.2. а) – Конструкция кривошипно-коромыслового механизма: 1 – колесо; 2 – кривошип; 3 – регулировочный винт с прижимом; 4 – ось шатуна; 5 – подшипник качения; 6 – шатун.

Конструкция шатунов 6 (рисунок 5.2.б) также позволяет бесступенчато изменять их длину. На свободных плечах шатунов установлены ползуны 7, с неподвижно закрепленными на них осями коромысел 8. Расстояние от точки соединения шатуна с кривошипом до ползуна можно изменять в широких пределах с фиксацией в любом положении. На оси коромысел внутренними кольцами напрессованы подшипники качения 9, наружные кольца которых запрессованы во втулки центральных опор коромысел 10. Данный шарнир соединяет шатуны 6 с центральными опорами коромысел 10 и позволяет им поворачиваться друг относительно друга на определенный угол, находясь при этом в параллельных плоскостях.

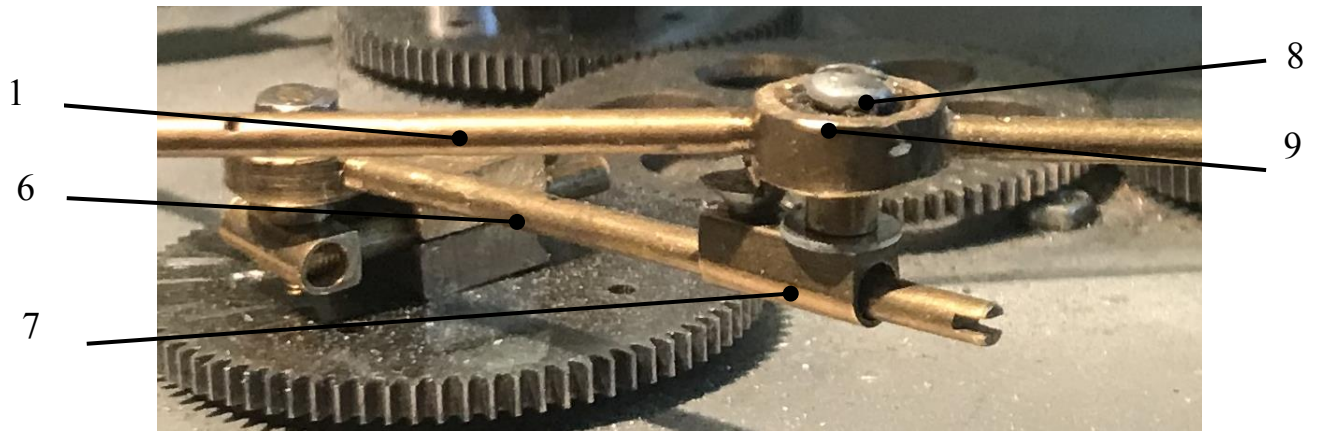


Рисунок 5.2. б) – Конструкция кривошипно-коромыслового механизма: 6 – шатун; 7 – ползун; 8 – ось коромысла; 9 – подшипник качения; 10 – коромысло.

По периметру платформы (рисунок 5.2.в) установлены три опоры 11 коромысел, которые можно перемещать независимо друг от друга по общему диаметру, изменяя геометрические характеристики любого из трех плеч механизма. Каждая из трех опор фиксируется в любом положении на платформе при помощи механизма фиксации 12.

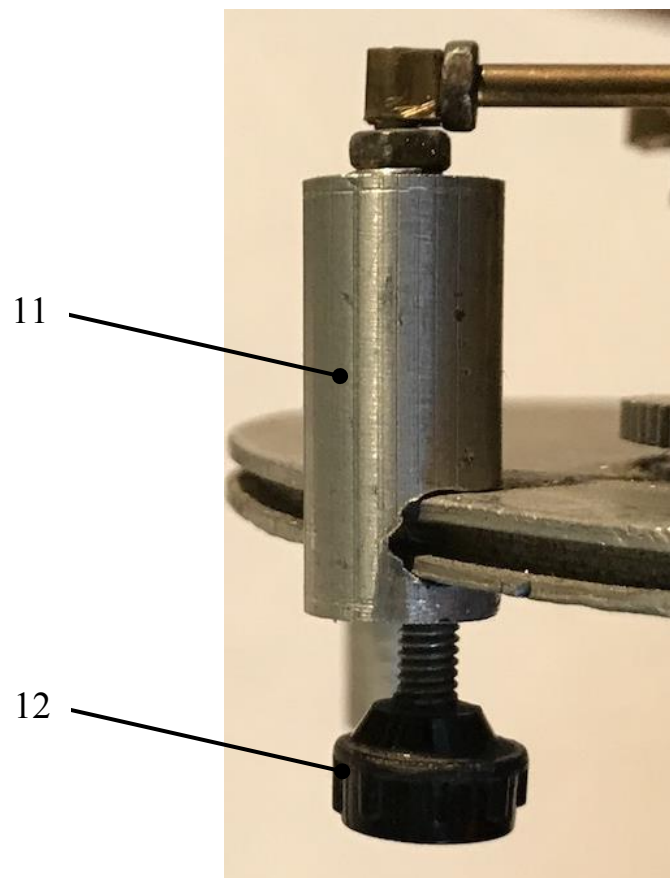


Рисунок 5.2. в) – Конструкция кривошипно-шатунного механизма: 11 – опора коромысла; 12 – механизм фиксации опоры.

Коромысла 10 (рисунок 5.2.г) одним плечом шарнирно закреплены на опорах 11 при помощи подшипников качения, а вторым – шарнирно соединены с промежуточными звеньями 13. Промежуточные звенья аналогичным образом закреплены на выходном звене механизма, выполненном в форме треугольника.

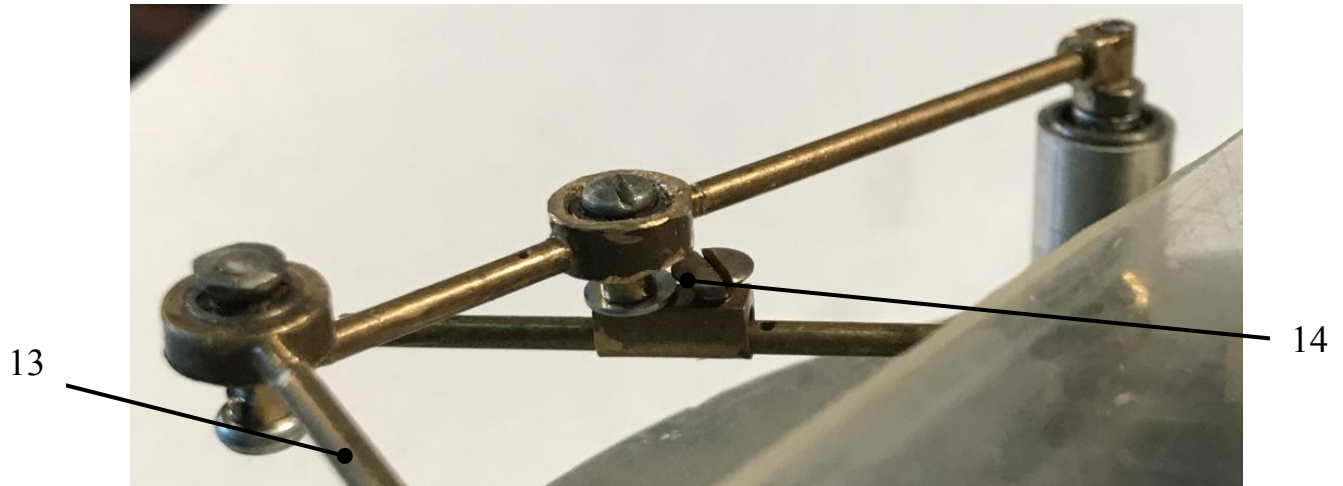


Рисунок 5.2. г) – Конструкция кривошипно-коромыслового механизма: 13 – промежуточное звено; 14 – регулировочный винт

При вращении вала электродвигателя движение передается на ведущую шестерню, жестко закрепленную на валу. При этом учтем, что сопряжение двигателя вращательного движения 2 с входными звеньями 5 осуществляется через высшую кинематическую пару, что реализовано зубчатым зацеплением. Посредством зубчатого зацепления движение передается от ведущей шестерни трем зубчатым колесам, вращающимся на осях, установленных на платформе. Зубчатые колеса вращают закрепленные на них кривошипы. Длина кривошипов 7 предварительно устанавливается при помощи регулировочных винтов 3 и прижимов. От кривошипов движение через шарнирное соединение передается на шатуны, с которых через коромысла и промежуточные звенья – на выходное звено.

Механизм параллельной структуры состоит из четырнадцати подвижных звеньев (рисунок 5.1): выходное звено 12, три кинематические цепи, каждая из которых включает коромысло 9, промежуточное звено 11, двигатель вращательного движения 2, сопряженный с ведомыми колесами 5, трех кинематических цепей, жестко связанных с кривошипами 7, которые установлены

на колесах 5 при помощи регулировочных винтов 3 с прижимами (рисунок 5.2 а).

Кривошип каждой кинематической цепи связан с соответствующим коромыслом 9 посредством шатуна 8, выполненного с возможностью изменения его длины за счет наличия дополнительных ползунов с регулировочными винтами 14 (рисунок 5.2 г).

При этом прижимы с регулировочными винтами 3 (рисунок 5.2.а) и 7 (рисунок 5.2 г) считаем заторможенными в ходе предварительной настройки механизма. Входное звено 5, кривошип 7 (рисунок 5.1.а) и прижим с регулировочным винтом 3 (рисунок 5.2.а) двигаются как единое целое, и считаются за одно звено, как и шатун 8 с дополнительным ползуном 7 (рисунок 5.2.б).

Требуемое плоское движение выходного звена 12 обеспечивается за счет изменения длин кривошипов 7 (рисунок 5.1 а) посредством прижимов с регулировочными винтами 3 (рисунок 5.2 а) и длин шатунов 8 (рисунок 5.1. а) за счет дополнительных ползунов 7 (рисунок 5.2.б).

Законы движения звеньев созданного на основе синтезированного многоконтурного механизма параллельной структуры натурального макета подтвердили проведенные в работе теоретические исследования.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе получены следующие результаты:

- разработана методика структурного синтеза многоконтурных механизмов на основе теории графов;
- синтезированы новые структурные схемы двухконтурных механизмов для преобразования вращательного движения в возвратно-поступательное на основе теории графов, запатентованные как объекты интеллектуальной собственности;
- проведен синтез структурных схем новых плоских многоконтурных механизмов параллельной структуры, воспроизводящих механические движения произвольного вида; наиболее перспективные запатентованы как объекты интеллектуальной собственности;
- разработаны методики исследования кинематики и динамики синтезированных многоконтурных механизмов.

Проведенные исследования позволяют сделать следующие выводы:

- теория графов является эффективным средством структурного синтеза механизмов, обеспечивающим выполнение заданных требований, при этом используется такая характеристика, как уровень смежности;
- использование разработанной методики обеспечивает эффективное решение задачи синтеза новых схем многоконтурных механизмов для преобразования вращательного движения в возвратно-поступательное, включающих две структурные группы звеньев, движущихся в разных по подвижности пространствах. Этот подход позволяет снизить боковые нагрузки;
- на основе предложенной методики получен многоконтурный механизм параллельной структуры с уникальными свойствами, в котором осуществлено согласованное движение по трем координатам при наличии лишь одного двигателя; определение параметров звеньев, обеспечивающих заданное движение выходного звена осуществляется на основе обратной задачи кинематики;

– на основе кинематического и динамического анализа установлено, что синтезированный механизм параллельной структуры обеспечивает требуемое перемещение по трем координатам в пределах рабочей зоны.



**СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ**

1. Авторское свидетельство СССР № 1753322, МКИ G 01M 7/06. Шестикоординатный вибростенд : №4790316/28 : заявл. 12.02.90 : опубл. 07.08.92 : Бюл. №29 / Борозна А.Г., Глазунов В.А., Жук В.П., Миодушевский П.В., Чутаев А.А.; заявитель Институт машиноведения им. А.А. Благонравова и Центральный аэрогидродинамический институт им. проф. Н.Е. Жуковского. – 4 с. : ил.
2. Амбарцумянц, Р.В. Графы и механизмы : монография / Р. В. Амбарцумянц. — Одесса : Полиграф, 2007. — 114 с.
3. Артоболевский, И.И. Теория механизмов и машин : учебник для втузов / И.И. Артоболевский. — 4-е изд., перераб. и доп. — М. : Наука. Гл.ред.физ.-мат.лит., 1988. — 640 с.
4. Артоболевский, И. И. Механизмы в современной технике. В 7 томах. Т. II: Кулисно-рычажные и кривошипно-ползунные механизмы / И.И. Артоболевский . — 2—е изд., перераб. — М. : Наука. Гл.ред.физ.-мат.лит., 1979. — 560 с.
5. Артоболевский, И.И., Кожевников, С.Н. Основные проблемы динамики тяжелых машин / И.И. Артоболевский, С.Н. Кожевников // Сборник статей "Теория механизмов и машин". — 1977. — №23. — С. 3—12.
6. Обработывающее оборудование на основе механизмов параллельной структуры : учебное пособие / В.Л. Афонин, П.В. Подзоров, В.В. Слепцов ; под общей редакцией В.Л. Афолина. — М. : Изд-во МГТУ СТАНКИН, «Янус—К», 2006. — 452 с.
7. Бабенко, Е.В. (Диденко, Е.В.) Применение теории графов для синтеза плоских структурных групп / Е.В. Бабенко, (Е.В. Диденко) // Наука Кубани. — Краснодар : Инновационно-технологический центр «Кубань—Юг». — 2011. — №2. — С. 19—24.
8. Бабенко, Е.В. (Диденко, Е.В.), Смелягин, А.И. Анализ и построение графов структурных групп механизмов / Е.В. Бабенко (Е.В. Диденко), А.И. Смелягин // Материалы XX Международной Иновационно-ориентированной конференции молодых ученых и студентов по современным проблемам машиноведения (МИКМУС—2009). — Москва : Изд-во ИМАШ РАН. — 2009. — С. 60—61.
9. Бабенко, Е.В. (Диденко, Е.В.), Смелягин, А.И. Моделирование структуры

- роботов и манипуляторов / Е.В. Бабенко (Е.В. Диденко), А.И. Смелягин // Известия высших учебных заведений. Северо-Кавказский регион. Серия: Технические науки. — 2011. — № 1(159). — С. 41—46.
10. Бабенко, Е.В. (Диденко, Е.В.), Смелягин, А.И. Моделирование структуры роботов и манипуляторов / Е.В. Бабенко (Е.В. Диденко), А.И. Смелягин // Вестник Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского. — 2011. — № 4—2. — С. 315—317.
  11. Бабенко, Е.В. (Диденко, Е.В.), Смелягин, А.И. Применение теории графов для синтеза структурных групп / Е.В. Бабенко (Е.В. Диденко), А.И. Смелягин // Тезисы докладов Первого международного Джолдасбековского симпозиума (1—2 марта, 2011 г.). — Алматы : КазНУ им. Аль—Фараби. — 2011. — С. 305—306.
  12. Бабенко, Е.В. (Диденко, Е.В.), Смелягин, А.И. Синтез структурных групп механизмов путем построения графов / Е.В. Бабенко (Е.В. Диденко), А.И. Смелягин // Материалы XX Международной Иновационно-ориентированной конференции молодых ученых и студентов по современным проблемам машиноведения (МИКМУС—2009). — Москва : Изд-во ИМАШ РАН. — 2009. — С. 61—62.
  13. Бабенко, Е.В. (Диденко, Е.В.), Смелягин, А.И. Синтез структурных групп с применением теории графов / Е.В. Бабенко (Е.В. Диденко), А.И. Смелягин // Труды IX Международной научно-технической конференции «Инновация, экология и ресурсосберегающие технологии на предприятиях машиностроения, авиастроения, транспорта и сельского хозяйства». — Ростов-на-Дону : ИЦ ДГТУ. — 2010. — С. 518—522.
  14. Бабенко, Е.В. (Диденко, Е.В.), Смелягин, А.И. Структурный анализ механизмов и машин методом графов / Е.В. Бабенко (Е.В. Диденко), А.И. Смелягин // Материалы 3-ей международной конференции «Проблемы механики современных машин». — Улан—Уде : Изд-во ВСГТУ. — 2006. —Т.1. — С. 53—56.
  15. Бабенко, Е.В. (Диденко, Е.В.), Смелягин, А.И. Структурный анализ и синтез мехатронных систем / Е.В. Бабенко (Е.В. Диденко), А.И. Смелягин // Сборник научных статей Международной научно-практической конференции «Прогресс транспортных средств и систем». — 2009. — С. 161—162.
  16. Бабенко, Е.В. (Диденко, Е.В.), Смелягин, А.И. Структурный анализ

- наноманипуляторов параллельной структуры / Е.В. Бабенко (Е.В. Диденко), А.И. Смелягин // Сборник научных статей «Машиностроение» ; под общ. ред. В. Г. Солоненко. — Краснодар. — 2008. — С. 12—15.
17. Бабенко, Е.В. (Диденко, Е.В.), Смелягин, А.И. Структурный синтез исполнительного механизма машин объемного действия / Е.В. Бабенко (Е.В. Диденко), А.И. Смелягин // Материалы 4-ой международной конференции «Проблемы механики современных машин. — Улан—Уде : Изд-во ВСГТУ. — 2009. — Т.1. — С. 236—239.
  18. Бабенко, Е.В. (Диденко, Е.В.), Смелягин, А.И. Структурный синтез исполнительного механизма машин объемного действия / Е.В. Бабенко (Е.В. Диденко), А.И. Смелягин // Сборник трудов II Всероссийской студенческой научно-практической конференции «Вакуумная, компрессорная техника и пневмоагрегаты» 23 апреля 2009 г ; МГТУ им. Н.Э.Баумана ; под. ред. К.Е. Демихова. — М. : МГТУ — 2009. — С. 46—54.
  19. Бабенко, Е.В. (Диденко, Е.В.), Смелягин, А.И. Структурный, кинематический и динамический анализ механизма движения воздушного поршневого компрессора ВПЗ—20/9 / Е.В. Бабенко (Е.В. Диденко), А.И. Смелягин // Сборник трудов I Всероссийской студенческой научно-практической конференции «Вакуумная, компрессорная техника и пневмоагрегаты». — М. : Изд-во МГТУ им. Баумана. — 2008. — С. 166—182.
  20. Бабенко, Е.В. (Диденко, Е.В.), Смелягин, А.И. Юхневич, И.В. Структурный синтез и кинематический анализ сложных исполнительных механизмов виброперемешивающих устройств / Е.В. Бабенко (Е.В. Диденко), А.И. Смелягин, И.В. Юхневич // Сборник научных статей «Управляемые вибрационные технологии и машины». Ч.1. — Курск : Юго-Зап. Гос. Ун-т. — 2012. — С.284—289.
  21. Бабенко, Е.В. (Диденко, Е.В.), Смелягин, А.И. Юхневич, И.В. Структурный синтез и кинематический анализ простых исполнительных механизмов виброперемешивающих устройств / Е.В. Бабенко (Е.В. Диденко), А.И. Смелягин, И.В. Юхневич // Материалы V международной конференции «Проблемы механики современных машин». — Улан—Уде : Изд-во ВСГТУ. — 2012. — Т.1. — С. 151—155.
  22. Бабенко, Е.В. (Диденко, Е.В.), Смелягин, А.И., Юхневич, И.В. Синтез и анализ сложных исполнительных механизмов виброперемешивающих устройств / Е.В. Бабенко (Е.В. Диденко), А.И. Смелягин, И.В. Юхневич //

- XX Международная научно—техническая конференция по транспортной, дорожно—строительной, сельскохозяйственной, подъемно—транспортной и военной технике и технологии «trans&MOTAUTO'12» . – Varna. Bulgaria : Изд-во Научные известия НТО машиностроителей. – 2012. – № 4(133). – С.75–77.
23. Баранов, Г.Г. Классификация, строение, кинематика и кинетостатика механизмов с парами первого рода / Г.Г. Баранов // АН СССР. Труды семинара по теории машин и механизмов. – 1952. – Т.2. Вып. 46. – С. 15–39.
  24. Бейер, Р. Кинематический синтез механизмов: Основы теории метрического синтеза плоских механизмов / Р. Бейер ; пер. с нем. — М. : Машгиз. 1959. — 318 с.
  25. Блехман, И.И., Джанелидзе, Г.Ю. Вибрационное перемещение / И.И. Блехман, Г.Ю.Джанелидзе. – М.: Наука, 1964. — 412 с.
  26. Боголюбов, А.Н. Теория механизмов и машин в историческом развитии ее идей / А.Н. Боголюбов. — М. : Наука, 1976. — 467 с.
  27. Виленкин, Н.Я. Комбинаторика / Н.Я. Виленкин. — М. : Наука, 1969. — 328 с.
  28. Вульфсон, И.И., Коловский, М.З. Нелинейные задачи динамики машин / И.И. Вульфсон, М.З. Коловский. —М. : Машиностроение, 1968. — 284 с.
  29. Выгодский, М.Я. Справочник по высшей математике / М.Я. Выгодский. — М. : Наука, 1976. — 872 с.
  30. Гебель, Е.С. Оптимизационный кинематический синтез плоских рычажных механизмов IV класса с приближенным выстоем выходного звена : автореферат диссертации на соискание ученой степени кандидата технических наук / Гебель Елена Сергеевна ; Омский государственный технический университет. — Омск, 2009. — 20 с. : ил. — Место защиты : Новосибирский государственный технический университет
  31. Глазунов, В.А. Механизмы параллельной структуры и их применение: робототехнические, технологические, медицинские, обучающие системы / В.А. Глазунов ; отв. ред. академик Р.Ф. Ганиев. — М.—Ижевск : Институт компьютерных исследований, 2018. — 1036 с.
  32. Глазунов, В.А. Современные проблемы науки о машинах / В.А. Глазунов. — М.—Ижевск : Ижевский институт компьютерных исследований, 2016. — 64 с. — ISBN 978-5-4344-0379-5.
  33. Глазунов, В.А. Структура пространственных механизмов. Группы винтов и

- структурные группы / В.А. Глазунов. — М. : Справочник. Инженерный журнал, 2010. — приложение № 3. — 24 с.
34. Горфинкель, Д.Я. Синтез плоских четырехзвенных механизмов с помощью методов математического программирования. / Д.Я. Горфинкель // Известия АН ВССР. Серия физико-техн. наук. — Минск. — 1969. — №2. — С. 54—58.
  35. Гринёв, Д.В. Структурный анализ рычажного механизма рейснера для роторно-лопастной машины методом графов / Д.В. Гринев // Вестник Псковского государственного университета. Серия: Технические науки. — 2015. — № 2. — С. 10—14.
  36. Дворников, Л.Т. Опыт структурного синтеза механизмов / Л.Т. Дворников // Теория механизмов и машин. — 2004. — № 2(4). — С. 3—17.
  37. Дворников, Л.Т. К вопросу о классификации плоских групп ассура / Л.Т. Дворников // Теория механизмов и машин. — 2008. — №8. — Т. 6. — С. 18—25.
  38. Дворников, Л.Т. Начала теории структуры механизмов / Л.Т. Дворников. — Новокузнецк, 1994. — 102 с.
  39. Дворников, Л.Т. Новые формализации в структуре механизмов / Л.Т. Дворников // Известия ВУЗов «Машиностроение». — 1993. — №1. — С. 3—8.
  40. Дворников, Л.Т. О кинематической разрешимости плоской четырехзвенной группы Ассура четвертого класса графо-аналитическим методом / Л.Т. Дворников // Известия ВУЗов, «Машиностроение». — 2004. — № 12. — С. 9—15.
  41. Джолдасбеков, У.А., Байгунчеков, Ж.Ж. Аналитическая кинематика плоских рычажных механизмов высоких классов / У.А. Джолдасбеков, Ж.Ж. Байгунчеков. — Алма—Ата : Изд-во. Казах. гос. ун—та, 1980. — 105 с.
  42. Джолдасбеков, У. А. Графоаналитические методы для анализа и синтеза механизмов высоких классов / У. А.Джолдасбеков. — Алма—Ата : Наука, 1983. — 255 с.
  43. Джолдасбеков, У.А. Аналитические методы анализа и синтеза механизмов высоких классов / У.А. Джолдасбеков, М.М. Малдарбеков. — Алматы, 1997. — 230 с. : ил.
  44. Диденко, Е.В. Методика моделирования структуры штанговых скважинных насосов / Е.В. Диденко // Бурение и нефть. — М. : Бурнефть. — 2015. — № 07—08. — С.36—39.
  45. Диденко, Е.В. Структурный синтез исполнительных механизмов

- компрессоров объемного действия / Е.В. Диденко // Компрессорная техника и пневматика. — М. : ИИЦ «КХТ». — 2013. — № 3. — С.31—34.
46. Диденко, Е.В., Глазунов, В.А., Филиппов, Г.С. Кинематический анализ плоского механизма параллельной структуры с одной степенью свободы / Е.В. Диденко, В.А. Глазунов, Г.С. Филиппов // Проблемы машиностроения и автоматизации. — М. : Изд-во Национальный институт авиационных технологий. — 2018. — №4. — С.52—60.
47. Диденко, Е.В., Глазунов, В.А., Филиппов, Г.С. Разработка плоского механизма параллельной структуры с одной степенью свободы для возбуждения колебаний по любому кинематическому винту / Е.В. Диденко, В.А. Глазунов, Г.С. Филиппов // Известия высших учебных заведений. Машиностроение. — М. : Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана (НИУ). — 2018. — №11(709). — С. 30—37.
48. Диденко, Е.В., Певнев, В.Г. Моделирование структуры плоского манипуляционного механизма параллельной структуры с одной степенью свободы / Е.В. Диденко, В.Г. Певнев // Сборник тезисов Международной научно-практической конференции «Инженерная механика в нефтегазовом деле», посвященной 75-летию факультета инженерной механики РГУ нефти и газа (НИУ) имени И.М. Губкина. — М. : Издательский центр РГУ нефти и газа (НИУ) имени И.М. Губкина. — 2018. — С. 105.
49. Добровольский, В.В., Артоболевский, И.И. Структура и классификация механизмов / В.В. Добровольский, И.И. Артоболевский. — М.—Л. : Изд-во АН СССР, 1939. — С. 5—48.
50. Добрянский, Л., Фрейденштейн, Ф. Некоторые приложения теории графов к структурному анализу механизмов / Л. Добрянский, Ф. Фрейденштейн // Конструирование и технология машиностроения. — М. — 1967. — №1. — С. 180—187.
51. Домнин, Л.Н. Элементы теории графов / Л.Н. Домнин. — Пенза : Изд-во ПГУ, 2004. — 139 с.
52. Егоров, О.Д., Буйнов, М.А. Метод структурного анализа механизмов мехатронных устройств и роботов с помощью графов / О.Д. Егоров, М.А. Буйнов // Вестник МГТУ Станкин. — 2016. — №1(36). — С. 71—74
53. Ершов, Ю.В., Ковалев, В.Н., Падалко, А.П. Построение графа планетарной передачи  $k-h-v$  с промежуточными телами качения / Ю.В. Ершов, В.Н.

- Ковалев, А.П. Падалко // Известия высших учебных заведений. Северо-Кавказский регион. Технические науки. —2011. — №1. — С. 99—101.
54. Зиновьев, В.А. Курс теории механизмов и машин / В.А. Зиновьев. — М. : Наука, 1975. — 204 с.
55. Зиновьев, В.А., Бессонов, А.П. Основы динамики машинных агрегатов / В.А. Зиновьев, А.П. Бессонов. — М. : Машиностроение, 1964. — 239 с.
56. Казыханов, Х.Р., Наурызбаев, Р.К. Развитие теории структуры механизмов / Х.Р. Казыханов, Р.К. Наурызбаев. — Алма-Ата, 1989. — 30 с.
57. Кикин, А. Б. Синтез плоских рычажных механизмов на ЭВМ : монография / А.Б. Кикин. — СПб. : СПГУТД, 2003. — 96 с.
58. Кинематика, динамика и точность механизмов: справочник / под ред. Г.В. Крейнина. —М. : Машиностроение, 1984. — 224 с.
59. Киреев, С.О., Ершов, Ю.В., Ковалева, Н.И. Определение коэффициента полезного действия планетарного зубчато-роликового редуктора дифференциально-кулачкового типа с использованием теории графов / С.О. Киреев, Ю.В. Ершов, Н.И. Ковалева // Известия Вузов. Северо-кавказский регион. Технические науки. — 2007. — №1. — С. 77 – 79
60. Кобринский, А.Е. Механизмы с упругими связями / А.Е. Кобринский. — М. : Наука, 1964. — 390 с.
61. Кожевников, С.Н. Динамика машин с упругими звеньями / С.Н. Кожевников. — Киев : Изд-во АН УССР, 1961. — 160 с.
62. Кожевников, С.Н. Теория механизмов и машин / С.Н. Кожевников. — М. : Машиностроение, 1973. — 584 с.
63. Козлов, В.В., Макарычев, В.П., Тимофеев, А.В., Юрьевич, Е.И. Динамика промышленных роботов / В.В. Козлов, В.П. Макарычев, А.В. Тимофеев, Е.И. Юрьевич. — М. : Наука, 1984. — 336 с.
64. Коловский, М.З., Слоущ, А.В. Основы динамики промышленных роботов / М.З. Коловский, А.В. Слоущ. — М.: Наука, 1988. — 240 с.
65. Колчин, Н.И. Механика машин. Т.2. Кинетостатика и динамика машин. Трения в машинах / Н.И. Колчин. — Л. : Машиностроение, 1972. — 455 с.
66. Колчин, Н.И. Механика машин. Т.2. Кинетостатика и динамика машин. Трение в машинах / Н.И. Колчин. — 2-е изд. перераб. и доп. М.—Л. : Машгиз, 1963. — 536 с.
67. Комаров, М. С. Динамика механизмов и машин / М.С. Комаров. — М. : Машиностроение, 1969. — 296 с.

68. Кононенко, В.О. Колебательные системы с ограниченным возбуждением / В.О. Кононенко. – М. : Наука, 1964. – 254 с.
69. Корн, Г., Корн, Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров / Г. Корн, Т. Корн. – М. : Наука, 1973. – 832 с.
70. Крайнев, А.Ф. Словарь справочник по механизмам / А.Ф. Крайнев. – 2-е изд., перераб. и доп. – М. : Машиностроение, 1987. – 560 с.
71. Крохмаль, Н.Н. Кинематический анализ групп Ассур в связи с их структурными свойствами / Н.Н. Крохмаль // Изв. Челяб. науч. центра УрО РАН. — 2003. — №1 (18). — С. 1–6.
72. Левитская, О.Н., Левитский, Н.Н. Курс теории механизмов и машин : учебник для вузов / О.Н. Левитская, Н.Н. Левитский. – М. : ВШ, 1978. – 269 с.
73. Малышев, А. П. Кинематика механизмов / А.П. Малышев. – М. : Госуд. Изд-во легкой промышленности, 1933. – 468 с.
74. Машнев, М.М., Красковский, Е.Я., Лебедев, П.А. Теория механизмов и машин и детали машин : учебное пособие для студентов машиностроительных специальностей вузов / М.М. Машнев, Е.Я. Красковский, П.А. Лебедев. –2-е изд. перераб. и доп. – Л. : Машиностроение, 1980. – 512 с.
75. Механика в СССР за 50 лет. Том 1. Общая и прикладная механика. – М. : Наука, 1968. – 416 с.
76. Морошкин, Ю. Ф. Доклады АН СССР. Т.82 / Ю.Ф. Морошкин, 1952. – №4.
77. Озол, О.Г. Теория механизмов и машин / О.Г. Озол ; [перевод с латышского] ; под ред. С.И.Кожевникова. –М. : Наука. Гл.ред.физ.-мат.лит., 1984. – 432 с.
78. Очерки развития техники в СССР. Машиностроение. Автоматическое управление машинами и системами машин. Радиотехника, электроника и электросвязь – М. : Наука, 1970. – 443 с.
79. Павлова, Л. А. Метод графов в структурном исследовании пространственных механизмов : специальность 05.00.00 «Технические науки» : Диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук /Павлова Лидия Антоновна ; МВТУ им. Н.Э Баумана. – Москва, 1976. – 187 с.
80. Патент № 109796 Российская Федерация, МПК F01B 1/10. Исполнительный механизм машины объемного действия : заявка №2011131327/06 : заявл.



- 26.07.11 : опубл. 27.07.11 : Бюл. №30 / Бабенко Е.В. (Диденко Е.В.), Смелягин А.И. ; заявитель и патентообладатель ГОУ ВПО Кубанский гос. технол. ун—т. – 5 с. : ил.
81. Патент № 110131 Российская Федерация, МПК F01B 1/10. Исполнительный механизм компрессора объемного действия : заявка №2011131314/06 : заявл. 26.07.11 : опубл. 10.11.11 : Бюл. №31 / Бабенко Е.В. (Диденко Е.В.), Смелягин А.И. ; заявитель и патентообладатель ГОУ ВПО Кубанский гос. технол. ун—т. – 5 с. : ил.
82. Патент № 179051 Российская Федерация, МПК B25J 1/00. Механизм параллельной структуры : заявка №2017145112 : заявл. 21.12.12 : опубл. 25.04.18 : Бюл. №12 / Глазунов, В.А., Диденко, Е.В., Левин, С.В., Терехова, А.Н., Шалюхин, К.А. ; заявитель и патентообладатель Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт машиноведения им. А.А. Благонравова Российской академии наук . – 4 с. : ил.
83. Патент № 2463477 Российская Федерация, МПК F04B35/01. Компрессор объемного действия : заявка №2011120992/06 : заявл. 24.05.11 : опубл. 10.10.12 : Бюл. №28 / Бабенко Е.В. (Диденко Е.В.), Смелягин А.И. ; заявитель и патентообладатель ГОУ ВПО Кубанский гос. технол. ун—т. – 6 с. : ил.
84. Патент № 2474696 Российская Федерация, МПК F04B35/01. Машина объемного действия : заявка №2011120990/06: заявл. 24.05.11 : опубл. 10.02.13 : Бюл. №4 / Бабенко Е.В. (Диденко Е.В.), Смелягин А.И. ; заявитель и патентообладатель ГОУ ВПО Кубанский гос. технол. ун—т. – 6 с. : ил.
85. Пейсах, Э.Е. Классификация плоских групп Ассура / Э.Е. Пейсах // Теория механизмов и машин. – 2007. – №1(9). – Т. 5. – С. 5–17.
86. Пейсах, Э.Е., Нестеров, В.А. Система проектирования плоских рычажных механизмов / Э.Е. Пейсах, В.А. Нестеров ; под ред. К.В.Фролова. – М. : Машиностроение, 1988. – 232 с.
87. Пейсах, Э.Е. К дискуссии по проблеме структурного синтеза плоских шарнирных механизмов / Э.Е. Пейсах // Теория механизмов и машин. – 2006. – №1(4). – С. 49–54.
88. Пейсах, Э.Е. О структурном синтезе рычажных механизмов / Э.Е. Пейсах // Теория механизмов и машин. – 2005. – №1(3). – С. 77–80.
89. Романцев, А.А. Структурно-параметрический синтез и анализ рычажных механизмов / А.А. Романцев ; Ульяновский государственный технический

- университет. — Ульяновск, 2001. — 174 с.
90. Семенов, М.В. Синтез частично уравновешенных плоских механизмов / М.В. Семенов // Труды семинара по ТММ. АН СССР. — 1949. — Т. VIII. Вып. 29. — С. 74–90.
  91. Семенов, М.В. Структура механизмов / М.В. Семенов. — М. : Гос. Изд-во физ.-мат. лит., 1959. — 284 с.
  92. Семенов, М. В. Кинематические и динамические расчеты исполнительных механизмов / М.В. Семенов. — Л. : Машиностроение, 1974. — 432 с.
  93. Сидоренко, И.И., Баханович, А.Г. Анализ структур релаксационных амортизаторов традиционными и модифицированными кинематическими графами / И.И. Сидоренко, А.Г. Баханович // Механика машин, механизмов и материалов. — 20. — №1(26). — С. 88-91.
  94. Сидоренко, И.И., Гутыря, С.С. Моделирование пассивных виброизолирующих устройств кинематическими графами плоских механизмов / И.И. Сидоренко, С.С. Гутыря // Труды Одесского политехнического университета. — 2009. — №2. — С. 22–26.
  95. Сидоренко, И.И., Ихен, Ч. Синтез рычажно-лопастных амортизаторов с расширенной механической структурой / И.И. Сидоренко, Ч. Ихен // Труды Одесского политехнического университета. — 2015. — №1(45). — С. 15-20.
  96. Смелягин, А.И. Структура механизмов и машин : учебное пособие / А.И. Смелягин. — М. : ВШ, 2006. — 304 с.
  97. Сумский, С.Н. Расчет кинематических и динамических характеристик плоских рычажных механизмов / С.Н. Сумский. — М. : Машиностроение, 1980. — 56 с.
  98. Тимофеев, Г.А., Самойлова, М.В. Использование метода графов в структурном анализе планетарно-волнового механизма / Г.А. Тимофеев, М.В. Самойлова // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. «Машиностроение». — 2010. — №2. — С. 3 – 14.
  99. Уалиев, Г. Динамика механизмов машин / Г. Уалиев. — Алматы, 2000. — 282 с.
  100. Фролов, К.В. Теория механизмов и машин / К.В. Фролов и др. — М. : ВШ, 1987. — 496 с.
  101. Харари, Ф. Теория графов / Ф. Харари. — М. : Мир, 1973. — 300 с.
  102. Шахинпур, М. Курс робототехники / М. Шахинпур ; [перевод с английского] — М. : Мир, 1990. — 527 с.

103. Штейнвольф, Л.И. Динамические расчеты машин и механизмов / Л.И. Штейнвольф. — Москва—Киев : Машгиз, 1961. — 340 с.
104. Angeles, J. The Qualitative Synthesis of Parallel Manipulators / J. Angeles // Journal of Mechanical Design. — 2004. — Vol.126. — P. 617—624.
105. Ballaney, P.L. Theory of Machines / P.L. Ballaney. — Delhi. : Khanna Publishers, 1992. — 1484 p.
106. Carricato, M., Parenti-Castelli, V. On the topological and geometrical synthesis and classification of translational parallel mechanisms / M. Carricato, V. Parenti-Castelli // Proc. of the XI World Congress in Mechanism and Machine Science. — Tianjin. China. — 2004. — P. 1624—1628.
107. Ceccarelli, M. Fundamentals of Mechanics of Robotic Manipulation / M. Ceccarelli. — Kluwer. : Academic Publishers, 2004. — 412 p.
108. Chen, C. Kinematic Synthesis of an Eight-Bar Linkage to Visit Eleven Poses Exactly / C.Chen, J. Angeles // Proc. 12th World Congr. on the TMM. — Besancon. France. — 2006. — P.8.
109. Davidson, J.K., Hunt, K.H. Robot and Screw Theory: Applications of Kinematics and Statics of Robotics / J.K. Davidson, K.H. Hunt. — Oxford : University Press, 2004. — 467 p.
110. Denavit, J., Hartenberg, R.S. Kinematic Notation for Lower-Pair Mechanisms Based on Matrices / J. Denavit, R.S. Hartenberg // J.Appl. Mech. — 1955. — Vol.77. — P. 215—221.
111. Ding, H. Automatic Structural Synthesis of Planar Mechanisms and Its Application to Creative Design : doctor thesis [Электронный ресурс] / Huafeng Ding. — 2015. — 147 p. — URL: [https://duepublico2.uni-due.de/servlets/MCRFileNodeServlet/duepublico\\_derivate\\_00040581/Ding\\_Huafeng\\_Diss.pdf](https://duepublico2.uni-due.de/servlets/MCRFileNodeServlet/duepublico_derivate_00040581/Ding_Huafeng_Diss.pdf) (дата обращения: 5.11.2018).
112. Gogu, G. Structural synthesis of fully-isotropic translational parallel robots via theory of linear transformations / G. Gogu // European Journal of Mechanics. — 2004. — Vol.23. — P. 1021—1039.
113. Hunt, K.H. Kinematic Geometry of Mechanisms / K.H. Hunt. — Oxford. : Clarendon Press, 1978. — 469 p.
114. I—Ming, Chen, Tai—Her, Yang, Tyng, Liu. Function Power Graph A Novel Methodology for Powertrain and Hybrid System Conceptual Design and Analysis / Chen I—Ming, Yang Tai—Her, Liu Tyng. — DOI Number: 10.6567/IFTtoMM.14TH.WC.OS3.006. // The 14th IFTtoMM World Congress ;

- Taipei ; Taiwan ; October 25–30. — 2015.
115. Kong, X., Gosselin, C. Type Synthesis of Parallel Mechanisms / X. Kong, C. Gosselin. — Springer, 2007. — 275 p.
  116. Kostic, M. Position analysis of the High Class Kinematic Group Mechanism. / M. Kostic, M. Cavic, M. Zlokolica // Proc. 12th World Congr. on the TMM. — Besancon. France. — 2006. — P.6.
  117. Kozyrev, A., Glazunov, V. Finite Element Modeling and Analysis of an Izoglide -Type Parallel Manipulator to Determine its Rigidity/Stiffness / A. Kozyrev, V. Glazunov // New Trends in Mechanism and Machines Sciences. — Springer. — 2015. — Vol.24. — P. 203–210.
  118. Kuzlyakina, V.V. Level Mechanism computeraided design system / V.V. Kuzlyakina // 11th World Congress in TMM. — China. — 2004. — Vol.3. — P. 1116–1120.
  119. Laryushkin, P., Glazunov, V., Demidov, S. Singularity Analysis of 3-DOF Translational Parallel Manipulator / P. Laryushkin, V. Glazunov, S. Demidov // Advances on Theory and Practice of Robots and Manipulators. Proceedings of ROMANSY 2014 XX CISM-IFTOMM Symposium on Theory and Practice of Robots and Manipulators. — Springer : Cham Heidelberg New York Dordrecht London. — 2014. — P. 47–54. — ISSN 2211-0984.
  120. Merlet, J.-P. Parallel Robots / J.-P. Merlet ; Second Edition. — Springer, Dordrecht, 2006. — 402 p.
  121. Nosova, N.Y., Glazunov, V.A., Palochkin, S.V., Terekhova, A.N. Synthesis of mechanisms of parallel structure with kinematic interchange / N.Y. Nosova, V.A. Glazunov, S.V. Palochkin, A.N. Terekhova // Journal of Machinery Manufacture and Reliability. — 2014. — Vol.43. — № 5. — P. 378–383.
  122. Schmidt, Linda C., Shetty, Harshawardhan, Chase, Scott C. A graph grammar approach for structure synthesis of mechanisms / Linda C. Schmidt, Harshawardhan Shetty, Scott C. Chase // Journal of Mechanical Design. — 2000. — №122(4). — P. 371–376.
  123. Shea, K., Starling, A. From Discrete Structures To Mechanical Systems: A Framework For Creating Performance Based Parametric Synthesis Tools / K. Shea, A. Starling // Proceedings of the AAAI 2003 Symposium on Computational Synthesis: From Basic Building Blocks to High Level Functionality. — 2003. — P. 210–217.
  124. Starling, A., Shea, K. A parallel grammar for simulation-driven mechanical

- design synthesis / A. Starling, K. Shea // In Proceedings of the ASME 2005 International Design Engineering Technical Conferences & Computers and Information in Engineering Conference. —2005.
125. Sugimoto, K. Kinematic and Dynamic Analysis of Parallel Manipulators by Means of Motor Algebra / K. Sugimoto // Trans. ASME: Jour. of Mechanisms, Transmission and Automation in Design. — 1987. — Vol.109. — №1. — P. 3–7.
126. Tuttle, E.R. Enumeration of Basic Kinematic Chains Using the Theory of Finite Groups / E.R. Tuttle, S.W. Peterson, J.E. Titus // Trends and Developments in Mechanisms, Machines, and Robotics. — ASME Design Technology Conference. — Kissimmee, Florida. — 1988. — Vol.1. — P. 165–172.
127. Wenger, P., Chablat, D. Kinematic analysis of a new parallel machine tool: The orthoglide / P. Wenger, D. Chablat // Proceedings 7th International Symposium on Advances in Robot Kinematics. — Portoroz, Slovenia. — 2000. — P. 275–284.
128. Wittenbauer, W. Graphische Dynami / W. Wittenbauer. — Berlin. : Springer, 1923. — 797 p.
129. Wu, Z., Campbell, M.I., Fernandez, B.R. Bond Graph Based Automated Modeling for Computer-Aided Design of Dynamic Systems / Z. Wu, M.I. Campbell, B.R. Fernandez // Journal of Mechanical Design. — 2008. — №130(4). — P. 041102–1 – 041102–11.
130. Zawisłak, S. Artificial intelligence aided design of gears based on graph—theoretical models / S. Zawisłak // 12th IFToMM World Congress, Besançon (France), June18–21. — 2007.