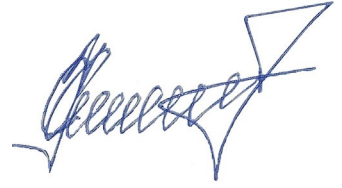


На правах рукописи



Киселев Сергей Валерьевич

**РАЗРАБОТКА И ИССЛЕДОВАНИЕ СКЛАДНЫХ МЕХАНИЗМОВ  
ПАРАЛЛЕЛЬНОЙ СТРУКТУРЫ, ВКЛЮЧАЮЩИХ КРУГОВУЮ  
НАПРАВЛЯЮЩУЮ**

Специальность 2.5.2. Машиноведение

**АВТОРЕФЕРАТ**

диссертации на соискание ученой степени

кандидата технических наук

Москва – 2024

Работа выполнена в Федеральном государственном бюджетном учреждении науки Институт машиноведения им. А. А. Благонравова Российской академии наук (ИМАШ РАН)

Научный руководитель: **Фомин Алексей Сергеевич**  
кандидат технических наук, старший научный сотрудник лаборатории «Теория механизмов и структура машин» ИМАШ РАН, Москва

Официальные оппоненты: **Воробьева Наталья Сергеевна**  
доктор технических наук, доцент, заведующий кафедрой «Механика» ФГБОУ ВО «Волгоградский государственный аграрный университет», г. Волгоград

**Приходько Александр Александрович**  
кандидат технических наук, доцент кафедры «Техническая механика и специальные машины им. профессора А. А. Петрика» ФГБОУ ВО «Кубанский государственный технологический университет», г. Краснодар

Ведущая организация: **ФГБОУ ВО «Российский государственный университет им. А. Н. Косыгина (Технологии. Дизайн. Искусство)», Москва**

Защита состоится «23» апреля 2024 г. в 15:00 на заседании диссертационного совета 24.1.075.01 на базе федерального государственного бюджетного учреждения науки Институт машиноведения им. А. А. Благонравова Российской академии наук (ИМАШ РАН) по адресу: 101000, Москва, М. Харитоньевский пер., д. 4.

Отзывы на автореферат в двух экземплярах, заверенных гербовой печатью учреждения (организации), просьба направлять по адресу: 101000, Москва, М. Харитоньевский пер., д. 4, ученому секретарю диссертационного совета 24.1.075.01.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ИМАШ РАН и на сайте <http://imash.ru/>

Автореферат разослан «   » \_\_\_\_\_ 2024 г.

Ученый секретарь  
диссертационного совета, д.т.н.



Рашоян Гагик Володяевич

**Актуальность темы диссертации.** Функционирование большей части отраслей промышленности напрямую связано с применением различных типов механизмов и машин. Повышение эффективности отраслевых производственных процессов зачастую обеспечивается непрерывным усовершенствованием уже используемых технологических устройств, а также разработкой и внедрением принципиально новых.

При этом весьма востребованными в технике являются устройства, построенные на основе механизмов параллельной структуры. Такая востребованность обусловлена наличием исключительных функциональных свойств механизмов данного типа. Они обладают значительными нагрузочными способностями, повышенной маневренностью, жесткостью, точностью и другими свойствами, которые необходимы для эффективного выполнения современных технологических операций.

Большое многообразие создаваемых механизмов параллельной структуры обусловлено широкими возможностями их практического использования. В частности, они применяются в конструкциях металлообрабатывающих станков, в различных измерительных устройствах, в системах позиционирования, в сервисных и медицинских роботах, а также авто- и авиатренажерах.

При этом для решения многих технологических задач требуется обеспечение достаточно большого (в том числе неограниченного) угла поворота выходного звена вокруг некоторых осей, а также увеличенные габариты его рабочей зоны. На сегодняшний день возможность увеличенного угла поворота обеспечивается в механизмах параллельной структуры с круговой направляющей, однако их рабочая зона имеет весьма небольшие размеры, что ограничивает возможности их практического применения. Кроме этого, механизмы данного типа имеют весьма громоздкие конструкции, которые в том числе не способны трансформироваться между трехмерными и двумерными конфигурациями. Это также ограничивает перспективы их практического применения.

В связи с этим проблема синтеза и анализа механизмов параллельной структуры, обеспечивающих увеличенный (в том числе неограниченный) угол поворота выходного звена и увеличенные габариты рабочей зоны, а также способных трансформироваться в компактные двумерные конструкции, является весьма актуальной.

**Область исследований диссертации** соответствует пунктам 1 и 3 паспорта специальности 2.5.2. Машиноведение: «Синтез структурных и кинематических схем механизмов и обобщенных структурных схем машин, оптимизация параметров»; «Методы кинематического и динамического анализа, в том числе математического моделирования, анимационного и экспериментального исследования механизмов».

**Цель диссертационной работы:** разработка новых складных механизмов параллельной структуры, снабженных круговой направляющей, и анализ их функциональных свойств.

**Задачи, решаемые в работе:**

1. Провести структурный синтез складной кинематической цепи, включающей круговую направляющую и обеспечивающей создание на ее основе складных механизмов параллельной структуры с разным числом кинематических

цепей.

2. Для синтезированного складного механизма параллельной структуры с тремя кинематическими цепями решить прямую и обратную кинематические задачи; разработать геометрический алгоритм построения рабочей зоны при горизонтальной и наклонной ориентациях выходного звена; определить особые (сингулярные) положения, в которых выходное звено становится неуправляемым или, наоборот, теряет степени свободы.

3. Разработать сборочную компьютерную модель (виртуальный прототип) нового складного механизма параллельной структуры и провести исследование его кинематических и динамических параметров с использованием систем автоматизированного проектирования.

4. На основе виртуального прототипа изготовить натурную модель (физический прототип) нового складного механизма параллельной структуры и провести экспериментальные исследования его структурных и кинематических параметров, подтверждающие теоретические расчеты.

#### **Научная новизна:**

1. Разработана модель складной кинематической цепи, на основе которой синтезированы новые складные механизмы параллельной структуры с круговой направляющей, имеющие три, четыре, пять и шесть кинематических цепей (п. 1 паспорта специальности).

2. Разработаны алгоритмы аналитического решения прямой и обратной кинематических задач для нового складного механизма параллельной структуры с круговой направляющей, включающего три кинематические цепи, причем алгоритм решения обратной задачи является универсальным для механизмов данного типа с разным числом кинематических цепей (п. 3 паспорта специальности).

3. Разработан геометрический алгоритм по определению параметров рабочей зоны данного механизма и определены конфигурации его особых (сингулярных) положений. Алгоритмы исследования рабочей зоны и особых положений могут быть использованы для расчета механизмов данного типа, имеющих большее число кинематических цепей (п. 3 паспорта специальности).

**Практическая значимость** результатов работы заключается в разработке семейства новых механизмов параллельной структуры для решения конкретных технологических задач, связанных с медициной, промышленностью, исследовательскими и обучающими технологиями. При этом синтезированные механизмы обеспечивают усовершенствованные функциональные свойства, в частности, неограниченный угол поворота вокруг оси, перпендикулярной плоскости круговой направляющей, возможность трансформации между сложенной и разложенной конфигурациями, а также увеличенные габариты рабочей зоны.

Создан физический прототип нового складного механизма параллельной структуры с круговой направляющей и тремя кинематическими цепями, снабженный системой управления, который может служить основой для проектирования и изготовления новых технологических систем. Также сформирован алгоритм решения обратных задач кинематики и динамики с применением разработанного виртуального прототипа данного механизма.

Результаты, полученные в диссертации, приняты к использованию на АО «ЕВРАЗ ЗСМК» и ООО «Шахта «Алардинская». Они также внедрены в учебный процесс МГТУ им. Н. Э. Баумана (используются при подготовке выпускных квалификационных работ обучающихся) и в образовательный и научный процесс ИМАШ РАН (используются при чтении специальных курсов аспирантам и применяются в исследовательской работе сотрудников).

**Методы исследования.** В работе используются методы теории механизмов и машин, теоретической механики, аналитической геометрии и матричного исчисления, компьютерного моделирования, пакеты систем компьютерной алгебры, комплексы систем автоматизированного проектирования (САПР), методы конструирования деталей машин и методы проведения эксперимента.

**Основные положения, выносимые на защиту:**

1. Алгоритм синтеза складной кинематической цепи, позволяющей создавать на ее основе складные механизмы параллельной структуры с круговой направляющей, снабженные разным числом кинематических цепей.

2. Аналитические алгоритмы решения прямой и обратной кинематических задач для синтезированного складного механизма параллельной структуры с тремя кинематическими цепями, определяющие взаимосвязи между координатами выходного звена и управляемыми перемещениями в приводах.

3. Геометрические алгоритмы построения рабочей зоны при горизонтальной и наклонной ориентациях выходного звена и подходы определения конфигураций особых (сингулярных) положений с учетом неуправляемости или потери степеней свободы выходного звена синтезированного складного механизма.

4. Результаты моделирования обратных задач кинематики и динамики, полученные на основе использования разработанной сборочной компьютерной модели (виртуального прототипа) нового складного механизма параллельной структуры, позволяющей построить на ее основе физический прототип.

**Достоверность результатов работы** обеспечивается применением классических положений теории механизмов и машин и теоретической механики; подтверждается использованием общепринятых допущений и апробированных методик анализа структуры, кинематики и динамики механизмов; применением современного программного обеспечения; проверкой полученных результатов путем численных и натуральных экспериментов.

**Апробация работы.** Основные результаты диссертационного исследования были представлены на следующих семинарах и конференциях: Международной научной конференции «Машины, технологии и материалы для современного машиностроения», Москва, Россия, 2023; Всемирном конгрессе «Теория систем, алгебраическая биология, искусственный интеллект: математические основы и приложения», Москва, Россия, 2023; Российской научной конференций «Перспективы и направления развития теории механизмов и машин», Москва, Россия, 2022; Международных семинарах по научным проблемам машиностроения им. И. И. Артоболевского, Москва, Россия, 2021, 2023; Российской научной конференции «Проблемы развития теории механизмов и машиноведения», посвященной 80-летию д.т.н., профессора А. Ф. Крайнева, Москва, Россия, 2021; Семинаре при Фонде содействия развитию малых форм

предприятий в научно-технической сфере, г. Кемерово, Россия, 2020; 4<sup>th</sup> International Conference on Industrial Engineering, ICIE-2018 (4-ой Международной научно-технической конференции «Пром-Инжиниринг»), Москва, Россия, 2018; European Conference on Mechanism Science, EuCoMes-2018, г. Ахен, Германия, 2018; XXVII научно-практической конференции по теории и конструированию машин, г. Новокузнецк, Россия, 2018; XXII Всероссийской научной конференции студентов, аспирантов и молодых ученых «Наука и молодежь: проблемы, поиски, решения», г. Новокузнецк, Россия, 2018.

**Личный вклад автора** заключается в разработке алгоритма структурного синтеза новых складных механизмов параллельной структуры, имеющих неограниченный угол поворота вокруг оси, перпендикулярной плоскости круговой направляющей; в создании структурных и кинематических схем ранее неизвестных механизмов; в разработке алгоритмов решения прямой и обратной кинематических задач; в формировании геометрического подхода к исследованию рабочей зоны синтезированного механизма; в определении его особых (сингулярных) положений; в создании компьютерной модели (виртуального прототипа) синтезированного механизма и проведении на ее основе кинематических и динамических расчетов; в разработке узлов, элементов и сборочной конструкции физического прототипа нового механизма.

**Поддержка и финансирование исследования.** Работа выполнена в рамках грантов Российского научного фонда — РФФ (№№ 21-79-10409, 2021–2023 гг.; 22-79-10304, 2022–2024 гг., исполнитель проектов); грантов Российского фонда фундаментальных исследований — РФФИ (№№ АААА-А19-119022190056-8, 2018–2019 гг.; 121021600198-3, 2020/2021 гг., исполнитель проектов); гранта Президента РФ (№ АААА-А19-119061990021-7, 2019–2020 гг., исполнитель проекта); конкурса УМНИК (Договор №13737ГУ/2018, 2019–2021 гг., руководитель проекта).

**Публикации.** По результатам диссертации опубликовано 10 работ, в том числе 6 работ в изданиях, входящих в наукометрические базы Scopus и Web of Science (из которых 2 работы опубликованы в отечественных изданиях, входящих в международные реферативные базы данных и системы цитирования и считающихся включенными в Перечень ВАК РФ), 3 работы в изданиях из списка РИНЦ и 1 работа в издании из списка ВАК РФ; получено 2 патента РФ на изобретения, 2 патента РФ на полезные модели.

**Структура диссертации.** Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения, списка литературы из 144 наименований, 8 приложений. Объем диссертации составляет 144 страницы, включая 69 рисунков.

## СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

**Во введении** обоснована актуальность темы диссертации, сформулированы цель и задачи исследования, научная новизна, практическая значимость и положения, выносимые на защиту. Представлены методы исследования и обоснована достоверность полученных результатов, приведены сведения об апробации работы, личном вкладе автора, поддержке и финансировании исследования, публикациях, структуре и объеме диссертации.

**В первой главе** проведен аналитический обзор известных механизмов параллельной структуры с круговой направляющей, обеспечивающих неограниченный угол поворота выходного звена вокруг оси, перпендикулярной плоскости круговой направляющей. Рассмотренные механизмы классифицированы по числу степеней свободы и числу кинематических цепей в следующие группы: механизмы с шестью степенями свободы и шестью, четырьмя и тремя кинематическими цепями; механизмы с тремя степенями свободы, обеспечивающие плоское или сферическое движение. Также рассмотрены одноподвижные механизмы с круговой направляющей.

Выполнен обзор методов структурного и параметрического синтеза и алгоритмов комплексного анализа механизмов параллельной структуры с круговой направляющей, включающих исследование кинематики (решение задач о положениях и скоростях), построение рабочих зон, анализ особых положений и исследование динамики.

В главе анализируются работы В. Т. Беликова, И. А. Бонева, К. Госслена, В. А. Глазунова, Р. Ализадэ, Ж. Кима, Б. М. Щекина, М. Шохэма, Ш. Хошнуди, Д. Галлардо-Альварадо, Ш. Бая, Д. Даффи, Т. Суня, П. А. Ларюшкина, Х. Азулая, Ф. Жанаби-Шарифи, Д. Глозмана, Ф. Ч. Парка, К. Дуаня, С. Каро, Б. Бенхабиба, А. В. Антонова, Г. В. Рашояна, С. Рю, Ж.-П. Мерле, А. С. Фомина, М. Чеккарелли, Ф. Гао, К. Ли, Б. Корвеса, Г. Ву, Ю. Фана и других исследователей.

На основе проведенного анализа современного состояния исследований в данной области отмечается, что рабочие зоны механизмов параллельной структуры с круговой направляющей имеют весьма небольшие размеры, а их конструкции выполнены достаточно громоздкими, имеющими существенные ограничения по углам отклонения звеньев кинематических цепей. В связи с этим делается вывод об актуальности разработки и дальнейшего исследования складных аналогов таких механизмов, в которых устраняются указанные недостатки.

**Во второй главе** представлен анализ подвижности существующих механизмов параллельной структуры с круговой направляющей, проведенный с применением структурных формул А. П. Малышева и П. Л. Чебышева, широко используемых при исследовании различных типов механизмов. Далее формула А. П. Малышева используется для синтеза типовой складной кинематической цепи, примененной при разработке нового семейства складных механизмов параллельной структуры с круговой направляющей. Использование синтезированной кинематической цепи позволяет увеличить габариты рабочей зоны данных механизмов и обеспечить в них компактность за счет возможности трансформации между трехмерными и двумерными конфигурациями.

Структурные параметры синтезируемой цепи определялись следующим образом. Было принято условие, что данная цепь не налагает никаких ограничений и в ее конструкции будут использованы только одноподвижные вращательные ( $p_5$ ) и трехподвижные сферические ( $p_3$ ) шарниры, при этом двух- ( $p_4$ ), четырех- ( $p_2$ ) и пятиподвижные ( $p_1$ ) шарниры применяться не будут (использование вращательных и сферических шарниров является более предпочтительным с точки зрения практики). Таким образом, соблюдается следующее условие:  $p_5 \neq 0$ ,  $p_4 = 0$ ,  $p_3 \neq 0$ ,  $p_2 = 0$ ,  $p_1 = 0$ . С учетом отсутствия в

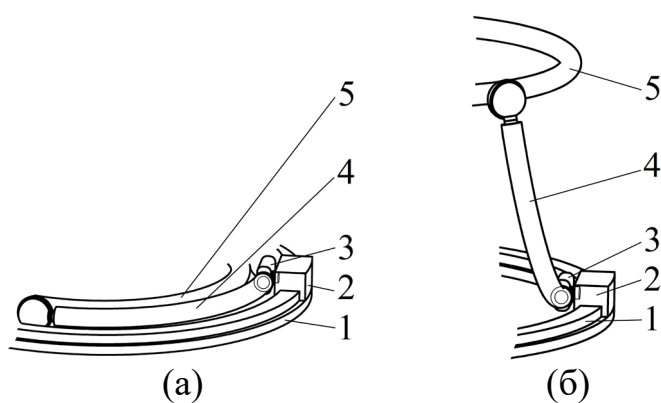
синтезируемой цепи ограничений, т. е. при подвижности, равной шести ( $W = 6$ ), формула А. П. Малышева при вышеуказанных условиях была записана в виде:

$$6n - 5p_5 - 3p_3 = 6,$$

откуда параметр числа подвижных звеньев  $n$  выражается, как:

$$n = \frac{5p_5 + 3p_3}{6} + 1.$$

Из последнего выражения следует, что минимальное значение параметра  $p_5$  (при наличии в цепи шарниров  $p_3$ ) равно трем. При этом параметр  $p_5$  может принимать значения из ряда 3, 6, 9, 12, .... Рассмотрим случай, когда  $p_5 = 3$ . Тогда параметр  $p_3$  может принимать значения из ряда 1, 3, 5, 7, ..., соответствующие значениям параметра  $n$  из ряда 4, 5, 6, 7, ... Таким образом, первым решением, удовлетворяющим поставленным условиям, будет следующее:  $n = 4$ ,  $p_5 = 3$ ,  $p_3 = 1$ . По найденному решению была синтезирована кинематическая цепь, представленная на рис. 1 в сложенной (а) и разложенной (б) конфигурациях. Цепь



состоит из стойки 1, выполненной в виде круговой направляющей, каретки 2, промежуточного звена 3, криволинейной штанги 4 и платформы 5 (выходного звена). Звенья образуют между собой три вращательных шарнира (1-2, 2-3 и 3-4) и один сферический (4-5). Шарнир 1-2 является вращательным, т. к. радиус поворота каретки 2 относительно центра круговой направляющей 1 постоянный.

Рис. 1. Синтезированная кинематическая цепь в сложенной (а) и разложенной (б) конфигурациях

Такая структура цепи обеспечивает складную конструкцию для создаваемых на ее основе механизмов. Данные механизмы представлены на рис. 2. В них число кинематических цепей ограничивается в диапазоне от трех до шести.

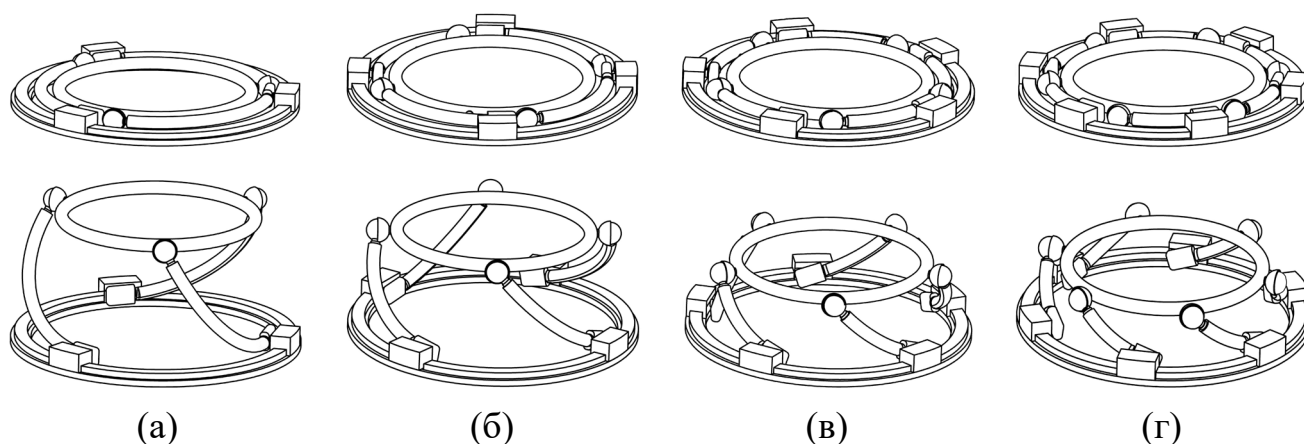


Рис. 2. Кинематические схемы механизмов с тремя (а), четырьмя (б), пятью (в) и шестью (г) цепями в сложенной и разложенной конфигурациях



Структурные параметры для синтезированных механизмов оказываются следующими:

- $n = 10, p_5 = 9, p_4 = 0, p_3 = 3, p_2 = 0, p_1 = 0$  (для механизма по рис. 2а);
- $n = 13, p_5 = 12, p_4 = 0, p_3 = 4, p_2 = 0, p_1 = 0$  (для механизма по рис. 2б);
- $n = 16, p_5 = 15, p_4 = 0, p_3 = 5, p_2 = 0, p_1 = 0$  (для механизма по рис. 2в);
- $n = 19, p_5 = 18, p_4 = 0, p_3 = 6, p_2 = 0, p_1 = 0$  (для механизма по рис. 2г).

Для всех четырех механизмов подвижность по формуле А. П. Малышева равна шести ( $W = 6$ ). Наиболее практичной является схема механизма с тремя кинематическими цепями, т. к. за счет наименьшего количества штанг механизм обладает наибольшим вертикальным подъемом платформы и, соответственно, наибольшими размерами рабочей зоны в вертикальном габарите. Кроме этого такой механизм включает наименьшее количество звеньев и шарниров, а распределение приводов в нем является симметричным: по два привода на каждую кинематическую цепь.

Важной особенностью данного механизма является способность обеспечивать реконфигурируемое сферическое движение, при котором радиус сферы, описываемой платформой, может быть переменным. В рассматриваемом механизме такое движение обеспечивается при блокировке криволинейных штанг, когда они с промежуточными звеньями становятся единым звеном. В этом случае управление платформой осуществляется за счет кареток.

На основе разработанного механизма с тремя кинематическими цепями были предложены двухмодульные системы (рис. 3), в которых данный механизм использовался в качестве нижнего реконфигурируемого модуля. Дополнительный модуль позволяет увеличить габариты рабочей зоны механизма, при этом сохраняется возможность трансформации всей системы в сложенную конструкцию.

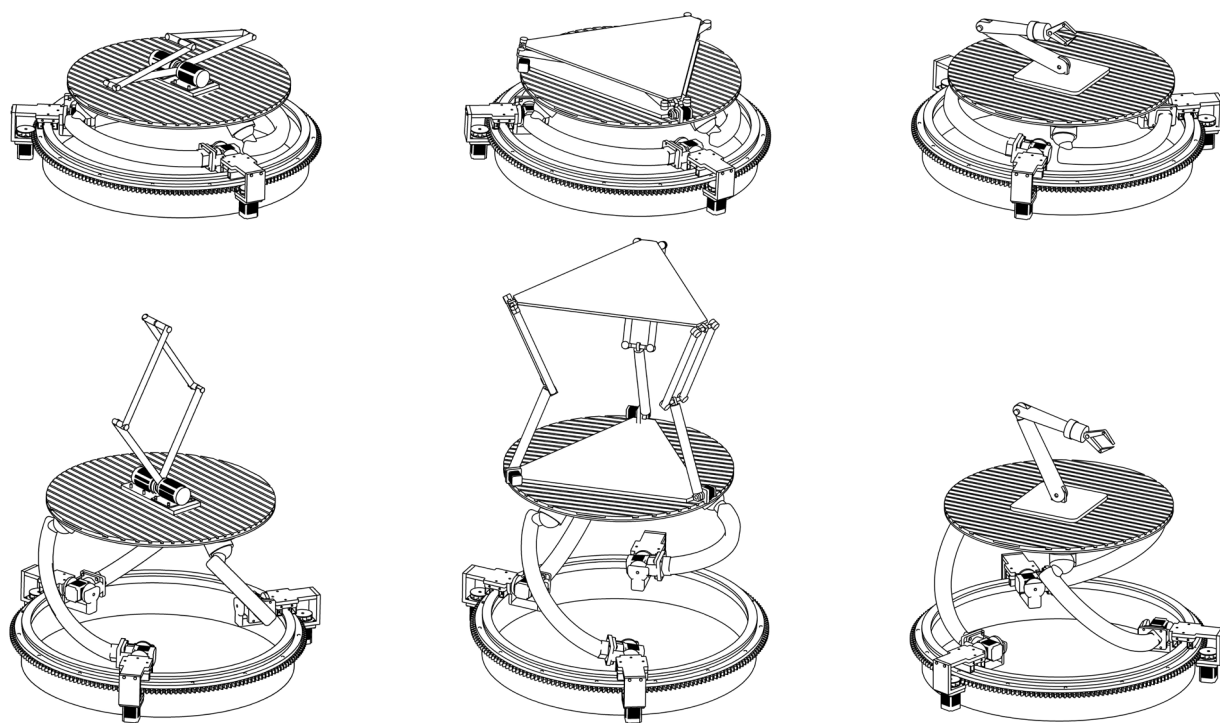


Рис. 3. Двухмодульные системы в сложенной (верхний ряд) и разложенной (нижний ряд) конфигурациях

В третьей главе проводится кинематический анализ шестиподвижного складного механизма параллельной структуры с круговой направляющей, схема которого показана на рис. 2а. Прежде всего, рассматривается решение обратной и прямой задач о положениях, позволяющих установить взаимосвязи между координатами выходного звена механизма и управляемыми перемещениями в приводах. В каждой кинематической цепи предусмотрено наличие двух приводов. Один привод задает движение каретке посредством установленного внутри нее зубчатого колеса, входящего в зацепление с зубьями, нарезанными на боковой поверхности круговой направляющей, а второй — штанге (рис. 4).

Положение выходного звена можно описать с помощью декартовых координат какой-либо его точки, например, центральной точки  $P$  (рис. 4). Данные координаты можно представить в виде вектора  $\mathbf{r}_P$ , определяющего положение точки  $P$  относительно неподвижной системы координат  $OXYZ$ , построенной таким образом, что ее плоскость  $OXY$  лежит в плоскости точек  $B_i$ ,  $i = 1, 2, 3$ , а центр  $O$  соответствует точке пересечения оси круговой направляющей с данной плоскостью. Ориентацию выходного звена в пространстве можно задать при помощи матрицы поворота  $\mathbf{R}_P$ , которая определяет ориентацию связанной с выходным звеном локальной системы координат  $PX_P Y_P Z_P$  относительно неподвижной системы  $OXYZ$ .

Приводные координаты механизма можно записать в виде вектора  $\mathbf{q}$ :

$$\mathbf{q} = [q_1 \ q_2 \ q_3 \ q_4 \ q_5 \ q_6]^T,$$

где координаты  $q_1$ ,  $q_3$  и  $q_5$  соответствуют угловым перемещениям кареток; координаты  $q_2$ ,  $q_4$  и  $q_6$  соответствуют углам поворота приводов криволинейных штанг.

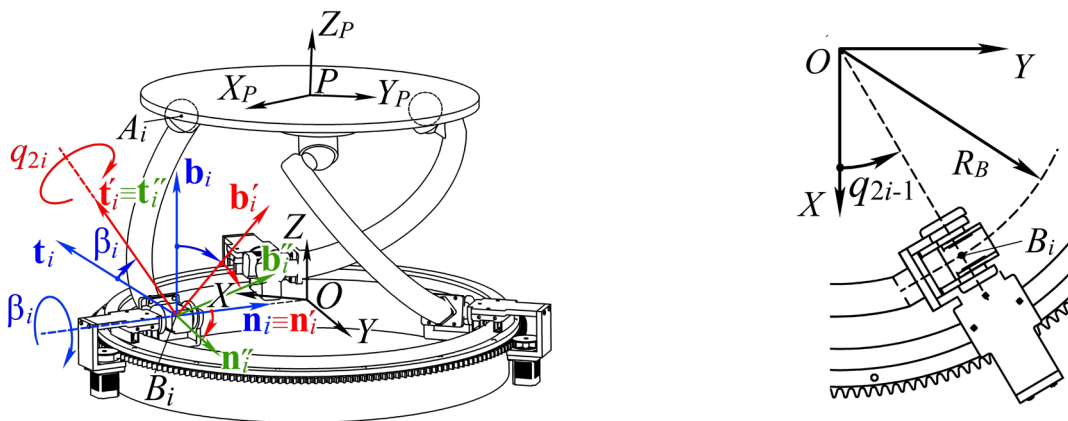


Рис. 4. Исследование кинематики разработанного складного механизма

**Решение обратной кинематической задачи** о положениях заключается в определении вектора приводных координат  $\mathbf{q}$  при заданном векторе  $\mathbf{r}_P$ , описывающем положение выходного звена, а также при заданной матрице  $\mathbf{R}_P$ , описывающей его ориентацию. Методику решения данной задачи представим следующим образом.

Сперва рассмотрим определение углового расположения кареток на круговой направляющей, т. е. координат  $q_{2i-1}$ ,  $i = 1, 2, 3$ . Для этого запишем координаты точек  $A_i$  и  $B_i$ ,  $i = 1, 2, 3$ , в неподвижной системе  $OXYZ$ :

$$\mathbf{r}_{A_i} = \mathbf{r}_P + \mathbf{R}_P \mathbf{r}_{PA_i}, \quad \mathbf{r}_{B_i} = [R_B \cos(q_{2i-1}) \ R_B \sin(q_{2i-1}) \ 0]^T,$$

где  $\mathbf{r}_{PA_i}$  — координаты точек  $A_i$  в системе  $PX_P Y_P Z_P$ ;  $R_B$  — радиальная координата точки  $B_i$ .

Далее запишем соотношение, связывающее координаты точек  $A_i$  и  $B_i$ :

$$(\mathbf{p}_{A_i} - \mathbf{p}_{B_i})^2 = L_i^2,$$

где  $L_i$  — длина звена  $A_i B_i$ .

Подставляя выражения для  $\mathbf{p}_{A_i}$  и  $\mathbf{p}_{B_i}$  в последнее соотношение и проводя соответствующие преобразования, становится возможным определить  $q_{2i-1}$ .

Далее определим приводные координаты  $q_{2i}$ ,  $i = 1, 2, 3$ , соответствующие углам поворота в приводах криволинейных штанг. Для этого сначала запишем следующее соотношение, связывающее координаты точек  $A_i$  и  $B_i$ :

$$\mathbf{p}_{A_i} = \mathbf{p}_{B_i} + \mathbf{R}_{1i} \mathbf{R}_{2i} \mathbf{R}_{3i} \mathbf{r}_{B_i A_i},$$

где матрица поворота  $\mathbf{R}_{1i}$  определяет ориентацию системы координат, связанной с кареткой; матрица поворота  $\mathbf{R}_{2i}$  соответствует повороту во вращательном шарнире между кареткой и промежуточным звеном на угол  $\beta_i$  вокруг оси  $\mathbf{n}_i$  (рис. 4); матрица поворота  $\mathbf{R}_{3i}$  соответствует повороту во вращательном шарнире между промежуточным звеном и криволинейной штангой на угол  $q_{2i}$  вокруг повернутой оси  $\mathbf{t}'_i$  (рис. 4); вектор  $\mathbf{r}_{B_i A_i}$  определяет координаты точки  $A_i$  в системе  $\mathbf{n}_i'' \mathbf{t}'_i \mathbf{b}_i''$  (рис. 4), полученной после последовательных поворотов  $\mathbf{R}_{1i}$ ,  $\mathbf{R}_{2i}$  и  $\mathbf{R}_{3i}$ , и имеет известное постоянное значение, определяемое геометрией криволинейной штанги.

Соотношение для  $\mathbf{p}_{A_i}$  можно записать в виде:

$$\mathbf{R}_{2i} \mathbf{R}_{3i} \mathbf{r}_{B_i A_i} = \mathbf{R}_{1i}^T (\mathbf{p}_{A_i} - \mathbf{p}_{B_i}),$$

где правая часть является известной.

Подставив в это выражение матрицы  $\mathbf{R}_{2i}$  и  $\mathbf{R}_{3i}$ , получим:

$$\begin{bmatrix} \cos(q_{2i}) & 0 & \sin(q_{2i}) \\ \sin(\beta_i) \sin(q_{2i}) & \cos(\beta_i) & -\sin(\beta_i) \cos(q_{2i}) \\ -\cos(\beta_i) \sin(q_{2i}) & \sin(\beta_i) & \cos(\beta_i) \cos(q_{2i}) \end{bmatrix} \mathbf{r}_{B_i A_i} = \mathbf{R}_{1i}^T (\mathbf{p}_{A_i} - \mathbf{p}_{B_i}).$$

Приравняв первые строки левой и правой частей этого уравнения, можно получить соотношение, в котором, проводя универсальную тригонометрическую подстановку для переменной  $q_{2i}$ , получим квадратное уравнение, имеющее в общем случае два решения. Данные решения соответствуют двум различным конфигурациям кинематической цепи, вторая из которых схожа с первой, но развернута относительно прямой  $A_i B_i$  на  $180^\circ$ . Последнее выражение также может быть использовано для определения координат  $\beta_i$ .

Таким образом, рассмотренный алгоритм позволяет определить все шесть приводных координат механизма и является универсальным для механизмов данного типа вне зависимости от числа кинематических цепей. Это связано с тем, что в решении определяются не только углы приводных звеньев, но также и неприводных, которым в механизмах с иным количеством кинематических цепей может быть предписано входное движение.

**Решение прямой кинематической задачи** о положениях для исследуемого механизма заключается в определении вектора  $\mathbf{p}_P$ , описывающего положение выходного звена, и матрицы поворота  $\mathbf{R}_P$ , описывающей его ориентацию, при заданном векторе приводных координат  $\mathbf{q}$ . Сначала определяются координаты  $\mathbf{p}_{B_i}$  точек  $B_i$ ,  $i = 1, 2, 3$ , относительно неподвижной системы  $OXYZ$ , используя соотношение, представленное выше для решения обратной кинематической задачи. Далее записывается выражение для  $\mathbf{p}_{A_i}$  в виде:

$$\mathbf{p}_{Ai} = \mathbf{p}_{Bi} + \mathbf{R}_{1i}\mathbf{R}_{2i}\mathbf{r}_i,$$

где вектор  $\mathbf{r}_i = \mathbf{R}_{3i}\mathbf{r}_{BiAi}$  является известным при решении прямой задачи о положениях. При этом правая часть записанного выражения зависит только от угла поворота  $\beta_i$ . Подставив в это выражение матрицы  $\mathbf{R}_{1i}$  и  $\mathbf{R}_{2i}$ , получим:

$$\mathbf{p}_{Ai} = \mathbf{d}_i + r_i^{yz} \begin{bmatrix} t_i^x \cos(\alpha_i) \\ t_i^y \cos(\alpha_i) \\ \sin(\alpha_i) \end{bmatrix},$$

где  $t_i^x$  и  $t_i^y$  — соответствующие компоненты единичного вектора  $\mathbf{t}_i$ ;  $\mathbf{d}_i = \mathbf{p}_{Bi} + r_i^x \mathbf{n}_i$  (const);  $r_i^x$  и  $r_i^{yz}$  — проекции вектора  $\mathbf{r}_i$  на ось  $B_i\mathbf{n}_i'$  и плоскость  $B_i\mathbf{t}_i'\mathbf{b}_i'$  системы координат  $B_i\mathbf{n}_i'\mathbf{t}_i'\mathbf{b}_i'$ ;  $\alpha_i = \beta_i + \gamma_i$ , где угол  $\gamma_i$  определяет последующие проекции  $r_i^{yz}$  на оси  $\mathbf{t}_i'$  и  $\mathbf{b}_i'$  системы координат  $B_i\mathbf{n}_i'\mathbf{t}_i'\mathbf{b}_i'$ .

Запишем соотношения, связывающие координаты точек  $A_i$  с постоянными по величине расстояниями между центрами сферических шарниров платформы:

$$(\mathbf{p}_{A1} - \mathbf{p}_{A2})^2 = L_{A1A2}^2, \quad (\mathbf{p}_{A2} - \mathbf{p}_{A3})^2 = L_{A2A3}^2, \quad (\mathbf{p}_{A3} - \mathbf{p}_{A1})^2 = L_{A3A1}^2,$$

где  $L_{A1A2}$ ,  $L_{A2A3}$  и  $L_{A3A1}$  — известные расстояния между центрами соответствующих сферических шарниров платформы.

Данные выражения с учетом соотношения для  $\mathbf{p}_{Ai}$  представляют собой систему из трех уравнений относительно трех неизвестных  $\alpha_i$ ,  $i = 1, 2, 3$ . Их совместное решение приводит к следующему выражению:

$k_{i1} + k_{i2}\cos(\alpha_i) + k_{i3}\cos(\alpha_j) + k_{i4}\sin(\alpha_i) + k_{i5}\sin(\alpha_j) + k_{i6}\cos(\alpha_i)\cos(\alpha_j) + k_{i7}\sin(\alpha_i)\sin(\alpha_j) = 0$ , где коэффициенты  $k_{i1}, \dots, k_{i7}$ ,  $i = 1, 2, 3$ , не зависят от  $\alpha_i$ , а индекс  $j$  равен:  $j = 1 + \text{mod}(i, 3)$ .

Выполним универсальную тригонометрическую подстановку для параметров  $\alpha_i$  и  $\alpha_j$  в последнем выражении и сведем его к виду:

$$[t_i^2 \ t_i \ 1] \mathbf{A}_i [t_j^2 \ t_j \ 1]^T = 0,$$

где матрица  $\mathbf{A}_i$  зависит от  $k_{i1}, \dots, k_{i7}$ ,  $i = 1, 2, 3$ ;  $t_i = \text{tg}(\alpha_i / 2)$ ,  $t_j = \text{tg}(\alpha_j / 2)$ .

С учетом дальнейших преобразований получим следующее выражение:

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & e_1 & e_2 & e_3 \\ 0 & 0 & e_1 & e_2 & e_3 & 0 \\ 0 & e_1 & e_2 & e_3 & 0 & 0 \\ e_1 & e_2 & e_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_1 & m_2 & m_3 & m_4 & m_5 \\ m_1 & m_2 & m_3 & m_4 & m_5 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} t_2^5 \\ t_2^4 \\ t_2^3 \\ t_2^2 \\ t_2 \\ 1 \end{bmatrix} = 0,$$

где  $e_1, e_2, e_3$  и  $m_1, \dots, m_5$  — скалярные коэффициенты, зависящие от переменной  $t_1$ .

Для того чтобы данная система уравнений имела нетривиальное решение, определитель матрицы в выражении выше должен быть равен нулю, что приводит к следующему соотношению:

$$\begin{aligned} & -e_1^4 m_5^2 + e_1^3 e_2 m_4 m_5 + 2e_1^3 e_3 m_3 m_5 - e_1^3 e_3 m_4^2 - e_1^2 e_2^2 m_3 m_5 - 3e_1^2 e_2 e_3 m_2 m_5 + \\ & + e_1^2 e_2 e_3 m_3 m_4 - 2e_1^2 e_3^2 m_1 m_5 + 2e_1^2 e_3^2 m_2 m_4 - e_1^2 e_3^2 m_3^2 + e_1 e_2^3 m_2 m_5 + \\ & + 4e_1 e_2^2 e_3 m_1 m_5 - e_1 e_2^2 e_3 m_2 m_4 - 3e_1 e_2 e_3^2 m_1 m_4 + e_1 e_2 e_3^2 m_2 m_3 + 2e_1 e_3^3 m_1 m_3 - \\ & - e_1 e_3^3 m_2^2 - e_2^4 m_1 m_5 + e_2^3 e_3 m_1 m_4 - e_2^2 e_3^2 m_1 m_3 + e_2 e_3^3 m_1 m_2 - e_3^4 m_1^2 = 0. \end{aligned}$$

Данное выражение представляет собой полиномиальное уравнение 16-й степени относительно переменной  $t_1$ . Оно будет иметь 16 решений (в том числе возможны комплексные решения), которые могут быть найдены, например, как

собственные числа сопровождающей матрицы для многочлена, стоящего в левой части этого выражения.

После определения параметра  $t_1$ , величины  $t_2$  и  $t_3$  можно найти как решения квадратных уравнений  $[t_1^2 \ t_1 \ 1]\mathbf{E}[t_2^2 \ t_2 \ 1]^T = 0$  и  $[t_1^2 \ t_1 \ 1]\mathbf{H}[t_3^2 \ t_3 \ 1]^T = 0$ , где  $\mathbf{E} = \mathbf{A}_1$ ,  $\mathbf{H} = \mathbf{A}_3^T$ . И хотя каждое из них может иметь два решения, что в общем случае приводит к четырем возможным комбинациям  $t_2$  и  $t_3$ , лишь одна пара решений будет удовлетворять условию  $[t_2^2 \ t_2 \ 1]\mathbf{F}[t_3^2 \ t_3 \ 1]^T = 0$ , где  $\mathbf{F} = \mathbf{A}_2$ , которое также должно выполняться. После расчета величин  $t_i$ ,  $i = 1, 2, 3$ , находятся углы  $\alpha_i$  и  $\beta_i$ . Затем определяются координаты  $\mathbf{p}_{Ai}$  из выражения, записанного выше.

Полученные координаты  $\mathbf{p}_{Ai}$  трех точек  $A_i$  однозначно определяют положение и ориентацию платформы относительно неподвижной системы  $OXYZ$ , и таким образом, прямая задача о положениях является решенной.

Предложенные аналитические алгоритмы решения обратной и прямой кинематических задач были подтверждены численными примерами. Для обратной задачи о положениях был рассмотрен пример, когда точка  $P$  выходного звена расположена над точкой  $O$  на высоте 300 мм. При этом оси локальной системы координат  $PX_P Y_P Z_P$  совпадают с осями системы  $OXYZ$ , т. е. матрица  $\mathbf{R}_P$  является единичной. В результате расчета согласно приведенному алгоритму, реализованному в пакете MATLAB, были определены значения приводных координат:  $\mathbf{q} = [139.51^\circ \ 48.27^\circ \ 259.51^\circ \ 48.27^\circ \ 19.51^\circ \ 48.27^\circ]^T$ .

Для решения прямой задачи о положениях была составлена программа с использованием пакета MATLAB, реализующая предложенный алгоритм. Было получено 16 решений, соответствующих 16-ти различным сборкам механизма. Все найденные сборки представлены на рис. 5.

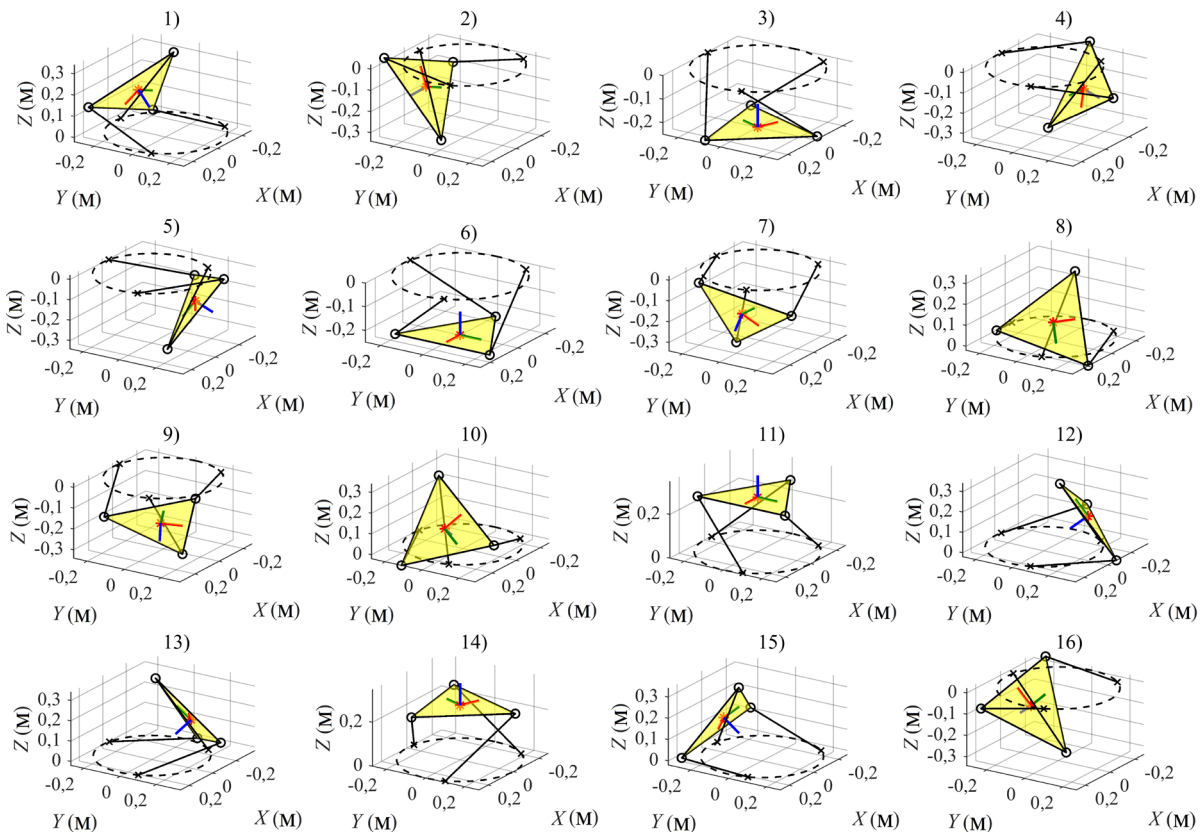


Рис. 5. Сборки механизма, полученные при решении прямой задачи о положениях

Желтый треугольник на рисунках соответствует плоскости  $A_1A_2A_3$ , в центре которой расположены оси локальной системы координат  $PX_PY_PZ_P$ . Сборка № 11 соответствует заданной конфигурации выходного звена из примера решения обратной кинематической задачи. Отметим, что половина сборок имеет симметричный аналог, расположенный с другой стороны плоскости  $OXY$ . Таким образом, рассмотренные примеры решения обратной и прямой кинематических задач подтверждают состоятельность аналитических алгоритмов.

**Построение рабочей зоны механизма** было реализовано посредством геометрического подхода. Для этого использовались инструменты САПР, в частности SolidWorks, позволяющие обеспечить высокую точность при геометрическом подходе. Прежде всего, были заданы ограничения, которые обусловлены конструктивными особенностями механизма: ограничение угла поворота во вращательном шарнире между промежуточным звеном и штангой — от  $180^\circ$  до  $360^\circ$  (в зависимости от угла наклона промежуточного звена); углы отклонения в неуправляемых шарнирах, а именно, в шарнире между кареткой и промежуточным звеном —  $180^\circ$ , в сферическом шарнире —  $47^\circ$ . Для исключения столкновения кареток и пересечения криволинейных штанг был задан минимальный угол сближения между соседними каретками — не менее  $65^\circ$ .

В работе рассмотрены случаи построения рабочей зоны при нулевой ориентации платформы, когда она в любом положении расположена параллельно плоскости круговой направляющей, и при наклонной ориентации, когда имеется постоянный наклон платформы. Алгоритм построения рабочей зоны состоит в следующем. Рассматривается каждая кинематическая цепь механизма в отдельности. При этом каретка фиксируется на круговой направляющей так, что в цепи сохраняются вращения промежуточного звена и криволинейной штанги. Строится поверхность, описываемая центральной точкой сферического шарнира.

Далее фиксируется платформа, а связи, накладываемые на кинематическую цепь кареткой и круговой направляющей, не учитываются. Строится поверхность, описываемая точкой, расположенной на пересечении осей вращательных шарниров промежуточного звена, с учетом ограничений сферического шарнира, а также исключения возможности пересечения криволинейной штанги с платформой.

На следующем этапе центры построенных поверхностей совмещаются. При этом поверхность, полученная при фиксированной платформе, разворачивается на  $180^\circ$ . После чего отсекаются непересекающиеся области, вследствие чего получается результирующая поверхность с учетом заданных ограничений. Далее она поворачивается вокруг вертикальной оси и получается область возможных положений центральной точки сферического шарнира. Рабочая зона центральной точки платформы находится путем смещения полученных областей для каждой из цепей вдоль векторов, направленных от центров сферических шарниров к центру платформы. На рис. 6а (при горизонтальной ориентации) и 6в (при наклонной ориентации в  $10^\circ$ ) показаны пересечения трех областей, являющиеся рабочими зонами центральной точки платформы. На рис. 6б и 6г полученные рабочие зоны продемонстрированы в масштабах механизма.



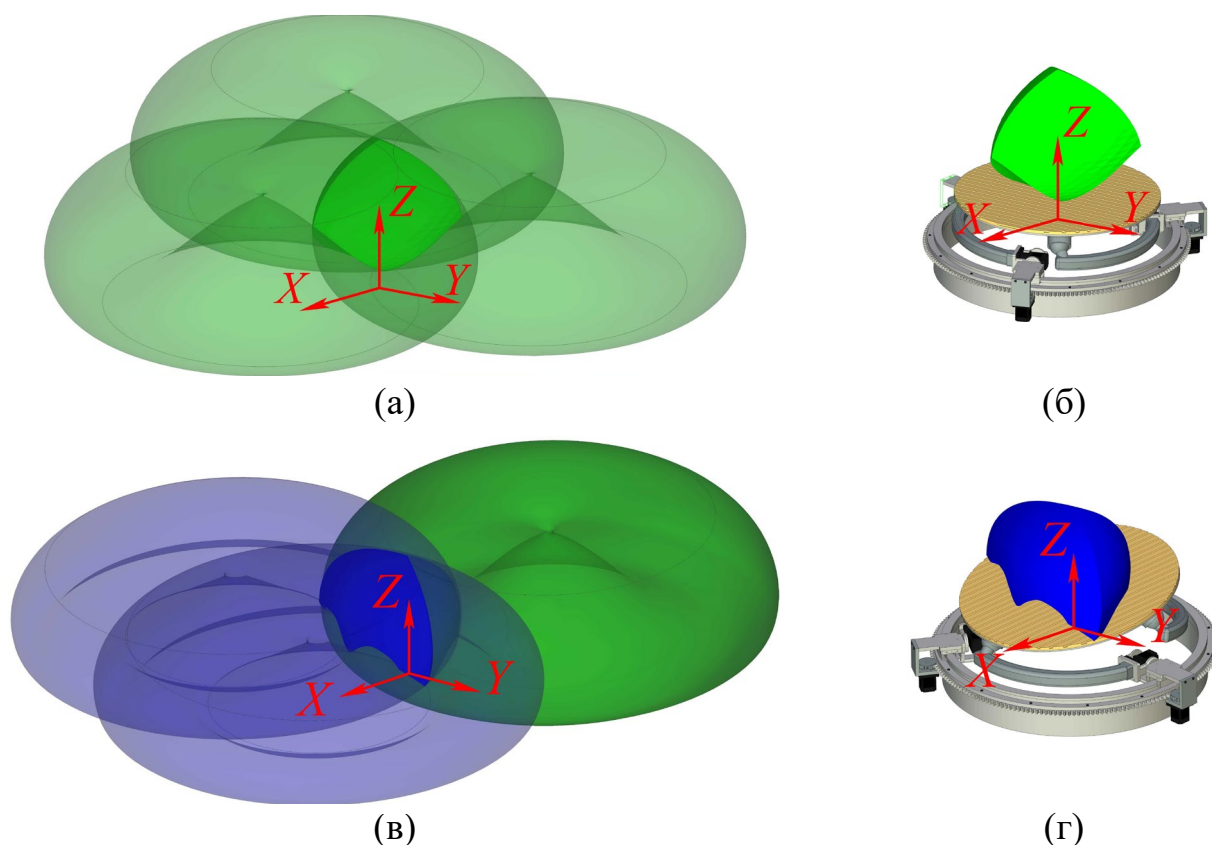


Рис. 6. Построение рабочих зон механизма при горизонтальной (а), (б) и наклонной (в), (г) ориентациях платформы

В исследовании был проведен анализ *особых (сингулярных) положений механизма*, в которых выходное звено может терять степени свободы или иметь неуправляемую подвижность. На рис. 7 показаны положения, в которых выходное звено приобретает дополнительные степени свободы, т. е. становится неуправляемым:

- Когда плоскость платформы  $A_1A_2A_3$  проходит через центр круговой направляющей (точку  $O$ ) и имеет некоторый наклон относительно нее. В данном случае платформа имеет одну неконтролируемую степень свободы (рис. 7а).
- Когда плоскость платформы  $A_1A_2A_3$  также проходит через точку  $O$ , но при этом совпадает с плоскостью круговой направляющей (полностью сложенное положение механизма). В этом случае у платформы появляются три неконтролируемые степени свободы (рис. 7б).
- Когда любые две плоскости, проходящие через точки  $O$ ,  $A_i$  и  $B_i$ , совпадают. При этом совпадающие плоскости могут быть неортогональны плоскости основания (рис. 7в).
- Когда три плоскости  $OA_iB_i$ , проходящие через точки  $O$ ,  $A_i$  и  $B_i$ , имеют общую линию пересечения. Эта линия может быть неортогональна плоскости основания. Однако при соблюдении ортогональности каждая из цепей будет также находиться в особом положении (рис. 7г).

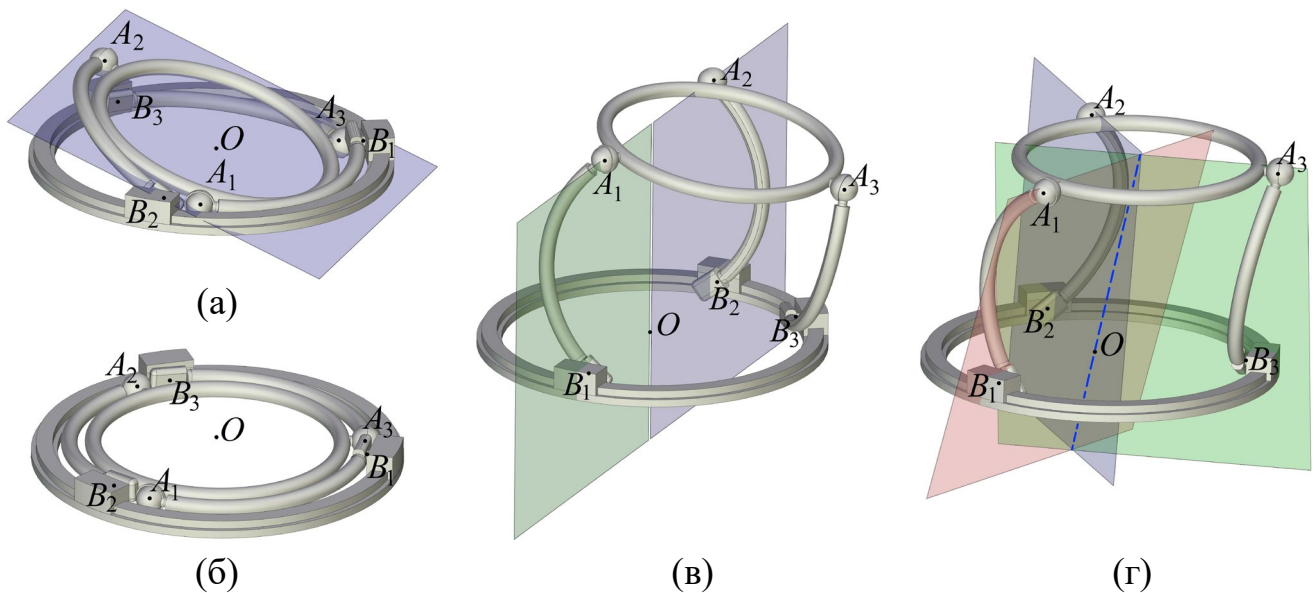


Рис. 7. Особые положения механизма, когда имеется неуправляемая подвижность

На рис. 8 показаны особые положения, в которых выходное звено теряет степени подвижности:

- Когда точки  $A_i$  и  $B_i$  лежат в плоскости  $XOZ$ , ортогональной плоскости круговой направляющей и проходящей через ее центр. В этом случае выходное звено теряет одну степень подвижности: платформа не может двигаться в направлении вектора  $A_iB_i$  (рис. 8а).
- Когда точка  $A_i$  лежит в плоскости, проходящей через оси вращательных шарниров промежуточного звена и штанги. В этом случае выходное звено теряет одну степень подвижности: платформа не может двигаться в направлении вектора  $OA_i$  (рис. 8б).
- Когда точка  $A_i$  лежит в плоскости  $XOZ$ , ортогональной круговой направляющей, при этом оси вращательных шарниров промежуточного звена и штанги также лежат в этой плоскости. В этом случае кинематическая цепь накладывает на движение платформы два ограничения: платформа не может двигаться в любом направлении, порождаемом векторами  $A_iB_i$  и  $OA_i$  (рис. 8в).

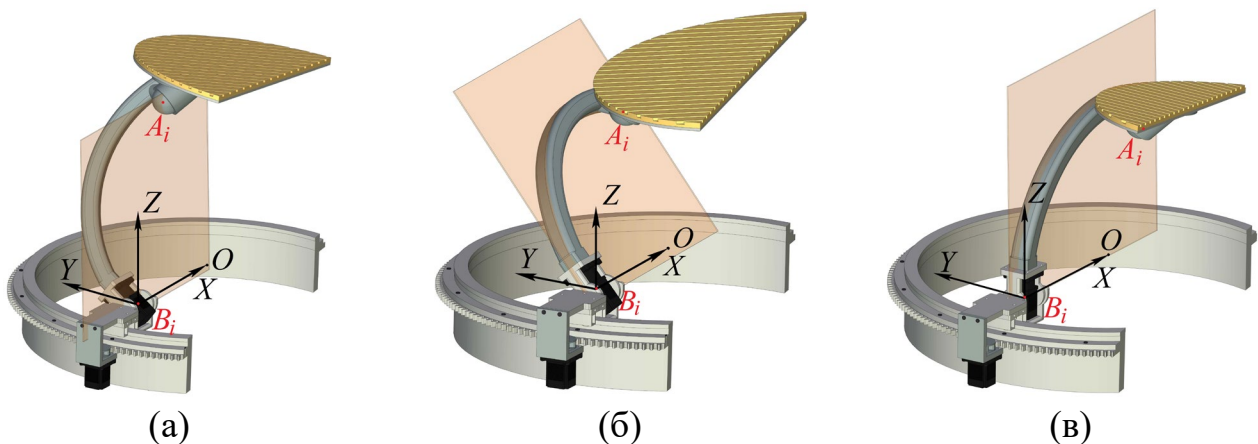


Рис. 8. Особые положения, в которых выходное звено теряет степени свободы



В четвертой главе представлены результаты виртуального и физического прототипирования разработанного складного механизма с круговой направляющей. Создан сборочный виртуальный прототип данного механизма, показанный на рис. 9.

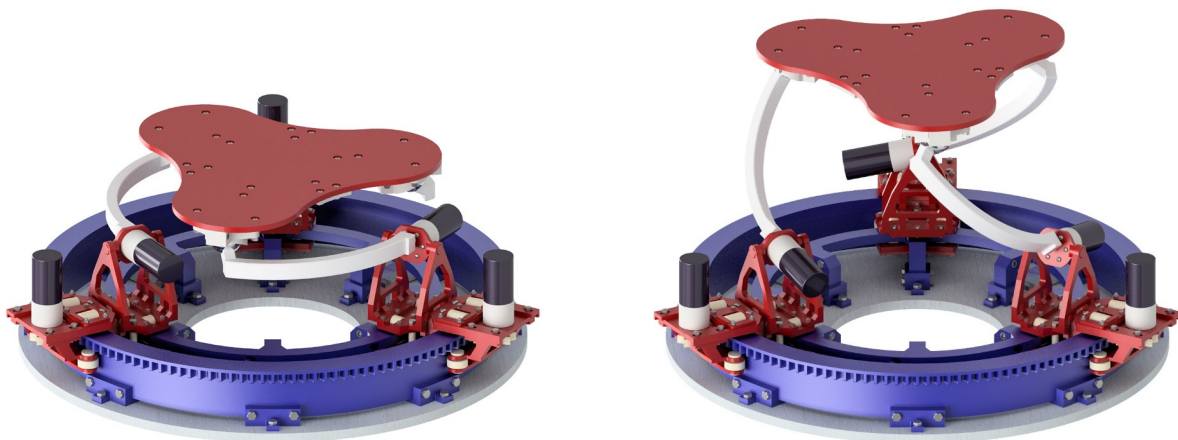


Рис. 9. Виртуальный прототип разработанного складного механизма

С применением разработанного виртуального прототипа механизма было проведено моделирование обратной задачи динамики с учетом материалов звеньев, их веса и трения между всеми контактирующими поверхностями. Все вычисления выполнены с использованием САПР SolidWorks и Autodesk Inventor. На рис. 10 представлены диаграммы изменения моментов в приводах шестерен кареток (1, 3, 5) и криволинейных штанг (2, 4, 6) при движении платформы по прямолинейной траектории (рис. 10а), окружности (рис. 10б) и пространственной спирали (рис. 10в).

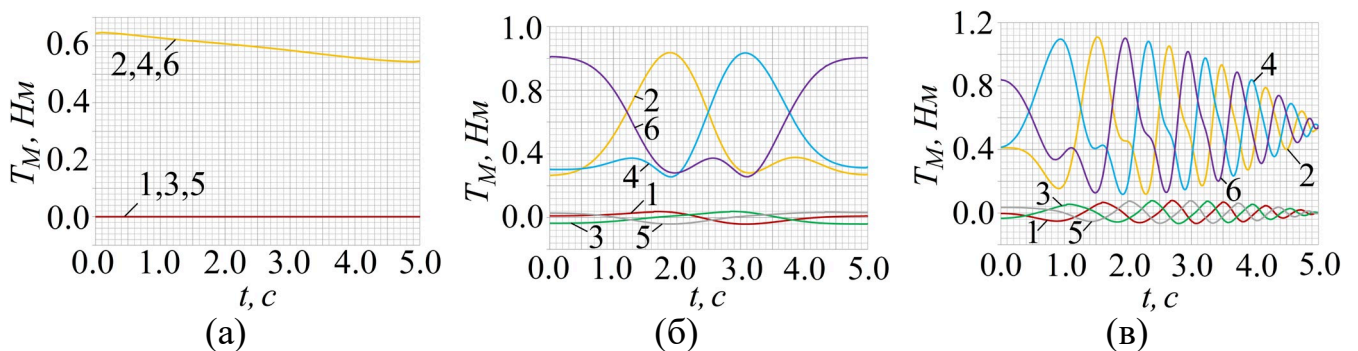


Рис. 10. Диаграммы изменения моментов в приводах шестерен кареток (1, 3, 5) и криволинейных штанг (2, 4, 6) при движении платформы: (а) по прямолинейной траектории; (б) по окружности; (в) по пространственной спирали

На основе виртуального прототипа разработанного механизма был изготовлен его физический аналог, показанный на рис. 11. Приводы механизма подобраны с учетом расчета моментов для шестерен кареток и криволинейных штанг. При изготовлении звеньев механизма использовались технологии быстрого прототипирования (трехмерная печать) и лазерной резки материалов. Экспериментально установлено, что по структурным и кинематическим параметрам физический прототип соответствует его виртуальному аналогу.

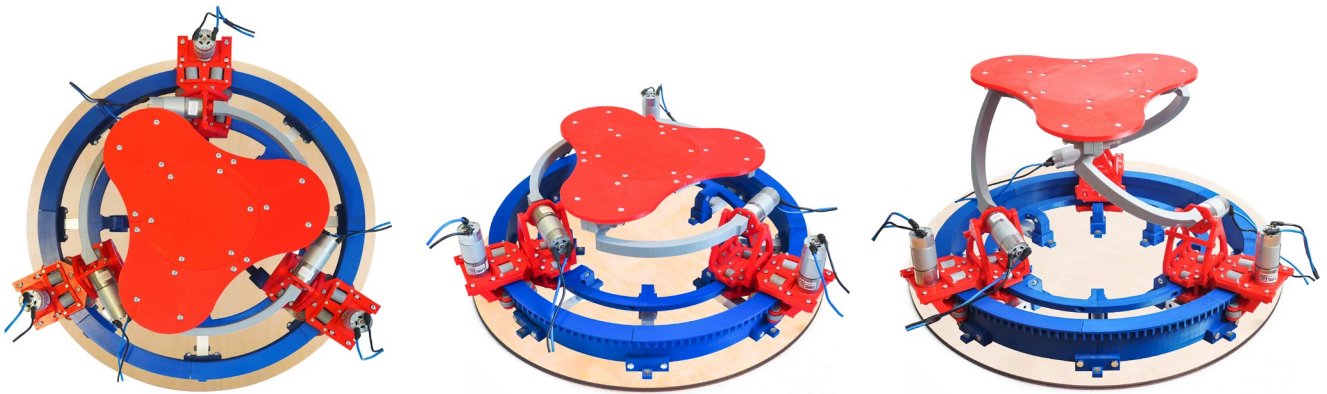


Рис. 11. Физический прототип разработанного складного механизма

С учетом решения поставленных в диссертационной работе задач были получены следующие **основные результаты**:

1. С применением структурных формул подвижности кинематических цепей синтезировано новое семейство складных механизмов параллельной структуры с круговой направляющей, имеющих три, четыре, пять и шесть кинематических цепей.

2. Определено, что синтезированный складной механизм параллельной структуры с тремя кинематическими цепями при блокировке приводов штанг и задании входных движений кареткам становится трехподвижным сферическим механизмом, в котором обеспечивается реконфигурация (изменение) сферического движения.

3. Для синтезированного складного механизма параллельной структуры разработан алгоритм решения прямой и обратной кинематических задач; разработан геометрический алгоритм определения параметров рабочей зоны при горизонтальной и наклонной ориентациях выходного звена; определены особые (сингулярные) положения механизма, в которых выходное звено становится неуправляемым или, наоборот, теряет степени свободы.

4. Разработана сборочная компьютерная модель (виртуальный прототип) нового складного механизма параллельной структуры и проведено исследование его кинематических и динамических параметров с использованием систем автоматизированного проектирования.

5. Изготовлена натурная модель (физический прототип) нового складного механизма параллельной структуры на основе его виртуального аналога и проведены экспериментальные исследования структурных и кинематических параметров, подтвердившие теоретические расчеты.

По результатам работы можно сделать следующие **выводы**:

1. Использование структурных формул подвижности кинематических цепей позволяет синтезировать схемы ранее неизвестного семейства механизмов параллельной структуры, обеспечивающих новые функциональные свойства, в том числе неограниченный угол поворота выходного звена вокруг оси, перпендикулярной плоскости круговой направляющей, и возможность трансформации их конструкций между двумерными и трехмерными конфигурациями.

2. На основе расчетов с использованием алгоритмов решения обратной и

прямой кинематических задач установлено, что синтезированный складной механизм параллельной структуры обеспечивает заданные угловые и линейные перемещения в пределах исследованной рабочей зоны с постоянной и наклонной ориентациями выходного звена. На основе исследования особых положений установлены конфигурации механизма, обход которых способствует его функционированию без потери степеней свободы и без появления неуправляемой подвижности.

3. Разработанные подходы виртуального прототипирования складных механизмов параллельной структуры с круговой направляющей позволяют не только создавать сборочные модели механизмов с разным числом кинематических цепей путем их установки между круговой направляющей и выходным звеном, но также проводить кинематическое и динамическое исследования с учетом реальной геометрии звеньев и типов используемых в них материалов.

4. Изготовленная натурная модель синтезированного складного механизма подтвердила его работоспособность, наличие требуемого числа степеней свободы, возможности реконфигурации при сферическом движении и наличие определенных конфигураций кинематических цепей, при которых возникают особые (сингулярные) положения.

### **Основные результаты диссертации отражены в следующих работах:**

#### Статьи в отечественных изданиях, переводные версии которых индексируются в международных наукометрических базах Scopus и Web of Science

1. Киселев С. В., Брем И. В., Фомина О. А. Структурный анализ механизмов параллельной структуры с круговой направляющей // Проблемы машиностроения и автоматизации. 2023. № 1. С. 50–55 (переводная версия: Kiselev S. V., Brem I. V., Fomina O. A. Structural analysis of mechanisms with a circular guide // Journal of Machinery Manufacture and Reliability. 2023. Vol. 52. Iss. 7. P. 645–651).

2. Киселев С. В., Антонов А. В., Фомин А. С. Роботы параллельной структуры с круговой направляющей: систематический обзор кинематических схем, методов синтеза и анализа // Проблемы машиностроения и надежности машин. 2022. № 1. С. 26–38 (переводная версия: Kiselev S. V., Antonov A. V., Fomin A. S. Parallel robots with a circular guide: systematic review of kinematic schemes and methods of synthesis and analysis // Journal of Machinery Manufacture and Reliability. 2022. Vol. 51. Iss. 1. P. 20–29).

#### Статьи в зарубежных изданиях, индексируемых в международных наукометрических базах Scopus и Web of Science

3. Fomin A., Antonov A., Kiselev S. A new class of foldable mechanisms with a circular rail – FoldRail mechanisms // Mechanism and Machine Theory. 2023. Vol. 189. 105425.

4. Antonov A., Fomin A., Glazunov V., Kiselev S., Carbone G. Inverse and forward kinematics and workspace analysis of a novel 5-DOF (3T2R) parallel-serial

(hybrid) manipulator // International Journal of Advanced Robotics Systems. 2021. Vol. 18(2). 2963.

5. Fomin A. S., Kiselev S. V., Jahr A., Sim H. Development of a novel linkage for low-profile sickle drive // Mechanisms and Machine Science. Vol. 59. Springer, Cham. 2019. P. 199–206.

6. Fomin A., Kiselev S. Structural and kinematic analysis of a shaper linkage with four-bar Assur group // Lecture Notes in Mechanical Engineering. Springer, Cham. 2019. P. 1411–1419.

Статьи в изданиях, включенных в перечни ВАК РФ и РИНЦ

7. Киселев С. В., Фомин А. С., Антонов А. В. Синтез, кинематическое и динамическое моделирование складных механизмов параллельной структуры с круговой направляющей // Известия высших учебных заведений. Машиностроение. 2023. № 12. С. 20–27.

8. Киселев С. В., Фомин А. С. Разработка складного механизма с круговой направляющей // Вестник Сибирского государственного индустриального университета. 2019. № 4(30). С. 32–33.

9. Фомин А. С., Киселев С. В., Олексенко А. В. Структурный анализ механизма Янсена // Вестник Сибирского государственного индустриального университета. 2017. № 4(22). С. 51–53.

10. Fomin A. S., Kiselev S. V., Jahr A., Sim H. Development of the kinematic model of horizontal-set drive for blades of combine harvester thresher // Materialien zum wissenschaftlichen Seminar der Stipendiaten der Programme «Michail Lomonosov» und «Immanuel Kant». 2016. Vol. 12. P. 188–196.

**Патенты РФ на изобретения и полезные модели:**

11. Патент РФ на изобретение № 2720270 / Фомин А. С., Киселев С. В. Складной механизм с шестью степенями свободы. Оп. 28.04.2020. Бюл. № 13.

12. Патент РФ на изобретение № 2677948 / Фомин А. С., Киселев С. В. Распределительный механизм с четырьмя выходными звеньями. Оп. 22.01.2019. Бюл. № 3.

13. Патент РФ на полезную модель № 214144 / Фомин А. С., Киселев С. В. Складной механизм параллельной структуры с круговой направляющей. Оп. 12.10.2022. Бюл. № 29.

14. Патент РФ на полезную модель № 218226 / Фомин А. С., Киселев С. В. Двухмодульный манипулятор параллельно-последовательной структуры. Оп. 16.05.2023. Бюл. № 14.