

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ НАУКИ ИНСТИТУТ МАШИНОВЕДЕНИЯ ИМ. А.А.
БЛАГОНРАВОВА РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК

На правах рукописи

Романов Андрей Александрович



**Разработка механизма параллельной структуры с кинематической
развязкой и постоянным передаточным отношением при осуществлении
вращательных движений.**

Специальность 05.02.18

Теория механизмов и машин

Диссертация на соискание ученой степени

кандидата технических наук

Научный руководитель

Доктор технических наук, профессор

Глазунов В.А.

Москва – 2021

Аннотация.

В данной работе рассмотрен структурный синтез и анализ механизма параллельной структуры с кинематической развязкой и постоянным передаточным отношением между приводами и выходным звеном при осуществлении вращательных движений. Механизм получен за счет объединения пространственного рычажного механизма, содержащего карданные шарниры, а также плоского и сферического зубчатых механизмов, содержащих подвижные оси, при этом механизм не имеет особых положений.

Кроме того, представлены методики кинематического и динамического анализа, проведена оценка влияния сил трения в кинематических парах, определена рабочая зона синтезированного механизма, а также разработана и исследована действующая модель описанного механизма.

Оглавление

Введение.....	4
Глава 1. Обзор литературы и постановка задачи исследования	10
1.1. Механизмы параллельной структуры с кинематической развязкой	10
1.2. Сферические механизмы как часть робототехнических систем параллельной структуры	19
1.3. Особые положения в механизмах параллельной структуры	29
Глава 2. Структурный синтез и анализ механизма с шестью степенями свободы и тремя кинематическими цепями.....	36
2.1. Структурный синтез и анализ механизма	37
2.2. Разработка 3D модели механизма с шестью степенями свободы	52
Глава 3. Кинематический анализ механизма с шестью степенями свободы и тремя кинематическими цепями.....	60
3.1. Решение обратной задачи о положениях относительно поступательных передвижений механизма.....	60
3.2. Решение обратной задачи о положениях относительно вращений выходного звена механизма.....	64
3.3. Численные примеры решения обратной задачи о положениях	70
3.4. Определение рабочей зоны механизма	76
Глава 4. Решение задачи о скоростях и динамический анализ	79
4.1. Решение задачи о скоростях	80
4.2. Динамический анализ.....	87
Глава 5. Оценка влияния трения. Разработка действующей модели.	99
5.1. Оценка влияния трения в кинематических парах	99
5.2. Разработка действующей модели.....	115
Заключение	121
Список использованной литературы	124

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность работы.

Достоинства механизмов параллельной структуры хорошо известны, они связаны с тем, что в данных устройствах имеют место несколько кинематических цепей, соединяющих основание с выходным звеном. При этом данные механизмы воспринимают нагрузку как пространственные фермы, что обуславливает повышенные показатели по точности и грузоподъемности.

Однако, механизмы параллельной структуры имеют и недостатки. Прежде всего это обусловлено тем, что имеет место кинематическая связанность между приводами. Каждое простое движение, например, движение по прямой или вращение вокруг какой-либо оси, требует согласованного движения всех приводов, при этом передаточные отношения между приводами и выходным звеном в каждом положении меняются. Кроме того, имеют место особые положения, при которых возможны движения выходного звена, не связанные с движениями в приводах. Это обстоятельство снижает функциональные возможности механизмов параллельной структуры.

Для решения указанной проблемы были разработаны различные подходы, в частности, речь идет о кинематической развязке между поступательными и вращательными движениями. При использовании данного подхода были получены многие эффективные решения, которые позволяют упростить задачи кинематики, динамики и управления. Следует отметить, что были получены кинематические схемы, которые позволяют обеспечить постоянство передаточных отношений между приводами и выходным звеном для поступательных движений механизма.

Однако, добиться постоянства передаточных отношений между приводами и выходным звеном для вращательных движений пока не удавалось. Это обстоятельство может осложнить применимость механизмов параллельной

структуры, когда речь идет об ответственных операциях, связанных, в частности, с хирургией или космическими роботами. Поэтому важно разработать такие механизмы, которые позволяли бы обеспечить постоянство передаточных отношений для вращательных движений. При этом обеспечивалось бы и отсутствие особых положений.

В силу изложенного тема данной диссертации, связанная с разработкой новых механизмов, имеющих свойство кинематической развязки, а также свойство отсутствия особых положений представляется вполне актуальной.

Цель работы

Разработать новый механизм параллельной структуры с шестью степенями свободы обладающий кинематической развязкой поступательных и вращательных движений, постоянным передаточным отношением между приводами и выходным звеном, и не имеющего особых положений при передаче вращательных движений.

Задачи научного исследования

1. Провести структурный синтез и анализ нового механизма параллельной структуры с кинематической развязкой и постоянным передаточным отношением при осуществлении вращательных движений, а также не имеющего особых положений.
2. Провести кинематический анализ нового механизма параллельной структуры с кинематической развязкой и постоянным передаточным отношением при осуществлении вращательных движений.
3. Провести динамический анализ нового механизма параллельной структуры с кинематической развязкой и постоянным передаточным отношением при осуществлении вращательных движений.
4. Провести оценку влияния сил трения в кинематических парах для нового механизма параллельной структуры с кинематической развязкой и

постоянным передаточным отношением при осуществлении вращательных движений.

5. Разработать натурный образец механизма параллельной структуры с кинематической развязкой и постоянным передаточным отношением при осуществлении вращательных движений, а также экспериментально проверить его работоспособность.

Научная новизна исследования

1. Разработан новый механизм параллельной структуры с кинематической развязкой и постоянным передаточным отношением при осуществлении вращательных движений, а также не имеющий особых положений.
2. Представлена методика структурного анализа нового механизма параллельной структуры с кинематической развязкой и постоянным передаточным отношением при осуществлении вращательных движений.
3. Проведен кинематический анализ нового механизма параллельной структуры с кинематической развязкой и постоянным передаточным отношением при осуществлении вращательных движений.
4. Выявлены динамические характеристики нового механизма параллельной структуры с кинематической развязкой и постоянным передаточным отношением при осуществлении вращательных движений.
5. Представлен силовой анализ с учетом сил трения для нового механизма параллельной структуры с кинематической развязкой и постоянным передаточным отношением при осуществлении вращательных движений.
6. Изготовлен натурный макет механизма параллельной структуры с кинематической развязкой и постоянным передаточным отношением при осуществлении вращательных движений.

Теоретическая значимость

Теоретическая значимость работы состоит в разработке методик структурного анализа и синтеза, кинематического и динамического анализа механизма параллельной структуры имеющего шесть степеней свободы, кинематическую развязку, постоянство передаточных отношения относительно вращательных движений и не имеющего особых положений.

Практическая значимость

Практическая значимость заключается в том, что синтезирован новый манипуляционный механизм параллельной структуры с шестью степенями свободы, имеющий кинематическую развязку, постоянство передаточных отношения относительно вращательных движений и не имеющий особых положений, а также представлены методики анализа данного механизма, применимые в других механизмах подобного рода.

Методы исследования

Исследования проводились с использованием методов теории механизмов и машин, аналитической геометрии, теоретической механики, дифференциального и матричного исчисления, компьютерного моделирования.

Положения, выносимые на защиту

1. Новый синтезированный механизм параллельной структуры с кинематической развязкой и постоянным передаточным отношением при осуществлении вращательных движений, а также не имеющий особых положений.
2. Методика структурного анализа нового механизма параллельной структуры с кинематической развязкой и постоянным передаточным отношением при осуществлении вращательных движений.

3. Методика кинематического анализа нового механизма параллельной структуры с кинематической развязкой и постоянным передаточным отношением при осуществлении вращательных движений.
4. Методика динамического анализа нового механизма параллельной структуры с кинематической развязкой и постоянным передаточным отношением при осуществлении вращательных движений.
5. Методика силового анализа с учетом сил трения для нового механизма параллельной структуры с кинематической развязкой и постоянным передаточным отношением при осуществлении вращательных движений.
6. Конструкция натурального макета механизма параллельной структуры с кинематической развязкой и постоянным передаточным отношением при осуществлении вращательных движений, а также вид его рабочей зоны.

Достоверность результатов обусловлена использованием общепринятых допущений, строгостью математических выкладок, применением апробированных методик кинематического и динамического анализа, а также сопоставлением теоретических и практических результатов.

Апробация работы

Основные результаты, доложенные на следующих научно-технических конференциях:

1. Международная научная конференция «Механика и трибология транспортных систем» («МехТрибоТранс-2021»), Ростов на Дону, 2021;
2. Международная инновационная конференция молодых ученых и студентов по современным проблемам машиноведения «МИКМУС-2021», Москва, 2021;
3. XVI Международная конференция по электромеханике и робототехнике. Санкт-Петербург, 2021;
4. Международный семинар по ТММ им. И.И. Артоболевского, Москва, 2021.

Структура диссертации

Диссертационная работа состоит из введения, пяти глав, заключения, списка литературы

ГЛАВА 1. ОБЗОР ЛИТЕРАТУРЫ И ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ ИССЛЕДОВАНИЯ

В данной главе рассматриваются различные механизмы параллельной структуры, а также методы синтеза и анализа механизмов параллельной структуры.

1.1. МЕХАНИЗМЫ ПАРАЛЛЕЛЬНОЙ СТРУКТУРЫ С КИНЕМАТИЧЕСКОЙ РАЗВЯЗКОЙ

Механизмы параллельной структуры являются одним из эффективных средств решения многих технических проблем, поскольку они обладают повышенными характеристиками по точности, грузоподъемности и быстродействию. Как правило, приводы, «отвечающие» за движения механизмов параллельной структуры, устанавливаются либо на неподвижном основании, либо близко к нему. Однако данные механизмы имеют значительный недостаток, заключающийся в наличии сложных взаимосвязей между различными движениями выходного звена и перемещениями в приводах, что значительно затрудняет задачи анализа и управления для таких механизмов. Одним из способов решения данной задачи становится обеспечение механизмов параллельной структуры кинематической развязкой.

Общие методы исследований подобных механизмов основаны на классических подходах, изложенных в работах И.И. Артоболевского [2, 3, 4], А.П. Бессонова [6], Н.Г. Бруевича с соавторами [7, 8], Е.И. Воробьева [10], Р.Ф. Ганиева и В.О. Кононенко [13], Ф.М. Диментберга [26-28], И.И. Вульфсона [12], В.В. Добровольского [29], Н.С. Давиташвили [23], М.З. Коловского [34], К.В. Фролова [35, 67], А.Ф. Крайнева [37-41], П.А. Лебедева [46], Н.И. Левитского [47], П.Г. Мудрова [49], Э.Е. Пейсаха [54], Б. Росса [60], Ю.Л. Саркисяна [62], Р.Б. Статникова и И.М. Соболя [64], Р. Болла [81], Г. Гогу [86-88], Д. Эрве [93, 94], К.

Ханта [95], К. Конга и Г. Гослена [90], К. Сугимото [115], К. Вольхарта [120], Д. Бейкера [80], В.Е. Гауфа [91, 92], Д.-Х. Рю [112], Д. Стюарта [114] и др.

Одним из ранних результатов в данной области получил Реймонд Клавель, [84] предложивший концепцию delta робота (Рис. 1.1), разработав первый подобный механизм, основанный на использовании шарнирных параллелограммов, имеющий три степени свободы поступательного движения и одну степень свободы вращательного движения.

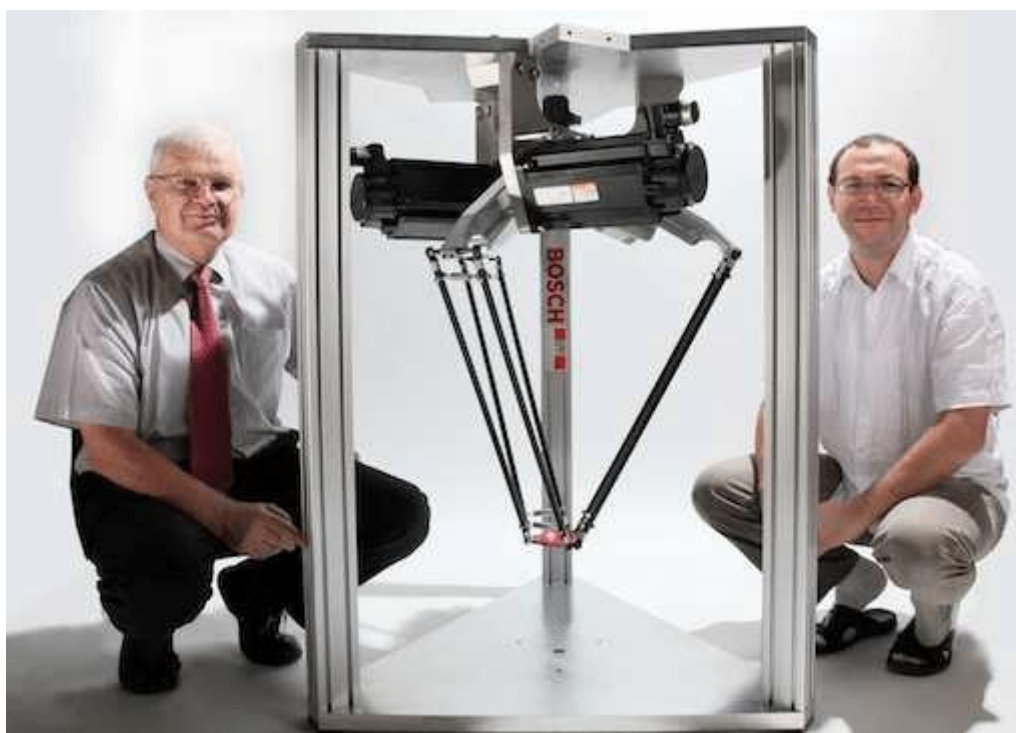


Рисунок 1.1

Ключевой особенностью представленного Реймондом Клавелем механизма, является кинематическая развязка между вращательным движением и поступательными движениями механизма.

Также стоит отметить достижения в данной области В. Аракеяна и С. Брио [1], которые синтезировали манипулятор параллельной структуры PAMINSA, имеющий четыре степени свободы и кинематическую развязку поступательного движения вдоль вертикальной оси относительно остальных осей (Рис. 1.2).

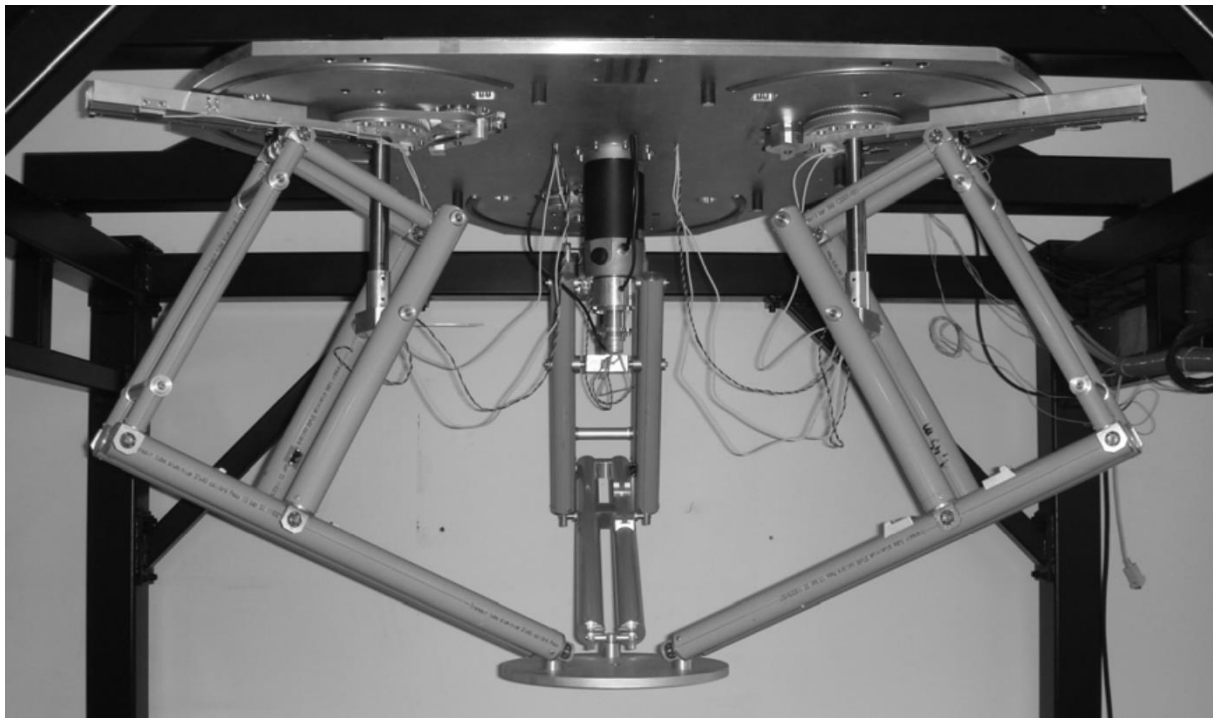
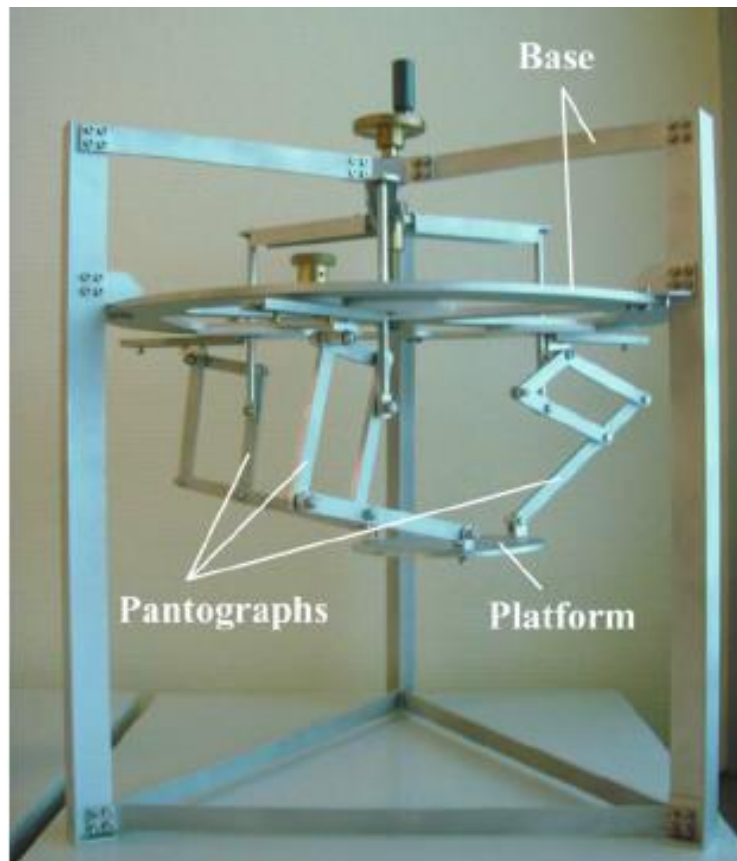


Рисунок 1.2

Целесообразно упомянуть механизм параллельной структуры, имеющий полную кинематическую развязку поступательных движений относительно друг

друга и частичную развязку между поступательными и вращательными движениями (Рис. 1.3). Данный механизм был представлен в работе И Минг Чена [97].

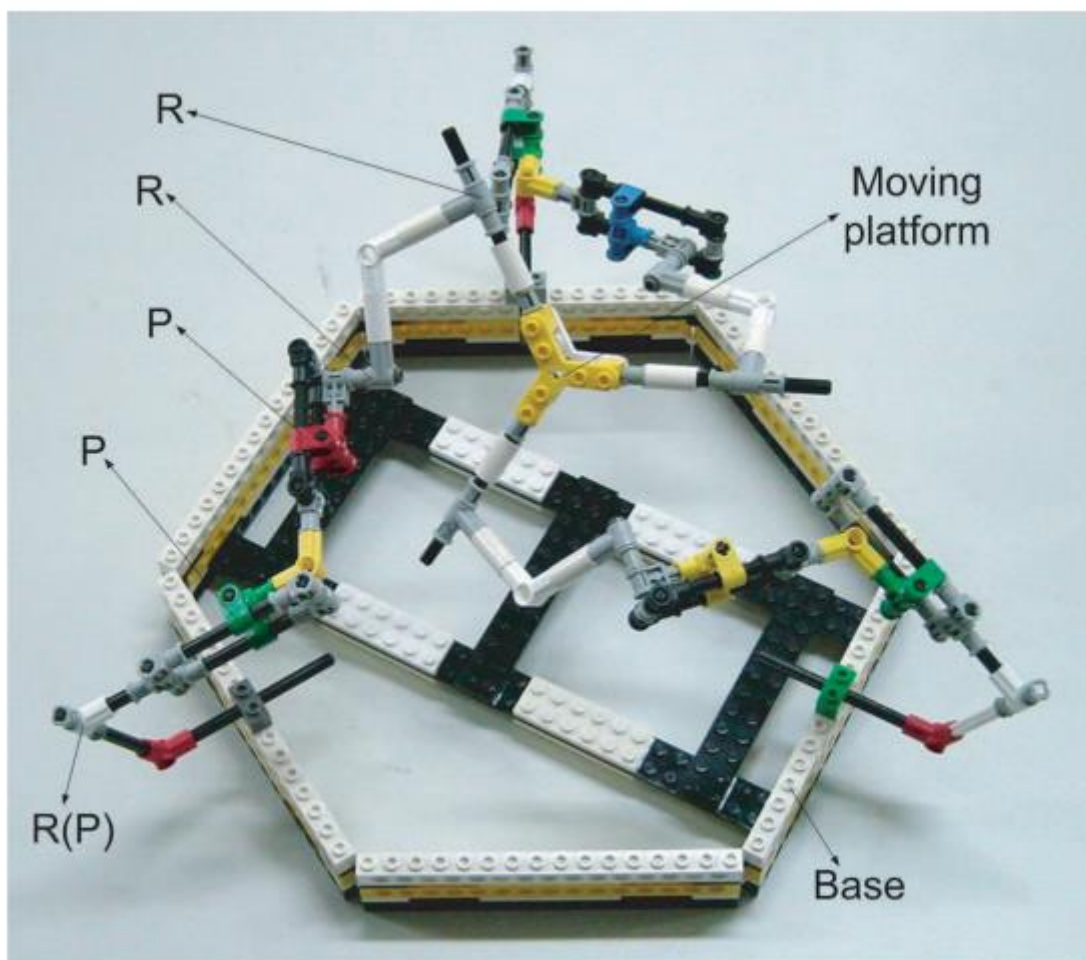


Рис. 1.3

На рисунке 1.4 приведена структурная схема механизма параллельной структуры с кинематической и динамической развязкой, разработанного Л.И. Тывесом и др.

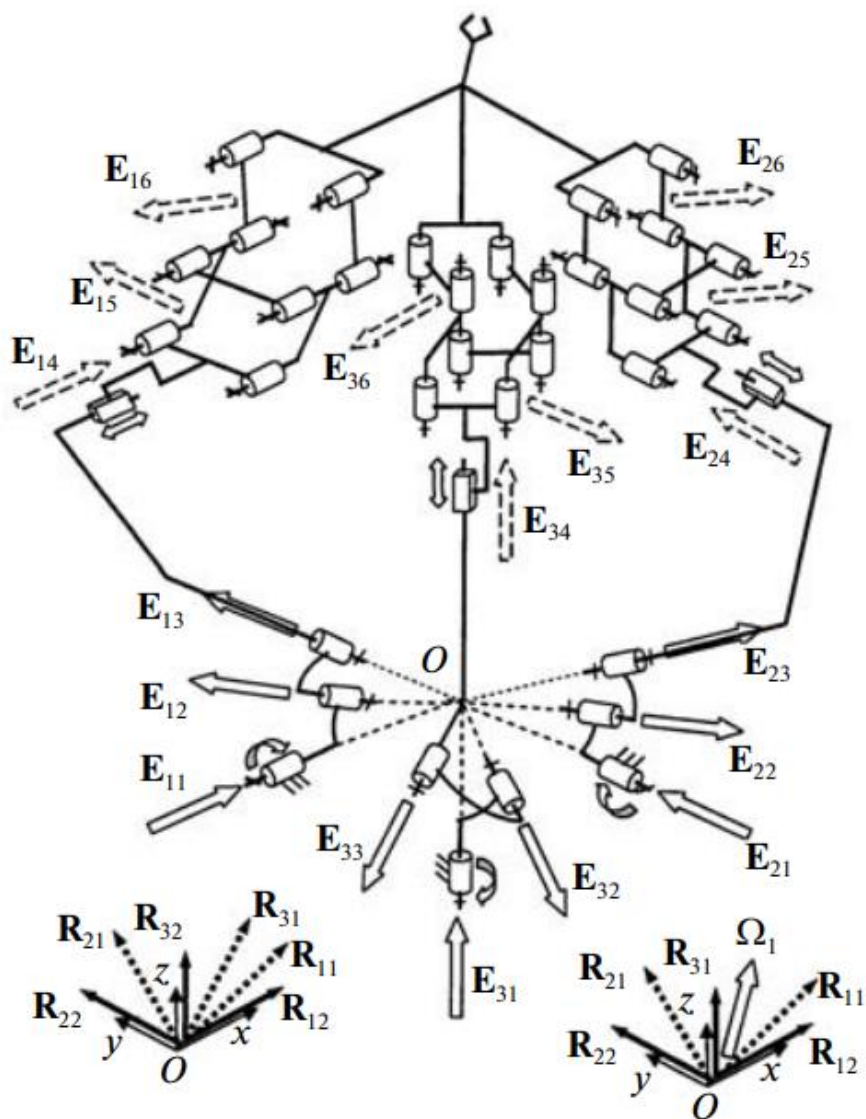


Рисунок 1.4

В ходе структурного синтеза и анализа данного механизма был применен подход, основанный на математическом аппарате замкнутых групп винтов, описанный в их работе [21].

В работе [110] N. Rat, M. Neagoei G. Gogu представлен механизм параллельной структуры Isoglide 4 T3R1, имеющий четыре степени свободы и обладающий кинематической развязкой поступательных движений выходного звена относительно друг друга, в то же время имеется развязка относительно вращательного движения (Рис. 1.5).

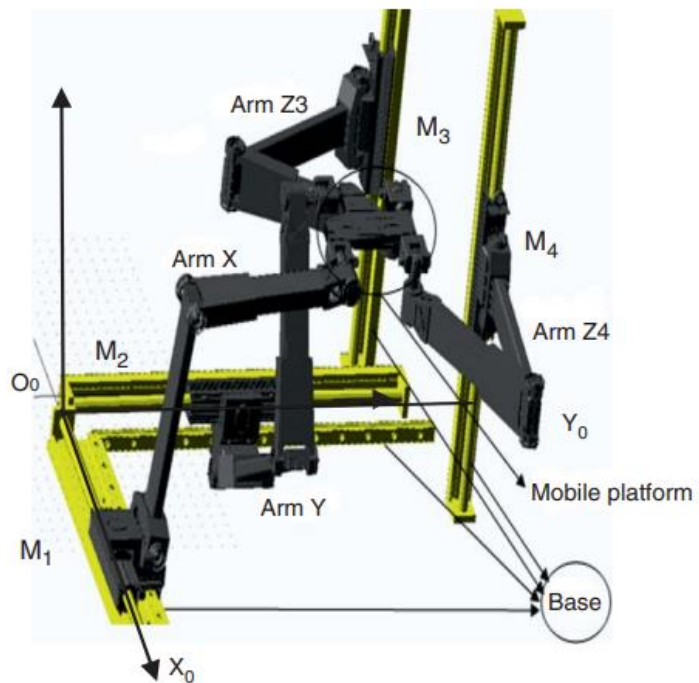
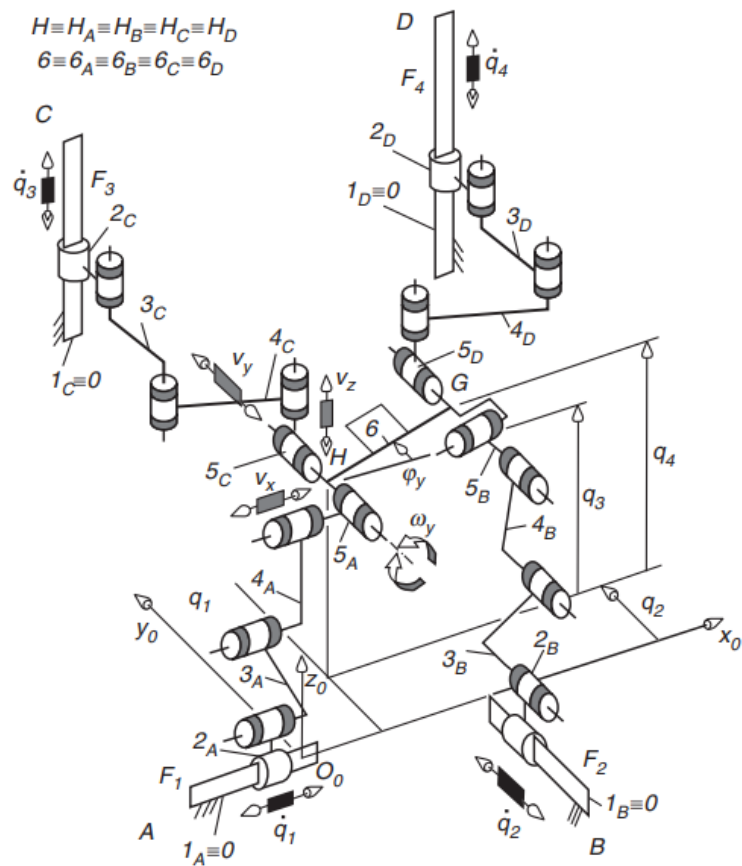


Рисунок 1.5

Механизм с шестью степенями свободы, обладающий свойством кинематической развязки, предложил К. Миановский [105]. Данный механизм обладает не только кинематической развязкой относительно вращательных и поступательных перемещений, кроме того, вращательные движения имеют кинематическую развязку относительно друг друга (Рис. 1.6).

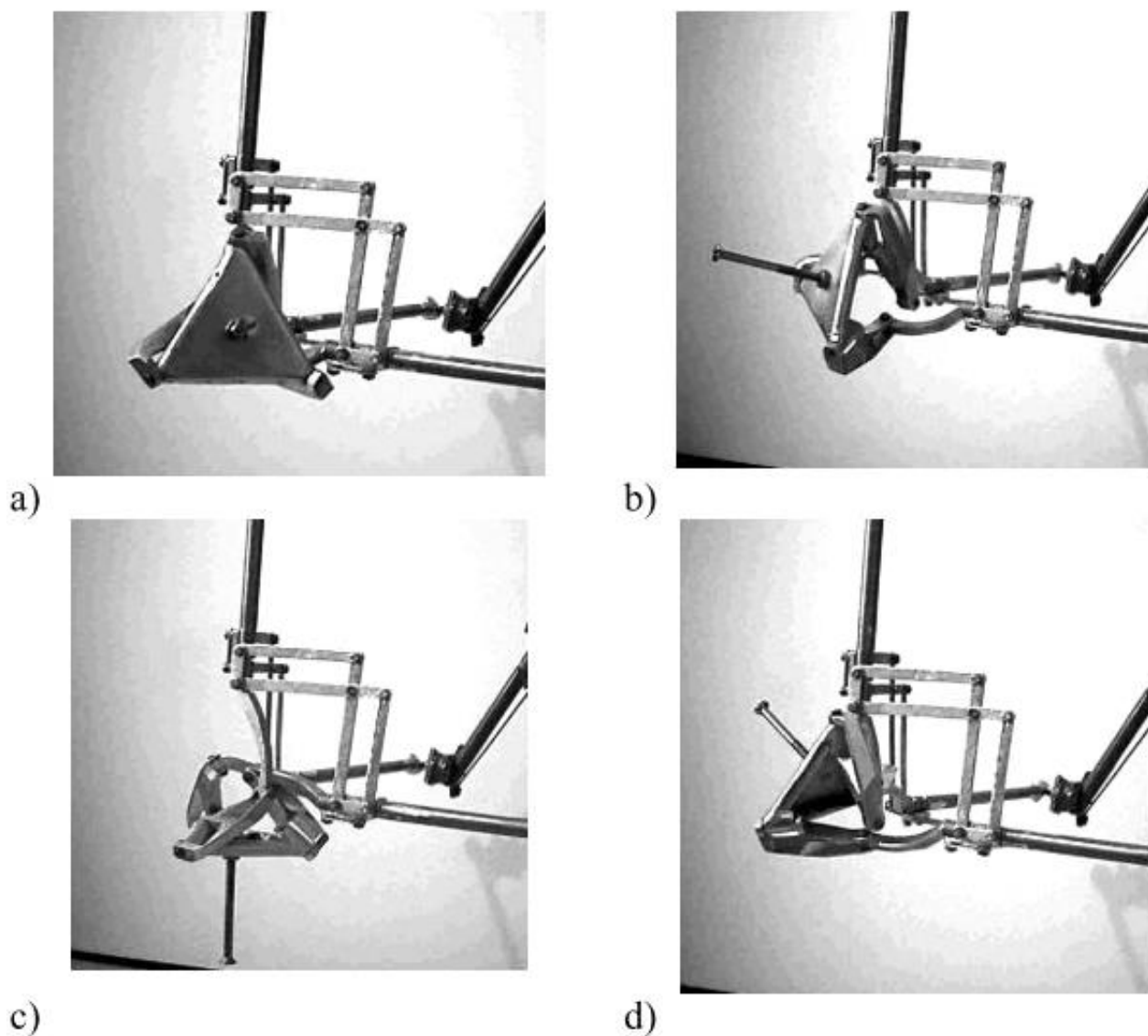


Рисунок 1.6

Более подробно остановимся на механизмах параллельной структуры с шестью степенями свободы, имеющих кинематическую развязку, с помощью которых можно выполнять многочисленные технические задачи. Прежде всего,

отметим механизм параллельной структуры с шестью степенями свободы и групповой кинематической развязкой движений, разработанным в стенах ИМАШ РАН Л.И. Тывесом, К.Б. Саламандрой, В.А. Глазуновым [61] (Рис. 1.7).

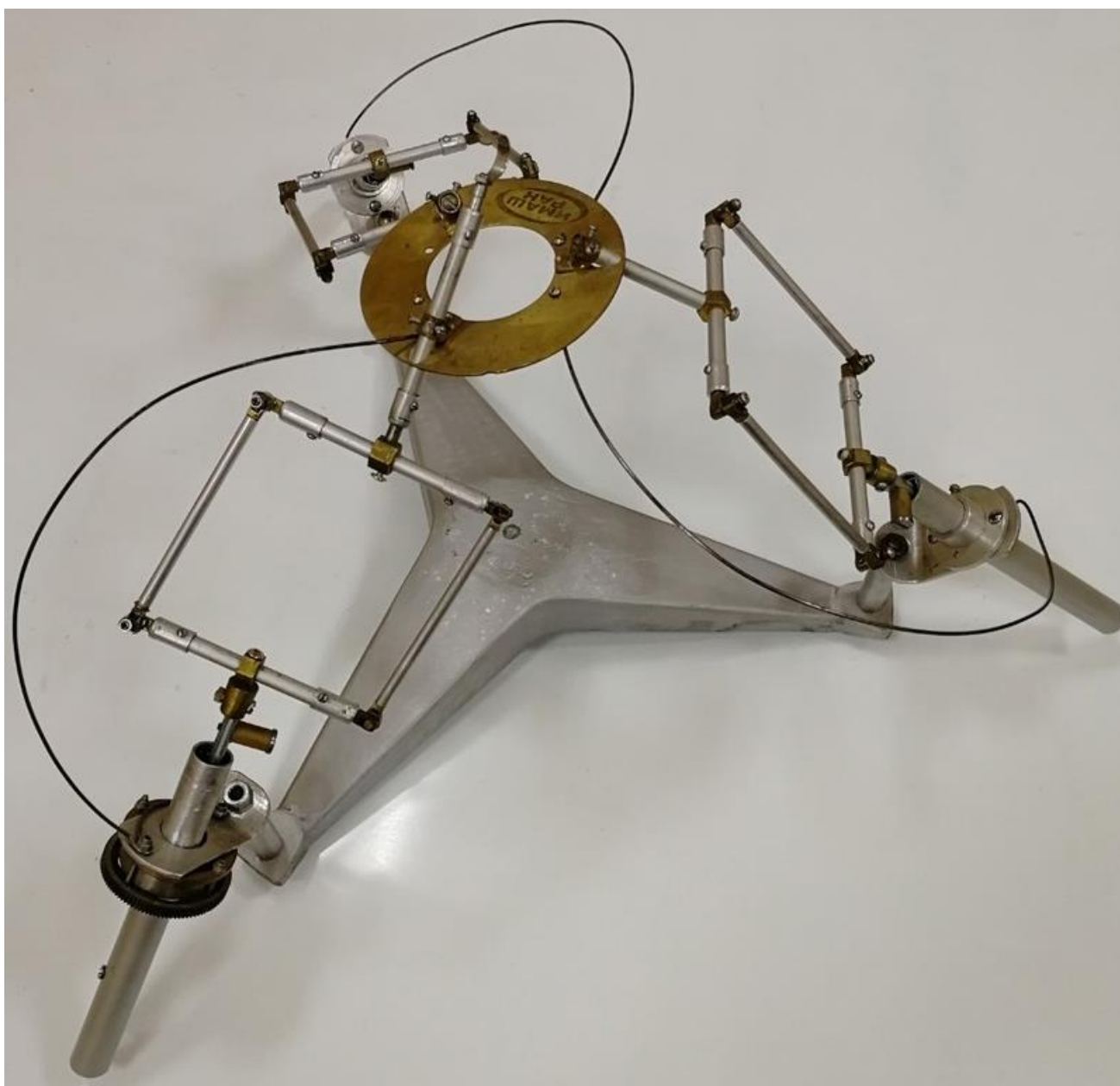


Рисунок 1.7

В данной работе представлен синтез и анализ нового механизма параллельной структуры, в котором параллельное размещение кинематических цепей позволяет увеличить нагрузочную способность, уменьшить размер и массу

каждого из элементов, разгрузить подвижные звенья от силы тяжести приводов, разместив их на основании.

В работах Н.Ю. Носовой проведен синтез и анализ механизма параллельной структуры с применением шарнирных параллелограммов (Рис. 1.8) [51]. Данный механизм обладает кинематической развязкой поступательных и вращательных движений, что является значительным преимуществом перед аналогичными механизмами.



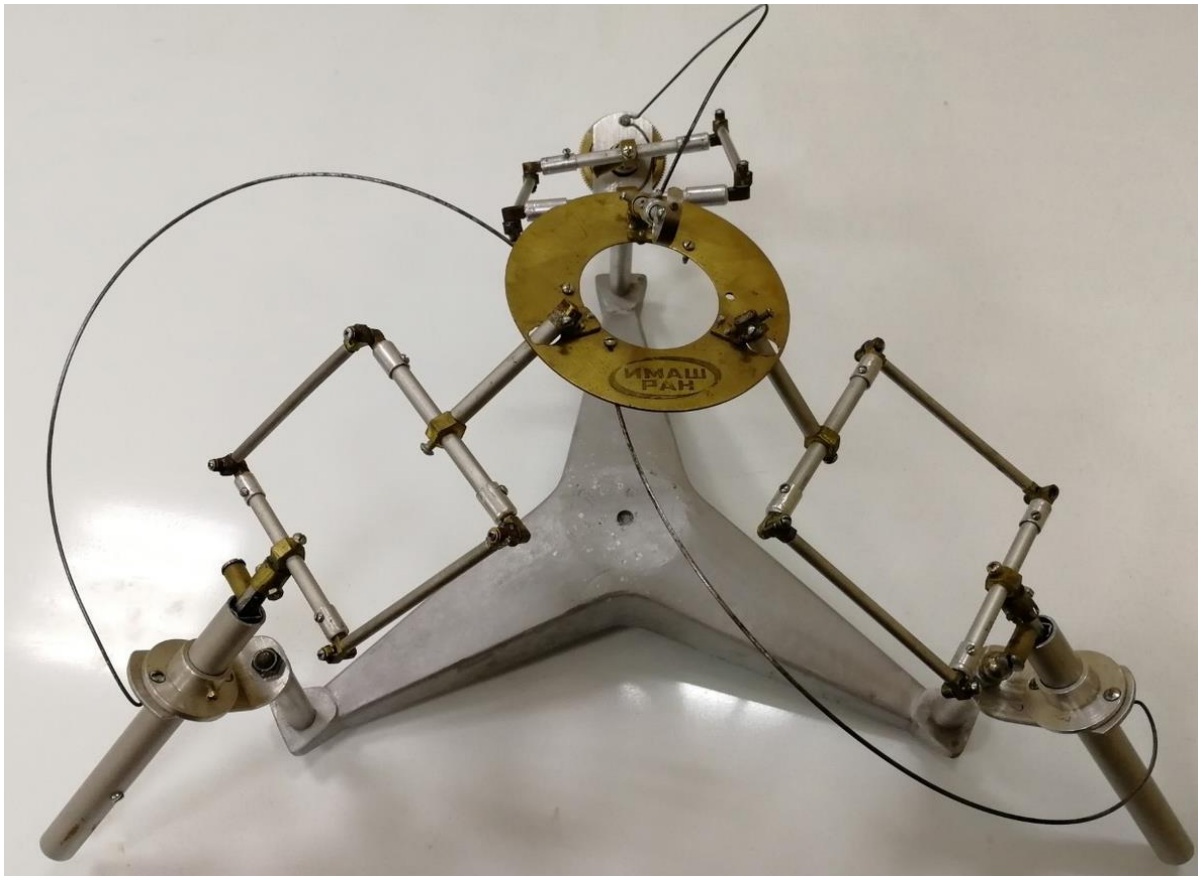


Рисунок 1.8

Кроме изложенного, вопросы кинематической развязкой рассмотрены в работах [18, 24, 77, 83, 87, 89, 96-99, 101, 102, 105, 106, 121].

1.2. СФЕРИЧЕСКИЕ МЕХАНИЗМЫ КАК ЧАСТЬ РОБОТОТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ ПАРАЛЛЕЛЬНОЙ СТРУКТУРЫ

Одним из направлений развития механизмов параллельной структуры являются сферические механизмы, осуществляющие передачу движений между пересекающимися осями вращения выходного звена. Данные манипуляторы нашли широкое применение для ориентирования различных объектов в пространстве, испытательных стендах, для обработки сферических поверхностей и в робототехнических системах медицинского назначения. Данные механизмы имеют большой спектр конструктивных особенностей относительно друг друга,

однако их объединяет то, что оси выходных кинематических пар пересекаются в одной точке.

Важные научные результаты в области робототехнических систем раскрыты в работах П.Н. Белянина [5], М. Вукобратович [11], А.Е. и А.А. Кобринских [32], В.В. Козлова, В.П. Макарычева, А.В. Тимофеева, Е.И. Юревича [33], А.И., Корендясева, Б.Л., Саламандры, Л.И. Тывеса [36], Р. Пола [55], Е.П. Попова, А.Ф. Верещагина, С.П. Зенкевича [56], А.В. Тимофеева [65], Л.И. Тывеса, С.В. Маркевича [66], Э Пернетт [108], Ф.Л. Черноусько, Н.Н. Болотника, В.Г. Градецкого [75], Ц.Ф. Рейнхольдца, К. Миуры, У. Сегучи [107, 111, 113], М. Шахинпура [78], А.И. Каляева и И.А. Каляева [31], Д. Крэйга [85], Г. Сазерленда и Б. Росса [116], Д. Анджелеса, К. Тенга, С. Баи [117].

Подробный анализ кинематики механизма параллельной структуры со свойствами кинематической развязки на примере механизма, разработанного К.А. Шалюхиным (Рис. 1.9), приведен в работе [57]. Помимо кинематической развязки поступательных перемещений, реализуемой за счет ортогонального расположения поступательных приводов.



Рисунок 1.9

Данный механизм имеет развязку между поступательными и перемещениями в приводах и вращением выходного звена относительно собственной оси.

Сферическая часть механизма выполнена в виде двух дугообразных направляющих, обеспечивающих повороты выходного звена относительно двух осей координат. Третья степень свободы вращательного движения выходного звена вокруг собственной оси обеспечивается за счет использования карданного шарнира (Рис. 1.10).



Рисунок 1.10

Также упомянем конструкцию известного механизма параллельной структуры orthoglide, разработанную Ф. Венгером и Д. Шабла [118]. Данный механизм, имеющий три степени свободы, представляет из себя три ортогонально расположенных относительно друг друга поступательных привода, соединенных с выходным звеном посредством кинематических цепей, выполненных с применением шарнирных параллелограммов (Рис. 1.11).



Рисунок 1.11

Интересными особенностями этой схемы orthoglide являются декартова форма рабочей зоны механизма, постоянные характеристики во всех направлениях.

Ф. Венгер и Д. Шабла на основе описанного робота orthoglide создали новый механизм, имеющий пять степеней свободы и кинематическую развязку относительно поступательных и вращательных движений [122]. Новый механизм

был получен путем добавления по одному карданному валу в две кинематические цепи, а также формированию сферической части механизма (Рис. 1.12).

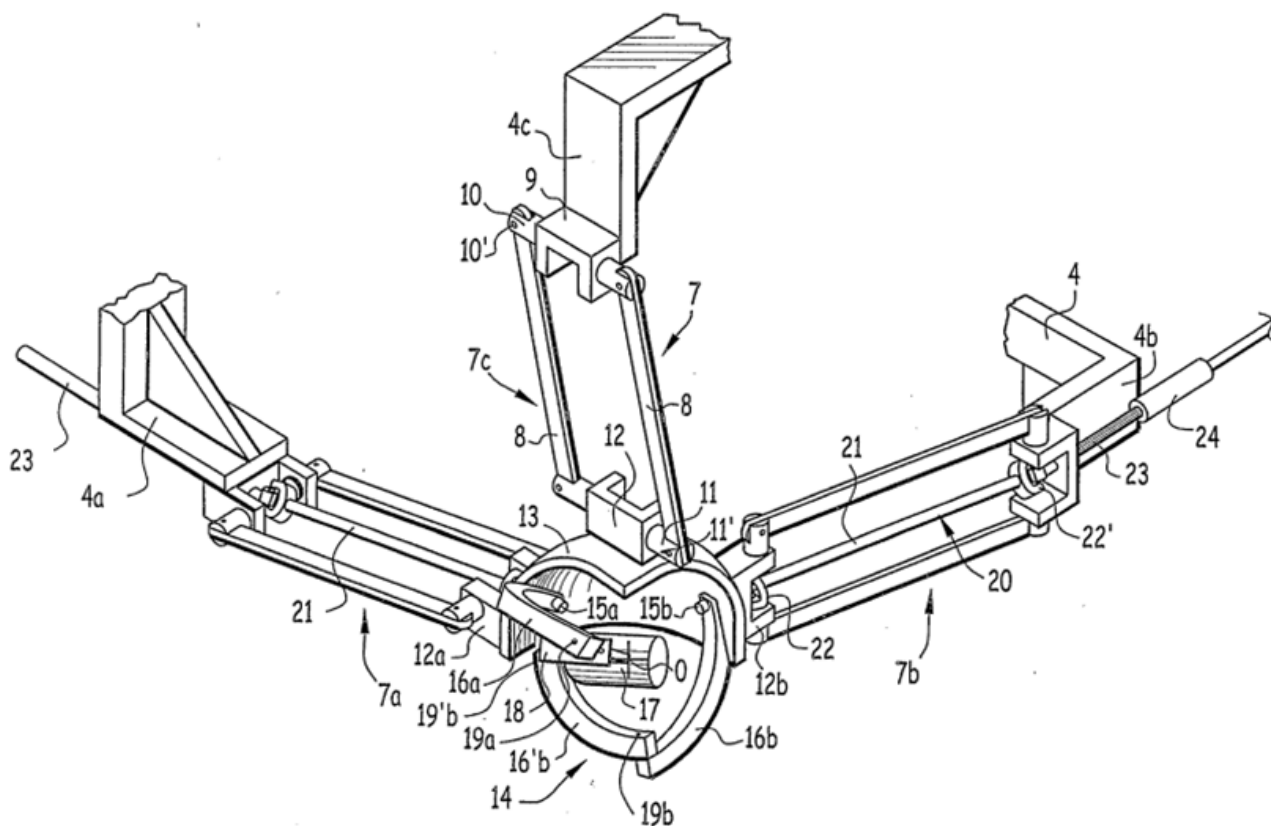


Рис. 1.12

В работе П.А. Ларюшкина с соавторами [45], рассматривается сферический манипулятор параллельной структуры, состоящий из трех одинаковых соединительных кинематических цепей, каждая из которых содержит по пять вращательных кинематических пар.

В данной работе представлены возможные конфигурации (Рис. 1.13) и их преимущества и недостатки, также приводится решение обратной задачи о положениях для данного механизма в общем виде.

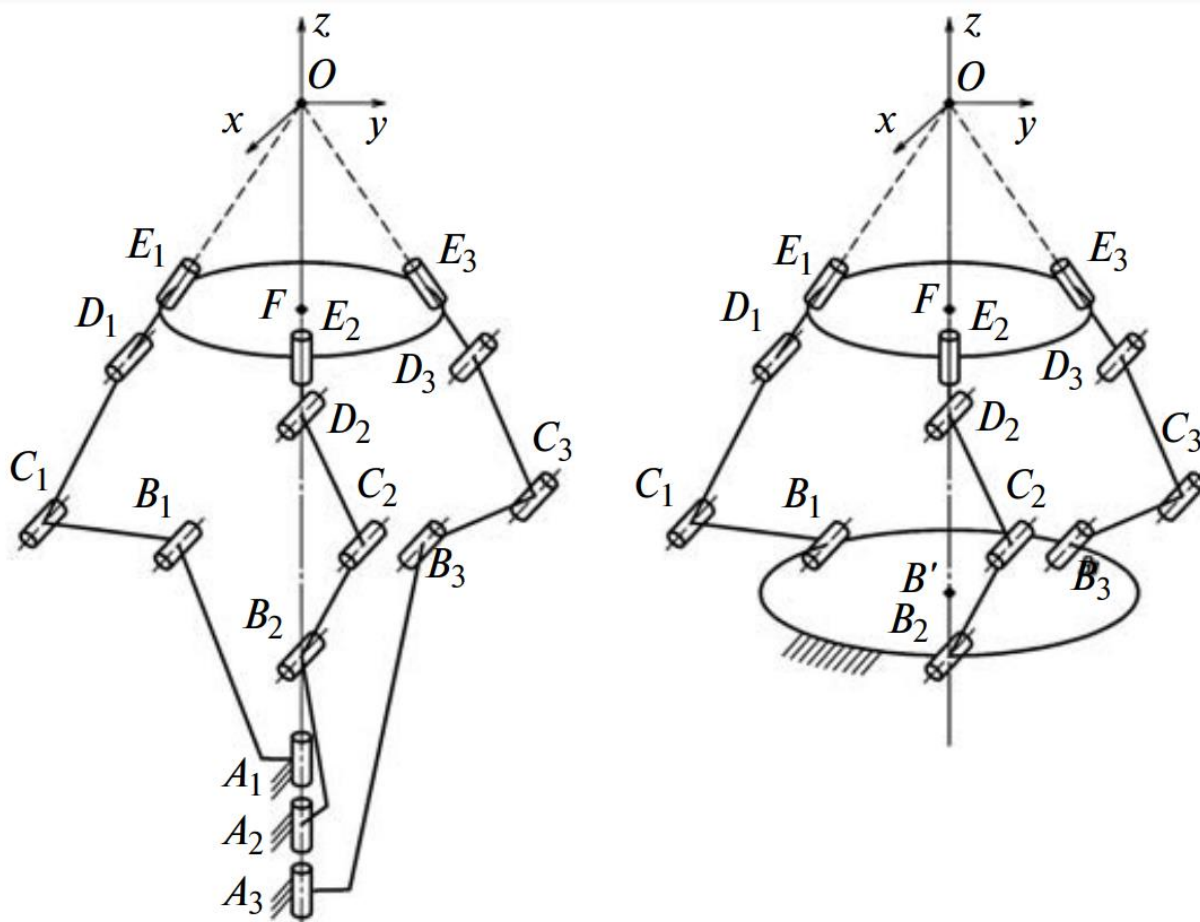


Рисунок 1.13

Принципы построения сферических механизмов, а также методы исследования свойств сферических механизмов параллельной структуры представлены в работах С.В. Хейло [68, 70-72].

Кинематическая схема сферического механизма, на примере которого проводились исследования, представлена на рисунке 1.14, а его физическая модель на рисунке 1.15.

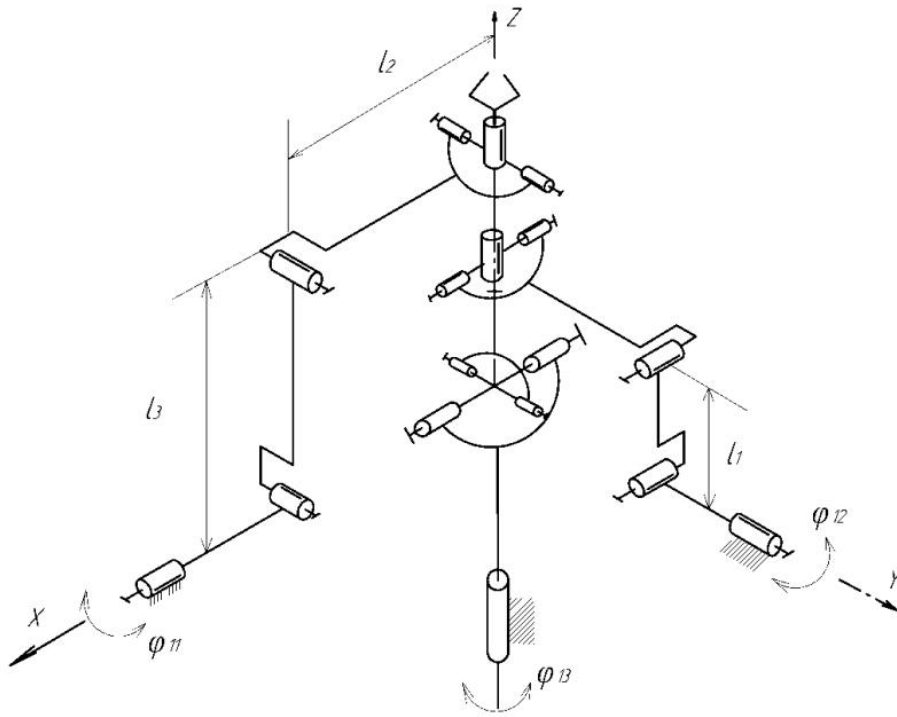


Рисунок 1.14

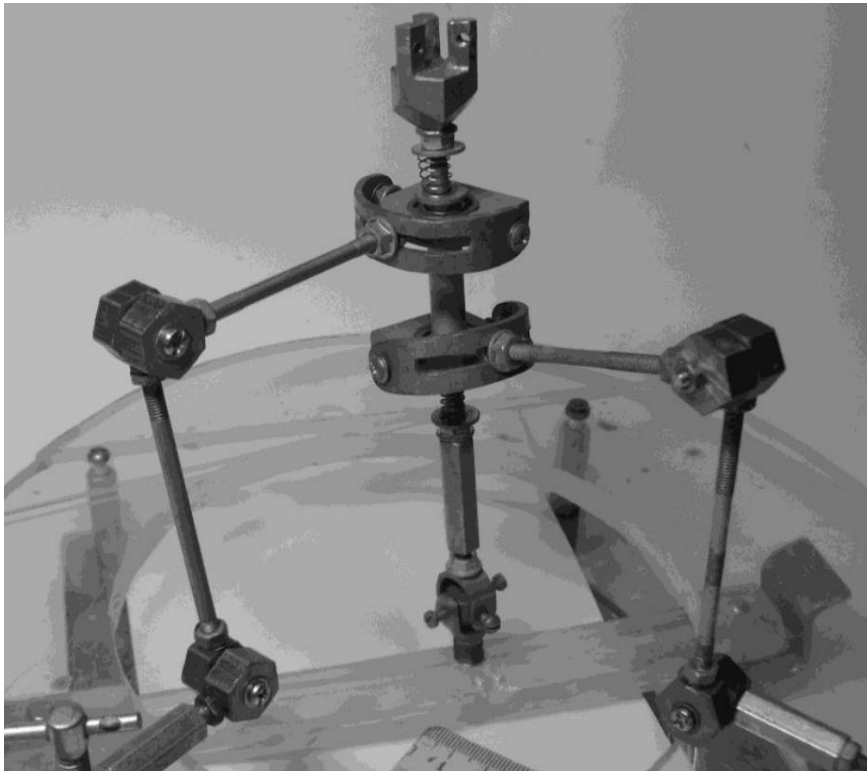


Рисунок 1.15

Одним из классов сферических механизмов параллельной структуры являются механизмы с постоянной точкой ввода, предназначенные в первую очередь для медицинских целей, например, для лапароскопических хирургических операций.

В работах А.В. Духова и др. [15, 19] рассмотрен ряд механизмов параллельной структуры, разработанных в Институте машиноведения им А.А. Благоднарова РАН, применяемых для диагностики и проведения хирургических операций.

Одним из представленных механизмов параллельной структуры является механизм с дугообразными направляющими с прорезями, расположенными перпендикулярно друг другу (Рис. 1.16). Такая компоновка обеспечивает постоянство точки ввода, что дает возможность применения данного механизма в эндоскопической и лапароскопической хирургии, а также для исследования свойств плазмы.

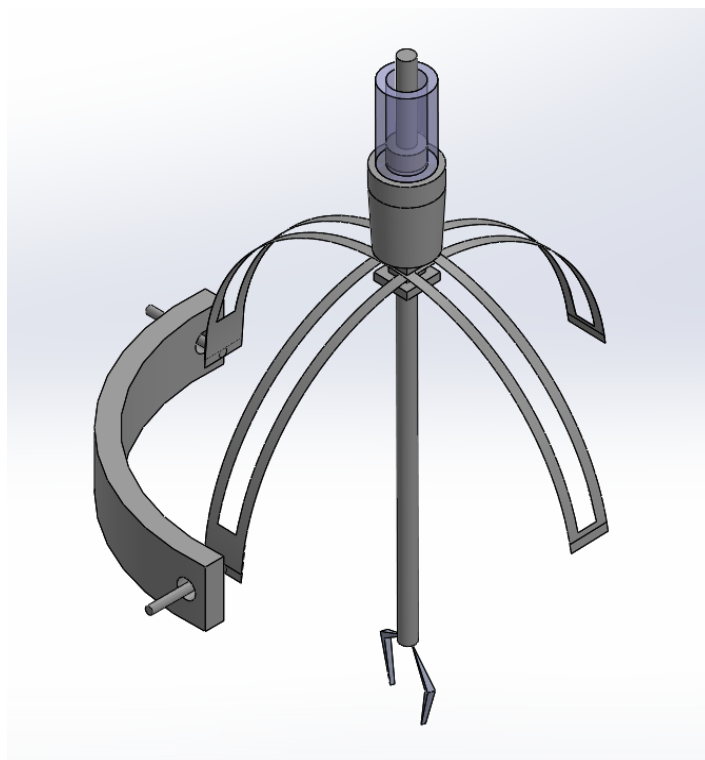


Рисунок 1.16

Ещё одним примером механизма параллельной структуры с постоянной точкой ввода является механизма представленный в работах К.А. Шалюхина и Р.А. Чернецова [22]. Данный механизм синтезирован с применением конических зубчатых колес, а также ременных передач (Рис. 1.17, 1.18).

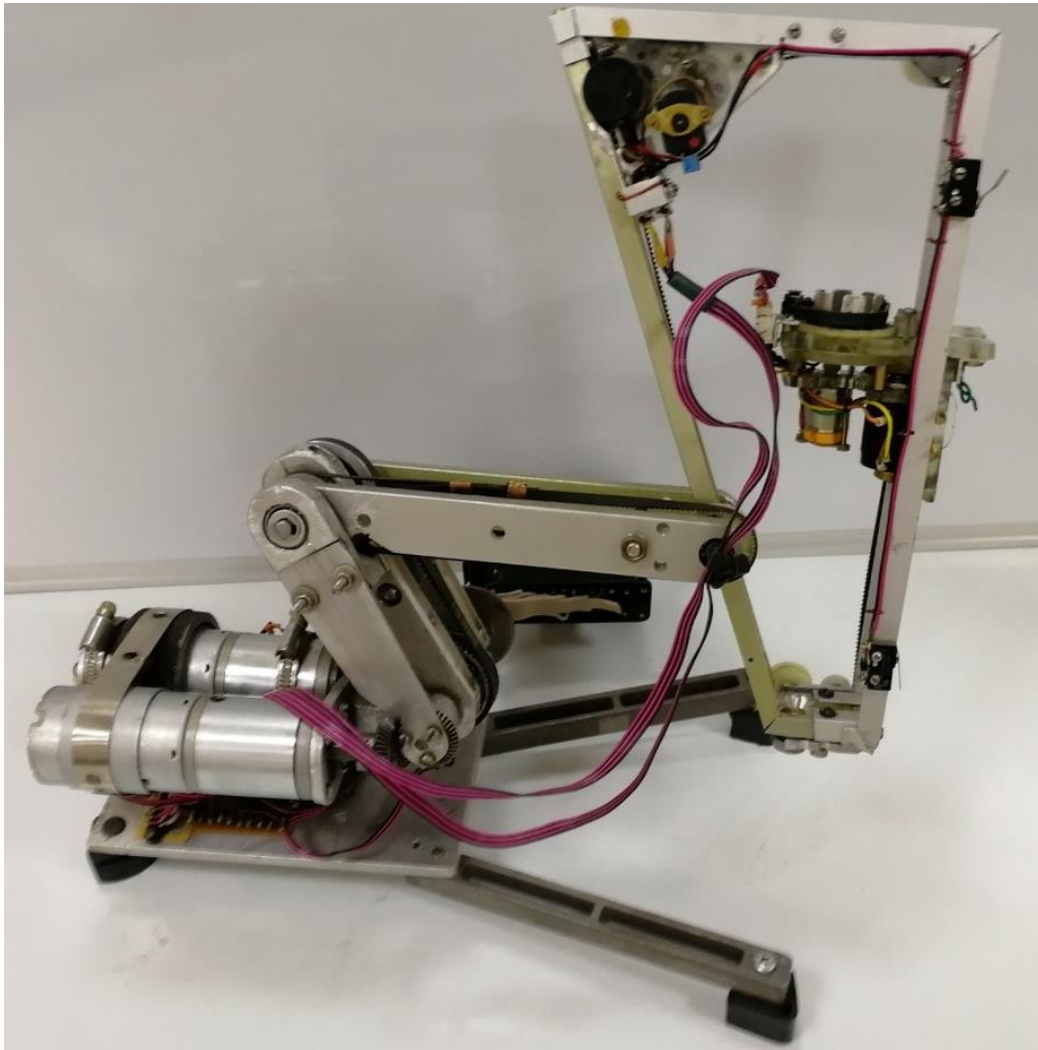


Рисунок 1.17

В работах [9, 73] определено число степеней свободы, представлено решение задачи о положениях и скоростях, проведен динамический анализ, а также представлена конструкция действующей модели (Рис. 1.18).

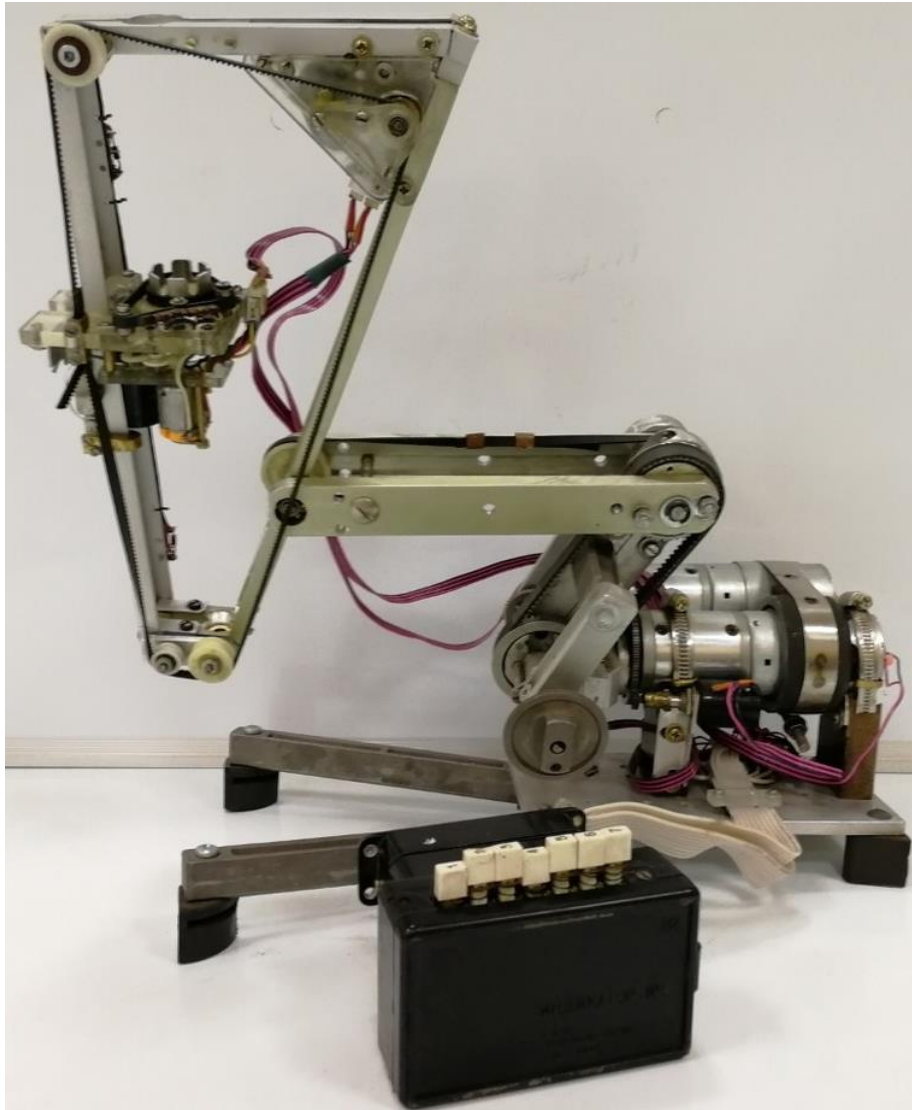


Рисунок 1. 18

1.3. ОСОБЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ В МЕХАНИЗМАХ ПАРАЛЛЕЛЬНОЙ СТРУКТУРЫ

Одним из важнейших недостатков механизмов параллельной структуры является наличие особых положений, при которых возможны движения выходного звена, не связанные с движениями в приводах. Это обстоятельство снижает функциональные возможности механизмов параллельной структуры.

Над решением данного вопроса идет работа многих ученых [69, 1, 21, 22, 48, 52, 74, 15], представим некоторые из них.

В работе А.Б. Ласточкина, С.М. Демидова с соавторами [25] рассмотрен механизм относительного манипулирования с шестью степенями свободы, состоящий из двух модулей (Рис. 1.19), каждый из которых представляет из себя механизм параллельной структуры [82, 100, 103]. В качестве показателя качества передачи движения были использованы углы давления, которые лучше всего отражают физическую сущность положений, близких к особым.

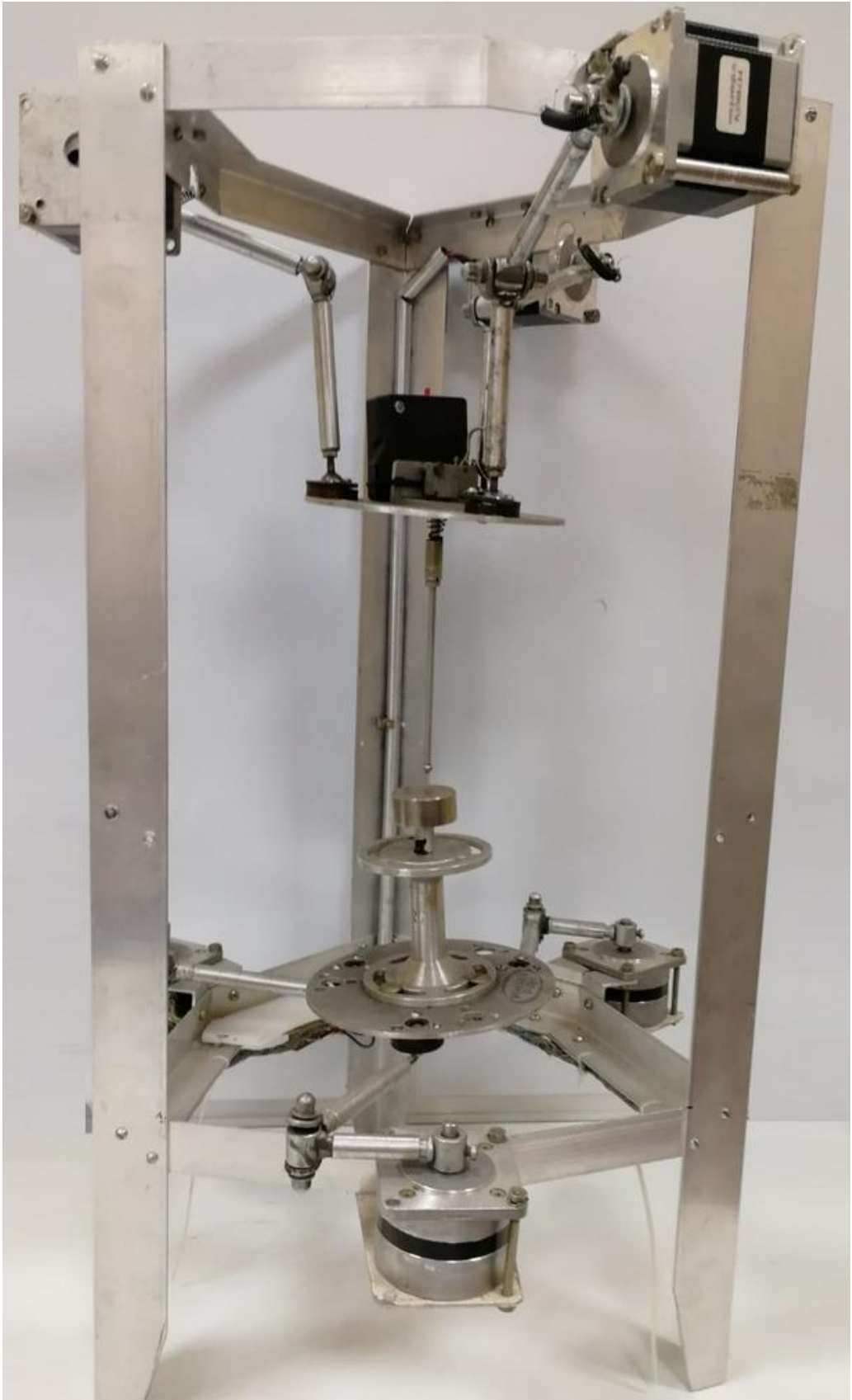


Рисунок 1.19

В работе В.А. Глазунова, Нгуен Нгок Хуэ, Нгуен Минь Тханя [20] рассмотрены особые положения механизмов параллельной структуры, а также особые зоны, образуемые из таких положений. Кроме того, исследованы движения, выводящие механизм из особых положений. В качестве примера был взят наиболее известный механизм параллельной структуры – платформа Гауфа – Стюарта (Рис. 1.20) (Здесь представлен механизм А.Ш. Колискова [19]).



Рисунок 1.20

Отметим, что винтовой подход к анализу особых положений сопоставим с подходом, основанным на матрицах Якоби. В ряде случаев он более эффективен, поскольку не требует наличия уравнений связей и их дифференцирования.

За последний период появилось немало работ, посвященных синтезу и анализу механизмов параллельной структуры, с точки зрения возможности исключения и выхода из особых положений [42-44, 50, 76, 79, 119].

В этой связи целесообразно указать на некоторые зубчатые механизмы, в которых отсутствуют особые положения. Так, например, в работе А.Ф. Крайнева [37] приводятся примеры дифференциальных механизмов. В частности, на рисунке 1.21, показан дифференциальный механизм с коническими зубчатыми колесами, применяемый в автомобилях.

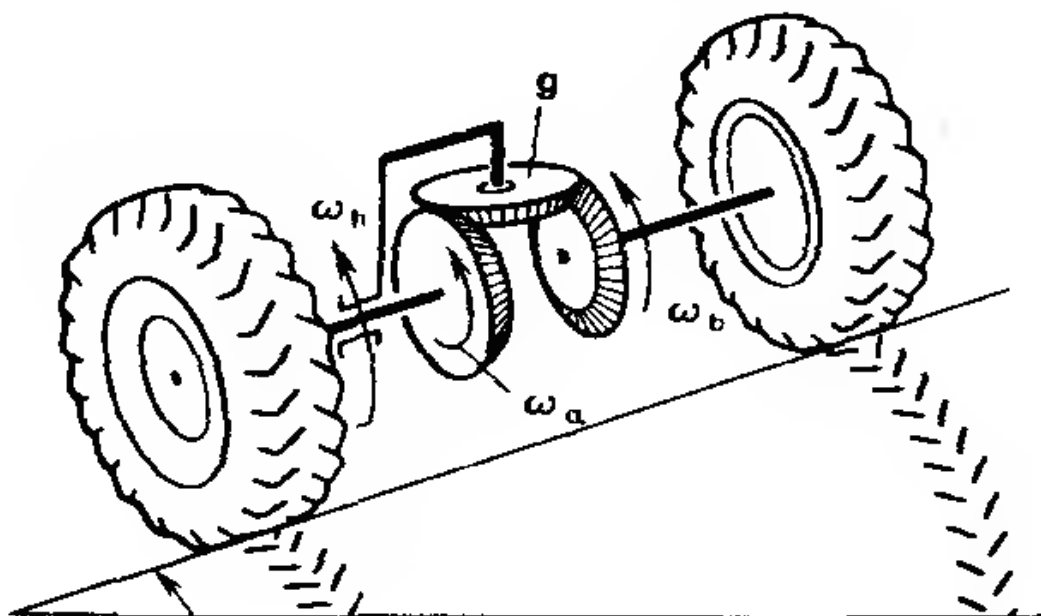


Рисунок 1.21

Второй дифференциальный механизм (Рис. 1.22) выполнен в виде планетарной передачи с цилиндрическими зубчатыми колесами и сателлитом.

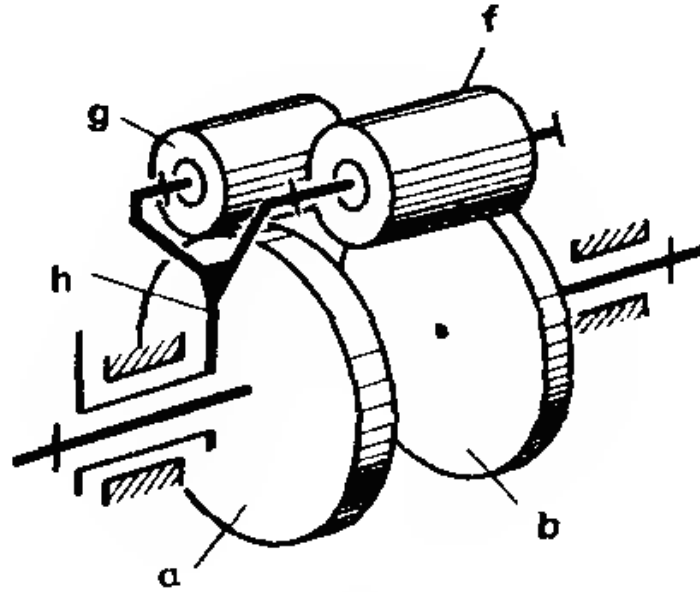


Рисунок 1.22

Также следует отметить большое количество синтезированных планетарных передач.

Данные механизмы (Рис. 1.23) обладают свойством постоянного передаточного отношения между вращениями в приводах и выходном звене.

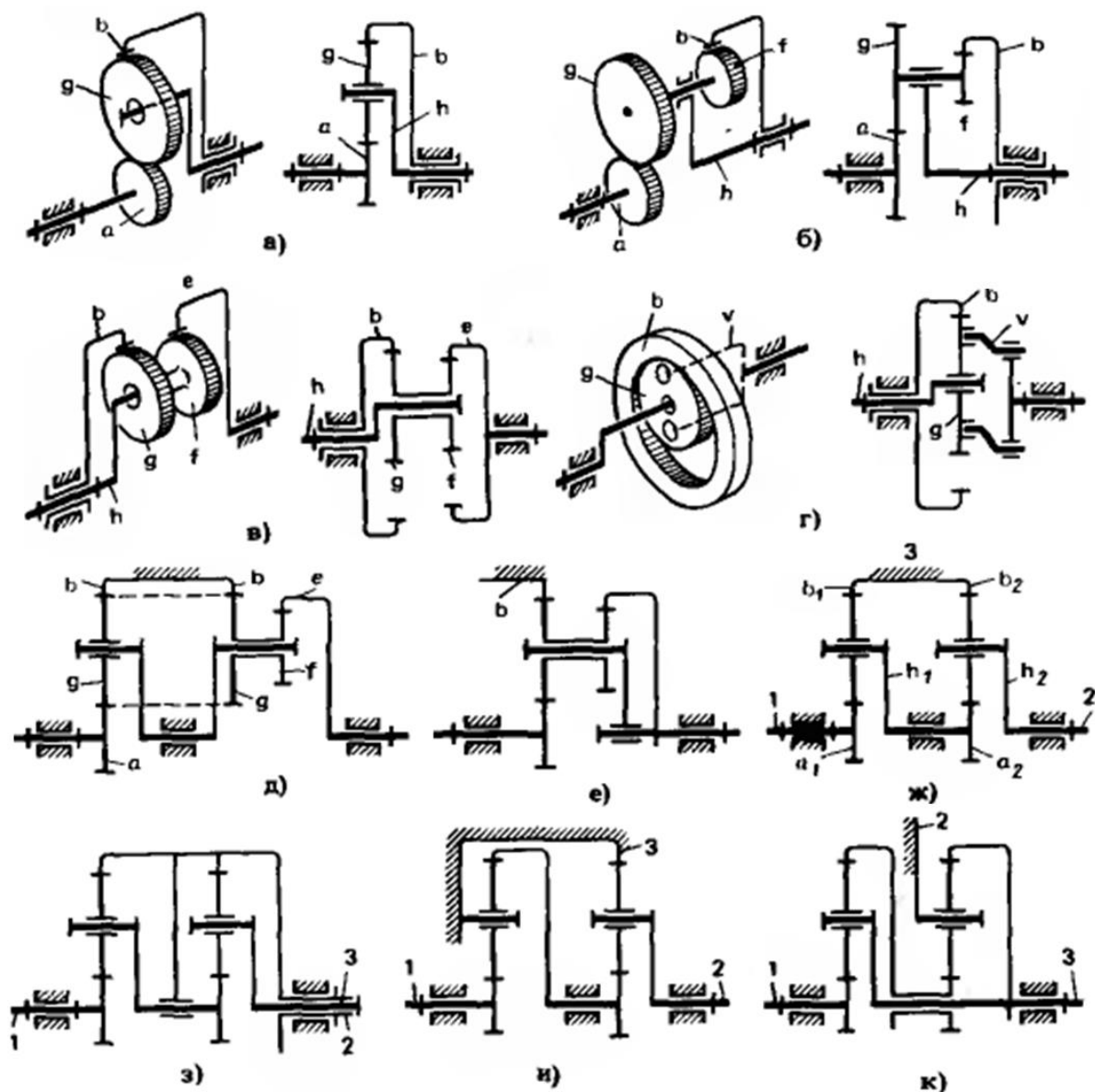


Рисунок 1.23

Исходя из изложенного можно утверждать, что механизмы параллельной структуры обладают большим многообразием и существует большое количество схем с различными компоновками, числом степеней свободы и различными свойствами. А на основании изложенного можно утверждать, что разработка механизмов параллельной структуры обладающих кинематической развязкой, постоянным передаточным отношением и не имеющих особых положений является актуальной. Этой тематике посвящены работы автора [14, 16, 30, 53, 58, 59, 63, 109].

На основании изложенного, в работе ставятся задачи:

1. Провести структурный синтез и анализ нового механизма параллельной структуры с кинематической развязкой и постоянным передаточным отношением при осуществлении вращательных движений, а также не имеющего особых положений.
2. Провести кинематический анализ нового механизма параллельной структуры с кинематической развязкой и постоянным передаточным отношением при осуществлении вращательных движений.
3. Провести динамический анализ нового механизма параллельной структуры с кинематической развязкой и постоянным передаточным отношением при осуществлении вращательных движений.
4. Провести оценку влияния сил трения в кинематических парах для нового механизма параллельной структуры с кинематической развязкой и постоянным передаточным отношением при осуществлении вращательных движений.
5. Разработать натурный образец механизма параллельной структуры с кинематической развязкой и постоянным передаточным отношением при осуществлении вращательных движений, а также экспериментально проверить его работоспособность.

ГЛАВА 2. СТРУКТУРНЫЙ СИНТЕЗ И АНАЛИЗ МЕХАНИЗМА С ШЕСТЬЮ СТЕПЕНЯМИ СВОБОДЫ И ТРЕМЯ КИНЕМАТИЧЕСКИМИ ЦЕПЯМИ

Структурный синтез механизмов заключается в проектировании структурных схем, состоящих из неподвижного основания и подвижных звеньев, связанных кинематическими парами. Проектируемая структурная схема должна удовлетворять заданным параметрам, а именно виды и законы движения выходного звена, взаимное расположение осей вращения и направления поступательного движения звеньев. После разработки кинематической схемы

проводится структурный анализ, заключающийся в определении числа степеней свободы механизма.

В данной главе рассматривается структурный синтез и анализ нового механизма параллельной структуры с шестью степенями свободы, кинематической развязкой поступательных и вращательных движений, постоянным передаточным отношением относительно вращения выходного звена и не имеющего особых положений.

2.1. СТРУКТУРНЫЙ СИНТЕЗ И АНАЛИЗ МЕХАНИЗМА

Из поставленной задачи следует что механизм должен иметь шесть степеней свободы, из которых три являются поступательными, а оставшиеся три вращательными. За основу синтезируемого механизма возьмем механизм параллельной структуры типа delta. Данный механизм обеспечивает выходному звену 3 степени свободы поступательного движения (Рис. 2.1).

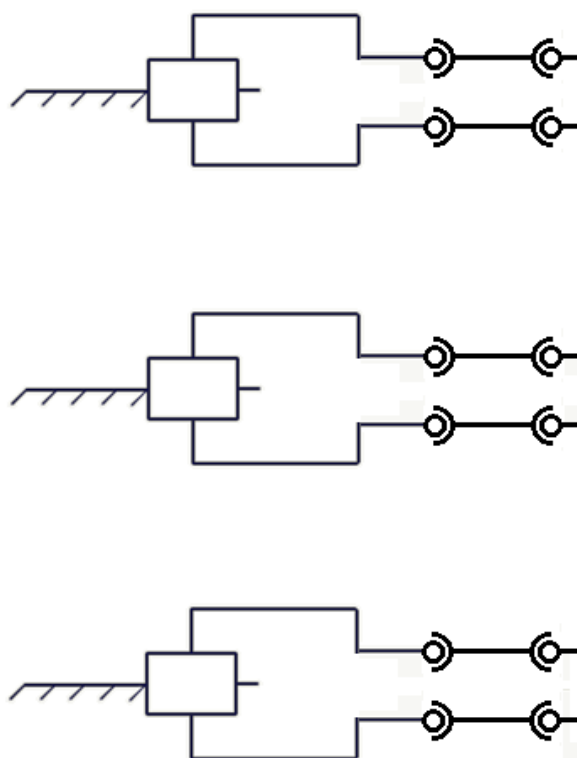


Рисунок 2.1

Поскольку выходное звено синтезируемого механизма должно иметь шесть степеней свободы нам необходимо обеспечить его ещё тремя вращательными степенями свободы. Для этого внесем изменения в каждую кинематическую цепь, заменив сферические шарниры одного из параллельно идущих прямолинейных валов шарнирного параллелограмма на двухподвижные карданные шарниры (Рис. 2.2).

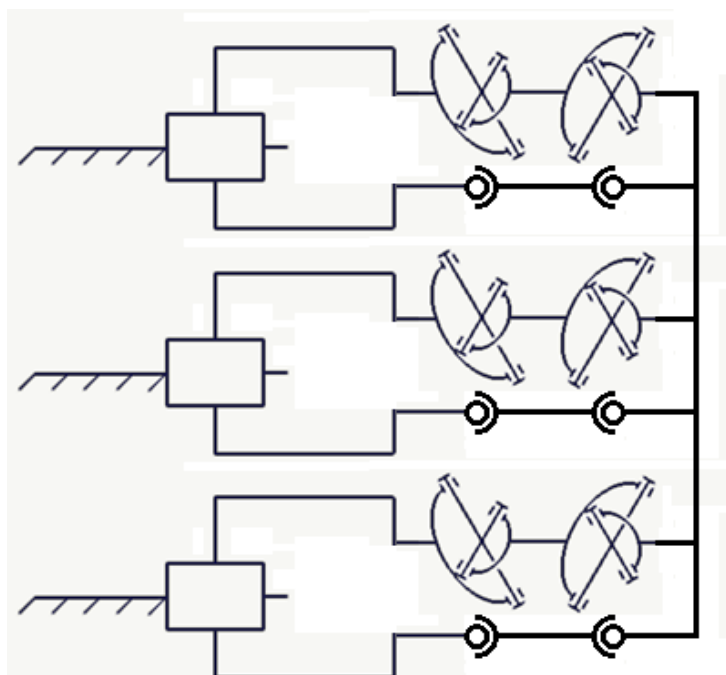


Рисунок 2.2

Данная процедура обеспечит возможность передачи данным кинематическим цепям передавать крутящий момент с привода на выходное звено. Для обеспечения возможности вращения измененных звеньев установим вращательные кинематические пары и выведем три кинематические цепи, передающие крутящий момент (Рис. 2.3).

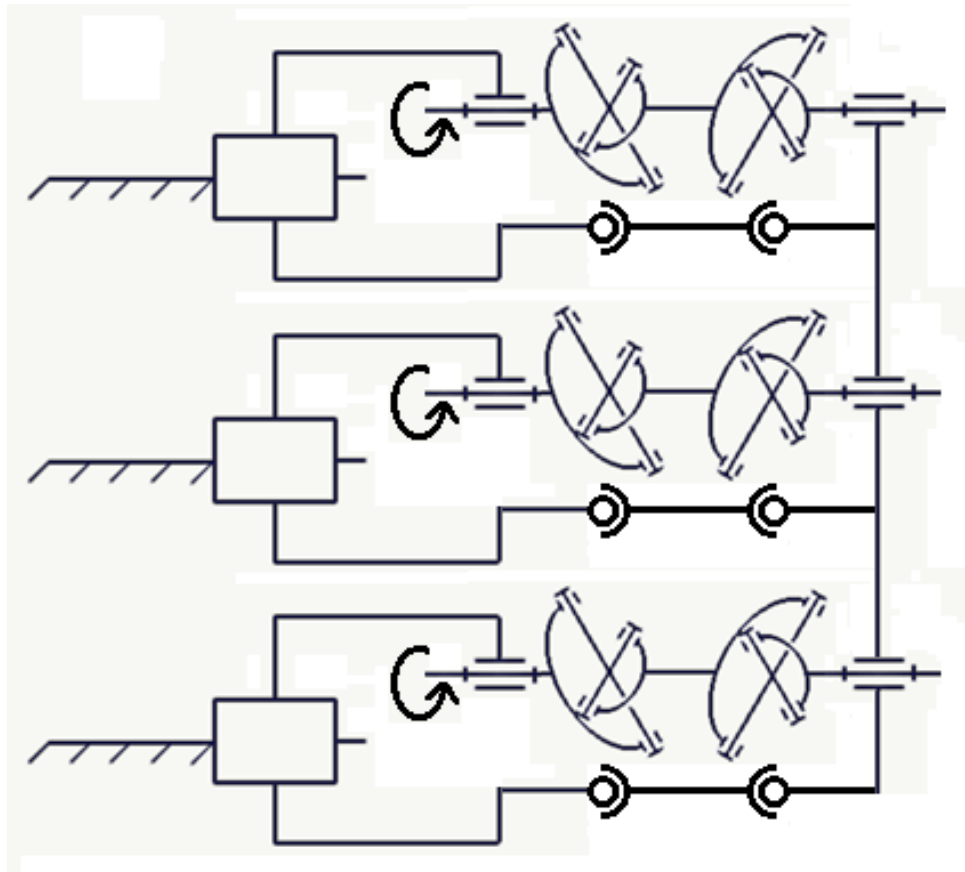


Рисунок 2.3

Данный механизм обладает свойством кинематической развязки поступательных и вращательных движений, а именно поступательные движения не имеют никаких связей с вращательными движениями в кинематических цепях.

Перейдем к синтезу ориентирующего механизма, за основу которого был взят дифференциальный механизм, с применением конических зубчатых колес. В качестве выходного звена принято коническое зубчатое колесо, насаженное на поворотную втулку, закрепленное на Т-образном звене. Передача крутящего момента выходному звену по принципу дифференциального механизма обеспечивается за счет двух конических зубчатых колес, размещенных на поворотной втулке и сопряженных с выходным звеном (Рис. 2.4).

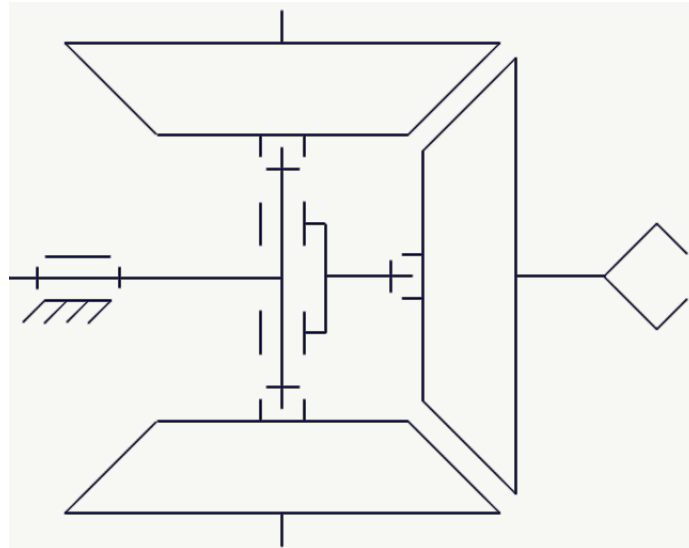


Рисунок 2.4

Поскольку первая часть механизма имеет три параллельно расположенных относительно друг друга прямолинейных вала, передающих крутящие моменты, то следует построить ориентирующий механизм таким образом, чтобы его входные валы, передающие крутящий момент на выходное звено, также располагались параллельно относительно друг друга. Для этого сопряженным с выходным звеном коническим зубчатым колесам, добавим ещё по одному коническому зубчатому колесу и получим двойные конические зубчатые колеса. Это обеспечит возможность передачи вращательного движения под углом 90 градусов (Рис. 2.5).

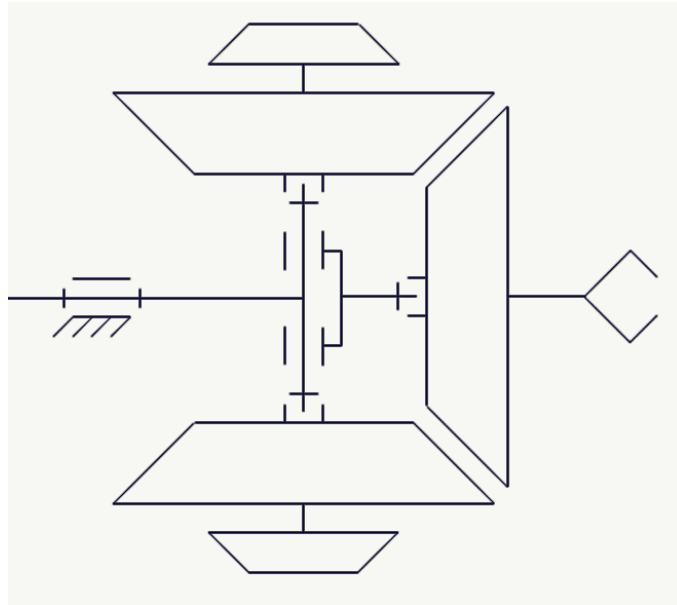


Рисунок 2.5

Добавим к имеющейся конструкции два входных прямолинейных вала жестко связанных с коническими зубчатыми колесами, сопряженными с двойными коническими зубчатыми колесами, зафиксированными на центральном прямолинейном валу с возможностью вращения (Рис. 2.6).

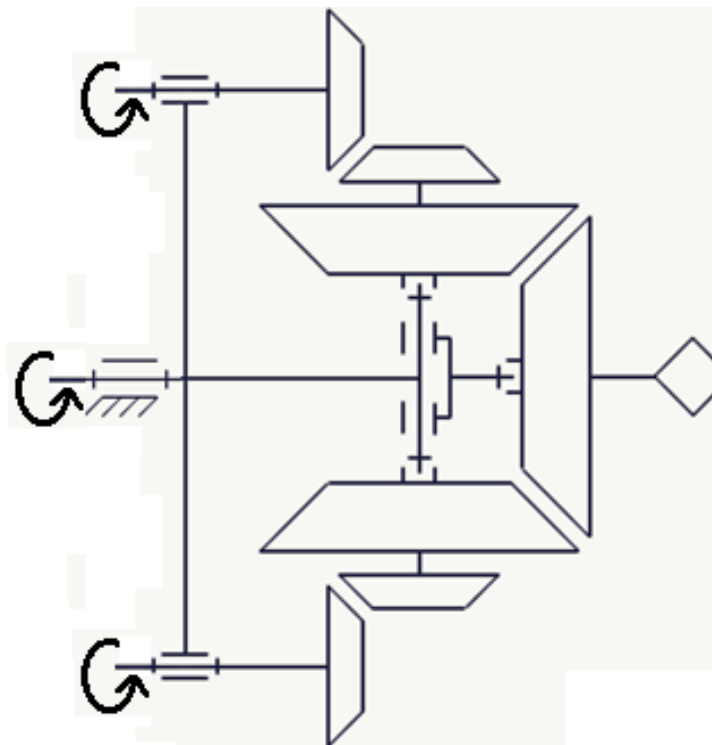


Рисунок 2.6

Синтезированный ориентирующий механизм обладает свойством постоянного передаточного отношения и не имеет особых положений, это дает преимущество по отношению к остальным механизмам параллельной структуры, а также открывает более широкие возможности применения данного механизма в хирургии и космосе.

На данном этапе синтезированы два механизма параллельной структуры имеющие по три параллельно расположенных выходных и входных прямолинейных валов, передающих крутящий момент. Однако объединение данных механизмов, приводит к тому, что необходимо вращение относительно центрального вала двух входных прямолинейных валов, сопряженных с двойными коническими зубчатыми колесами (Рис. 2.7).

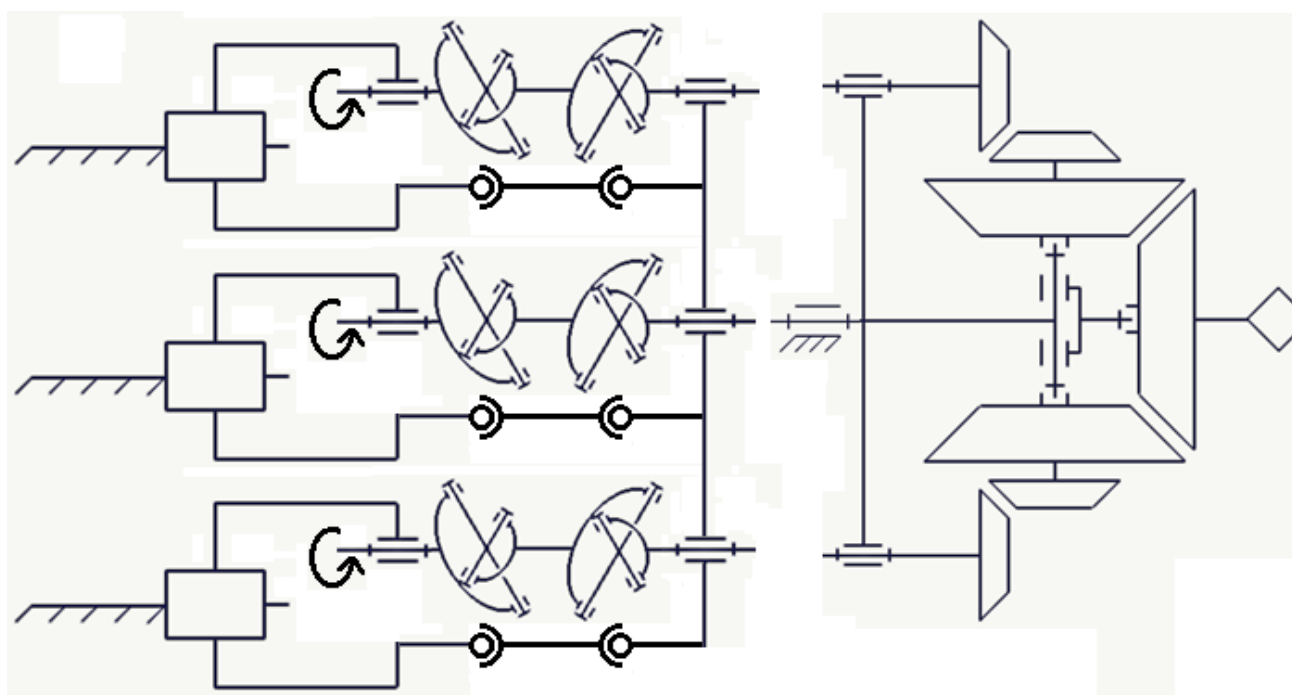


Рисунок 2.7

Для решения возникшей проблемы необходимо иметь передаточный механизм, объединяющий данные механизмы с возможностью вращения двух прямолинейных валов, сопряженных с двойными зубчатыми колесами относительно центрального вала ориентирующего механизма.

Первой соединительной кинематической цепью данного передаточного механизма является прямолинейный вал, жестко связывающий центральные валы позиционирующего и ориентирующего механизма (Рис. 2.8).

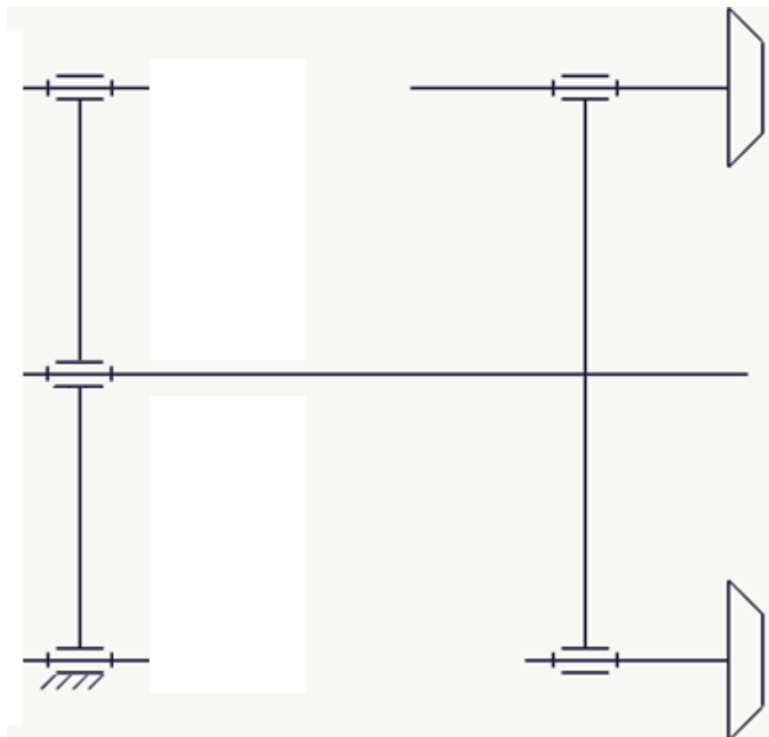


Рисунок 2.8

Для передачи крутящего момента на входной вал ориентирующего механизма с сохранением возможности его вращения относительно центрального вала ориентирующего механизма, добавим зубчатое колесо, зафиксированное на центральном валу передаточного механизма с возможностью вращения, а также соосное с ним второе зубчатое колесо, жестко связанное с входным валом ориентирующего механизма, сопряженным с двойным зубчатым колесом (Рис. 2.9):

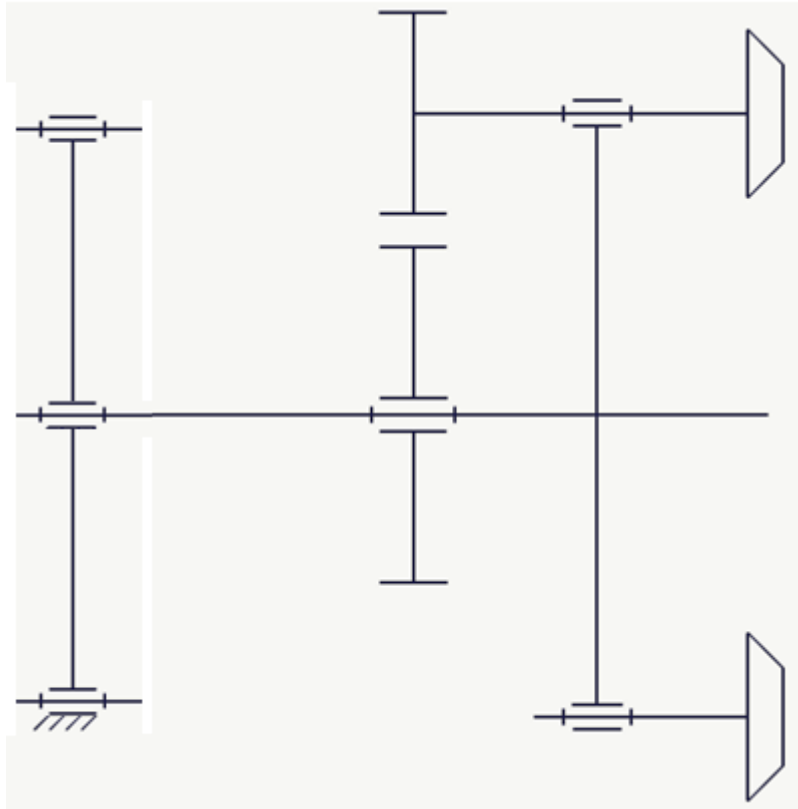


Рисунок 2.9

Сопряжем выходной вал позиционирующего механизма с входным валом ориентирующего механизма, путем добавления зубчатого колеса, жестко зафиксированного на выходном валу позиционирующего механизма и соосно расположенного с зубчатым колесом, зафиксированным на центральном валу передаточного механизма (Рис. 2.10):

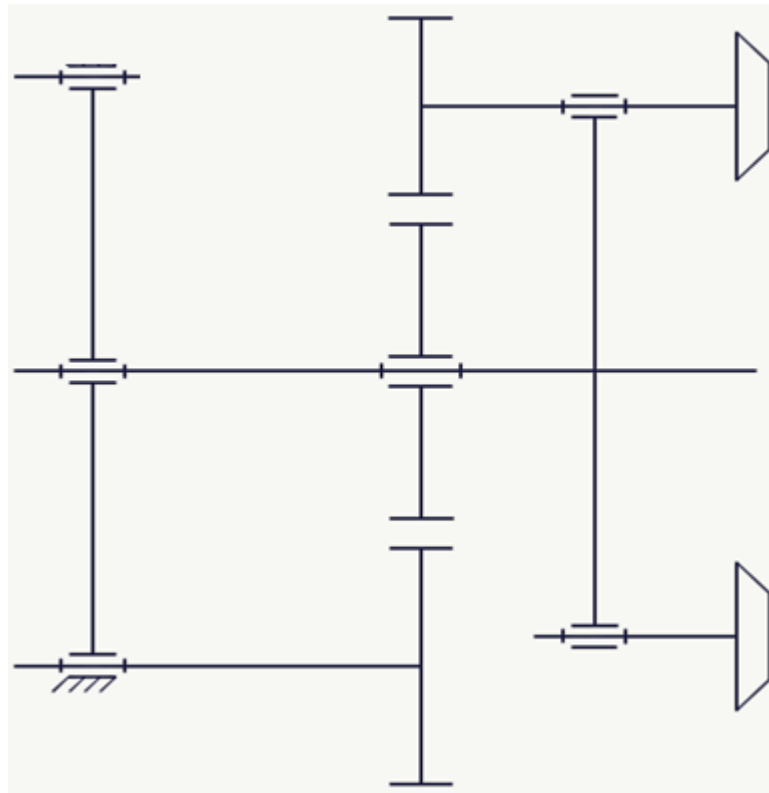


Рисунок 2.10

На данном этапе полностью реализованы две кинематические цепи, приступим к построению третьей кинематической цепи, которая заканчивается коническим зубчатым колесом ориентирующего механизма. Так как решить вопрос аналогично второй кинематической цепи не является возможным, внесем изменения в конструкцию второй кинематической цепи. Добавим втулку между центральным валом и зубчатым колесом, зафиксированным на нем (Рис. 2.11).

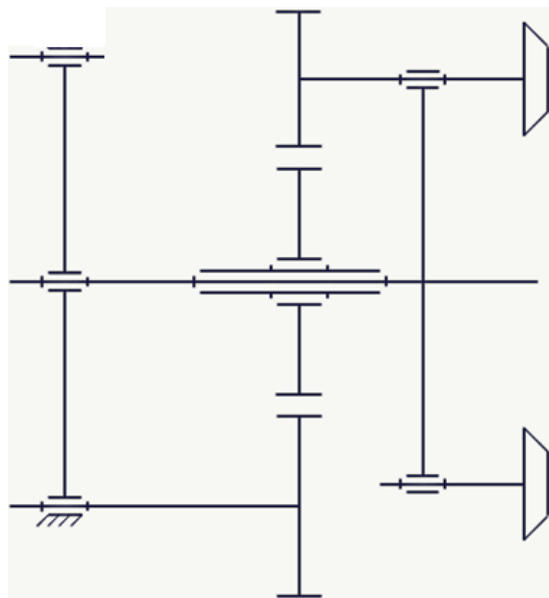


Рисунок 2.11

Для передачи крутящего момента на выходное звено добавим два цилиндрических зубчатых колеса, жестко зафиксированных на краях втулки между центральным валом передаточного механизма и промежуточным зубчатым колесом второй кинематической цепи. Добавим также зубчатое колесо, жестко связанное с входным валом третьей кинематической цепи ориентирующего механизма (Рис. 2.12).

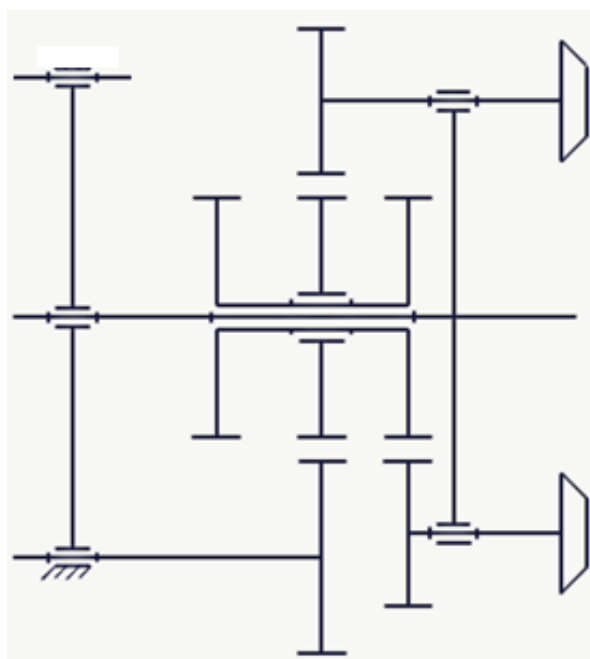


Рисунок 2.12

Аналогично указанной операции сопряжем выходной вал позиционирующего механизма с входным валом ориентирующего механизма путем добавления зубчатого колеса, жестко зафиксированного на выходном валу позиционирующего механизма и соосно расположенного с цилиндрическим зубчатым колесом, зафиксированным на втулке (Рис. 2.13).

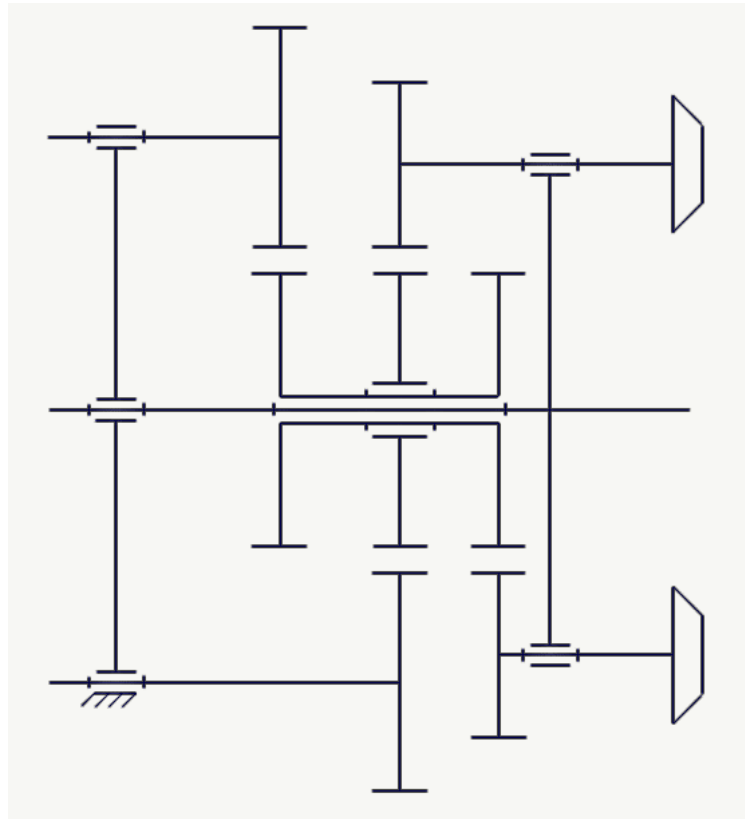


Рисунок 2.13

Объединив позиционирующий, передаточный и ориентирующий механизмы, получим следующую кинематическую схему (Рис. 2.14).

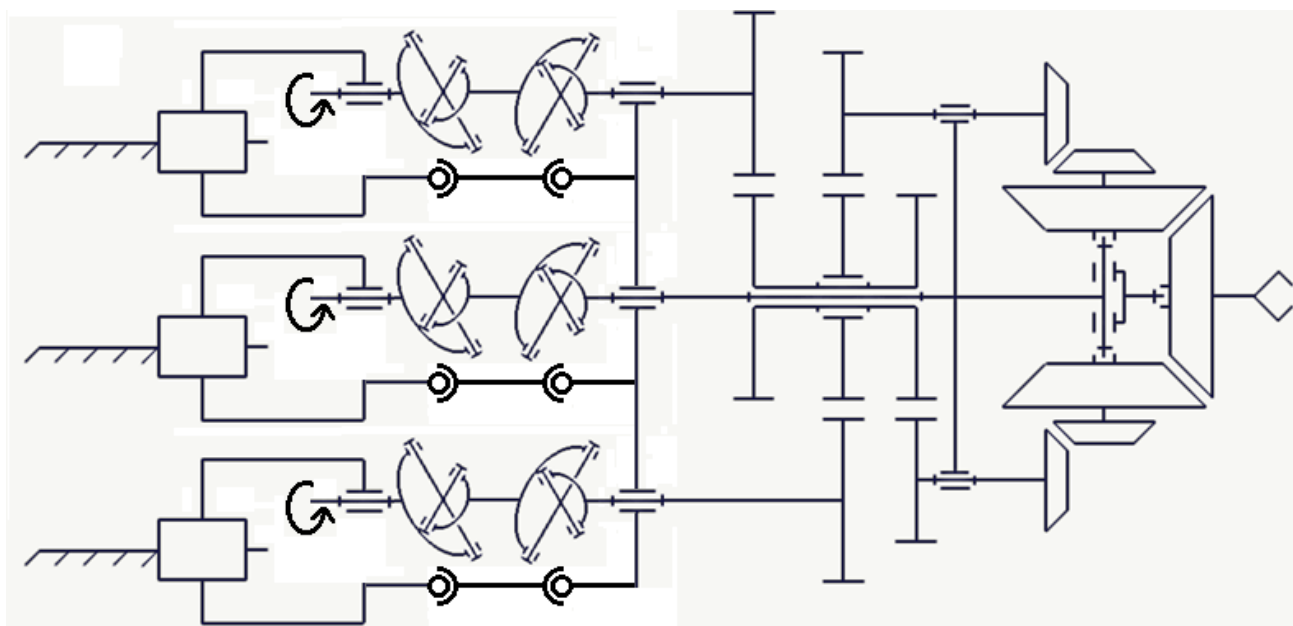


Рисунок 2.14

Данный механизм в сборе не теряет свойств его составных частей, а именно кинематическую развязку поступательных и вращательных движений, постоянство передаточного отношения при вращательных движениях и отсутствие особых положений ориентирующего механизма.

Приступим к структурному анализу механизма, а именно определим его число степеней свободы. Для наглядности все кинематические пары, кроме карданных шарниров, обозначены на рисунке 2.15: овалами обозначены кинематические пары пятого класса (одноподвижные), треугольниками обозначены кинематические пары третьего класса (трехподвижные), квадратами обозначены кинематические пары первого класса (пятиподвижные), карданный шарнир включает в себя две кинематические пары пятого класса:

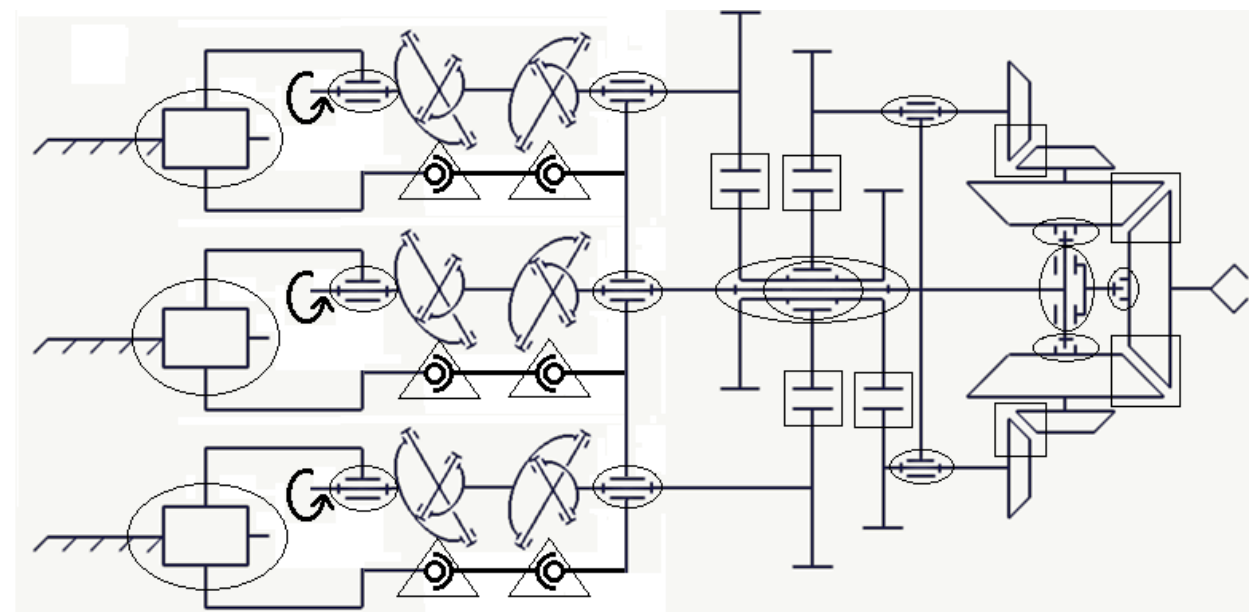


Рисунок 2.15

Таким образом механизм состоит из основания и тридцати подвижных звеньев. Определим число степеней свободы с помощью формулы П.О. Сомова и А.П. Малышева:

$$W = 6 \cdot (n - 1) - 5 \cdot p_5 - 4 \cdot p_4 - 3 \cdot p_3 - 2 \cdot p_2 - p_1,$$

где, n – число звеньев механизма, включая основание;

p_5, p_4, p_3, p_2, p_1 – число кинематических пар пятого (одноподвижных), четвертого (двуподвижных), третьего, второго и первого класса соответственно.

Подставив все необходимые значения в формулу П.О. Сомова и А.П. Малышева получим:

$$W = 6 \cdot (31 - 1) - 5 \cdot 29 - 3 \cdot 6 - 8 = 9;$$

Из полученных девяти степеней свободы имеем три поступательные степени свободы, три вращательные степени свободы и три местных подвижности прямолинейных валов со сферическими шарнирами, данные подвижности не оказывают никакого влияния на механизм в целом.

Указанный подход формальный. Он не отражает специфику движений каждой из частей механизма.

Рассмотрим более точный подход в определении числа степеней свободы, разбив данный механизм на три независимых механизма параллельной структуры (Рис. 2.16).

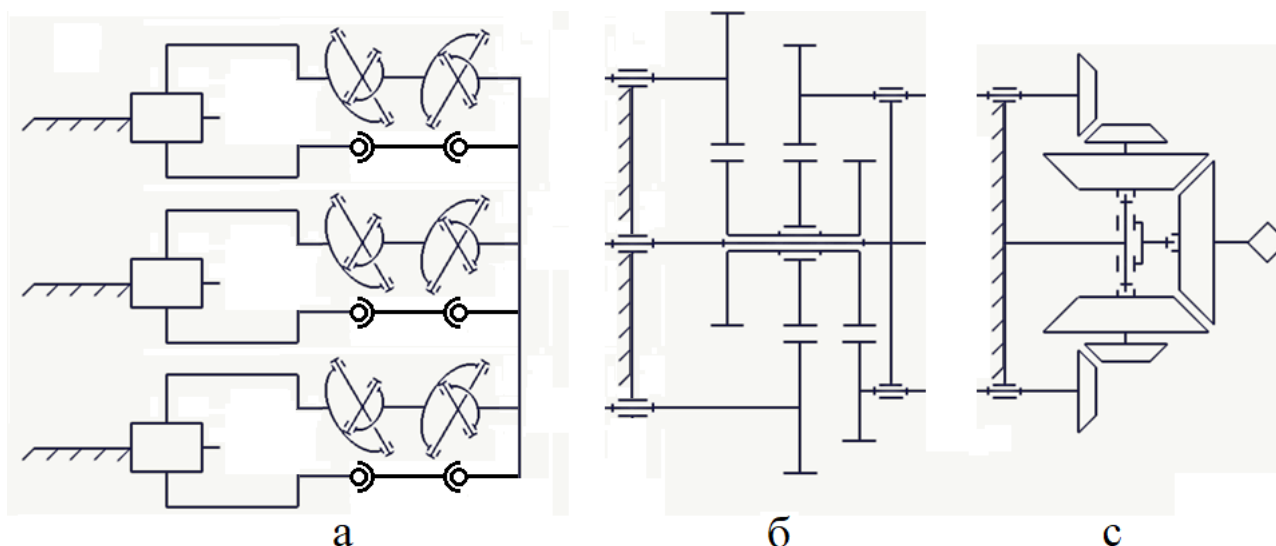


Рисунок 2.16

Первый механизм (Рис. 2.16 а) определяет линейные перемещения и имеет семнадцать звеньев, шестнадцать из которых являются подвижными. Таким образом, по формуле П.О. Сомова и А.П. Малышева получаем три степени свободы:

$$W = 6 \cdot (17 - 1) - 5 \cdot 15 - 3 \cdot 6 = 3.$$

Дополним данный механизм еще тремя степенями свободы вращения каждой соединительной кинематической цепи относительно собственной оси путем добавления в каждую цепь по две вращательных кинематических пары (Рис. 2.15), установленных до и после (по обе стороны) карданных шарниров.

Вторая часть механизма (Рис. 2.16 б), а именно передаточный механизм, передающий вращение, состоит из восьми звеньев, семь их которых являются

подвижными. Определим число степеней свободы второй части механизма по формуле П.Л. Чебышева:

$$W = 3 \cdot (8 - 1) - 2 \cdot 7 - 4 = 3.$$

В данном случае все три степени свободы «отвечают» за вращения каждой кинематической цепи вокруг собственной оси.

Третья часть механизма, соответствующая передаче вращательных движений всех соединительных кинематических цепей на выходное звено, состоит из семи элементов, шесть из которых являются подвижными. В данном случае определение числа степеней свободы проводится по формуле И. И. Артоболевского:

$$W = 3 \cdot (7 - 1) - 2 \cdot 6 - 4 = 2.$$

Третья часть механизма (Рис. 2. 16в) имеет две степени свободы, однако основание данного механизма является одним из выходных звеньев второй части механизма, и имеет одну степень свободы, соответствующую вращению. Таким образом, объединив данные механизмы, имеем три вращательные степени свободы выходного звена. В случае объединения всех трех указанных частей механизма получаем шесть степеней свободы, три из которых являются поступательными, а три - вращательными.

Механизм параллельной структуры с кинематической развязкой и постоянными передаточными отношениями между приводами и выходным звеном при осуществлении вращательных движений получен за счет объединения пространственного рычажного механизма, содержащего карданные шарниры, а также плоского и сферического зубчатых механизмов, содержащих подвижные оси, при этом механизм не имеет особых положений.

2.2. РАЗРАБОТКА 3D МОДЕЛИ МЕХАНИЗМА С ШЕСТЬЮ СТЕПЕНЯМИ СВОБОДЫ

Далее рассмотрим построение 3D модели для частей этого механизма.

Представленный выше механизм можно разделить на три основных механизма: позиционирующий, передаточный и ориентирующий, ориентирующий – это состоящий из конических зубчатых колес механизм, на котором крепится «захват», вторая часть – это передаточный механизм с передаточным числом равным 1, сопрягающий позиционирующий и ориентирующий механизмы, а позиционирующий механизм, «отвечает» за поступательные перемещения всей конструкции в пространстве.

На рисунке 2.17 представлена 3d модель ориентирующего механизма, «отвечающего» за три вращательные степени свободы, который представляет из себя основание, на котором зафиксирован центральный вал с возможностью вращения, на центральном валу жестко зафиксирована платформа, через которую передаются вращения двух вспомогательных валов с коническими зубчатыми колесами.

На каждом валу присутствуют пазы для шлицевого соединения с валами вращательных двигателей.

Конечная часть центрального вала имеет Т-образную форму, на которой установлена поворотная втулка. На втулке зафиксировано выходное звено с возможностью вращения. Выходное звено представляет из себя коническое зубчатое колесо. Передача крутящего момента на выходное звено с вспомогательных валов с коническими зубчатыми колесами осуществляется посредством вспомогательных двойных конических зубчатых колес, зафиксированных с возможностью вращения на конечной части центрального вала.

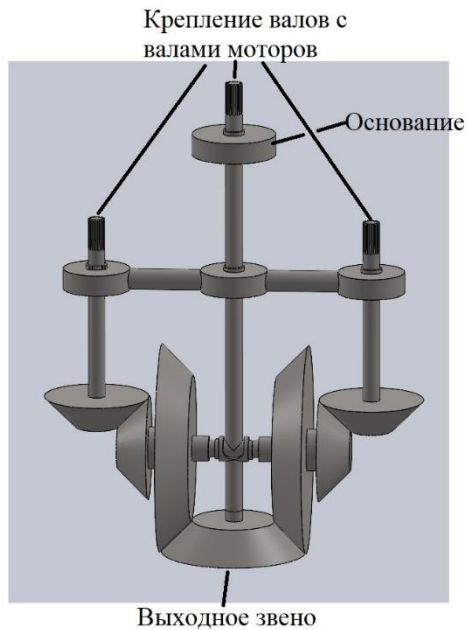


Рисунок 2.17

На рисунке 2.18 представлен передаточных механизм, имеющий три входных вала, пазы на которых нужны для шлицевого соединения с валами вращательных двигателей и трех выходных вала, пазы на которых требуются для шлицевого соединения с входными валами ориентирующего механизма.

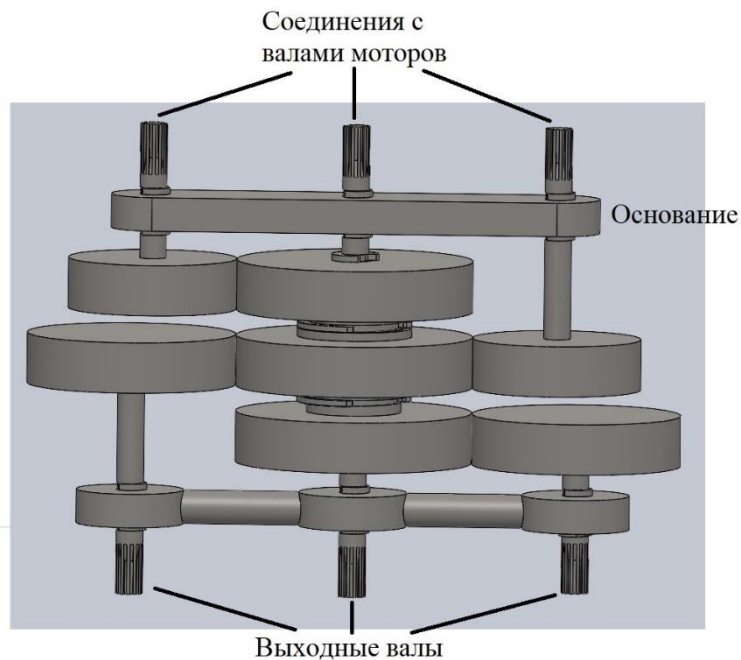


Рисунок 2.18

Основание данного механизма представляет из себя платформу с тремя направляющими, по которым передвигаются ползуны при помощи линейных приводов (Рис. 2.19). Каждому ползуну соответствует своя позиционирующая кинематическая цепь, которая снабжена двумя карданными шарнирами. На ползунах закреплены вращательные двигатели, соединенные с валами посредством шлицевых соединений. Выходные валы имеют пазы для шлицевого соединения с входными валами второго механизма.

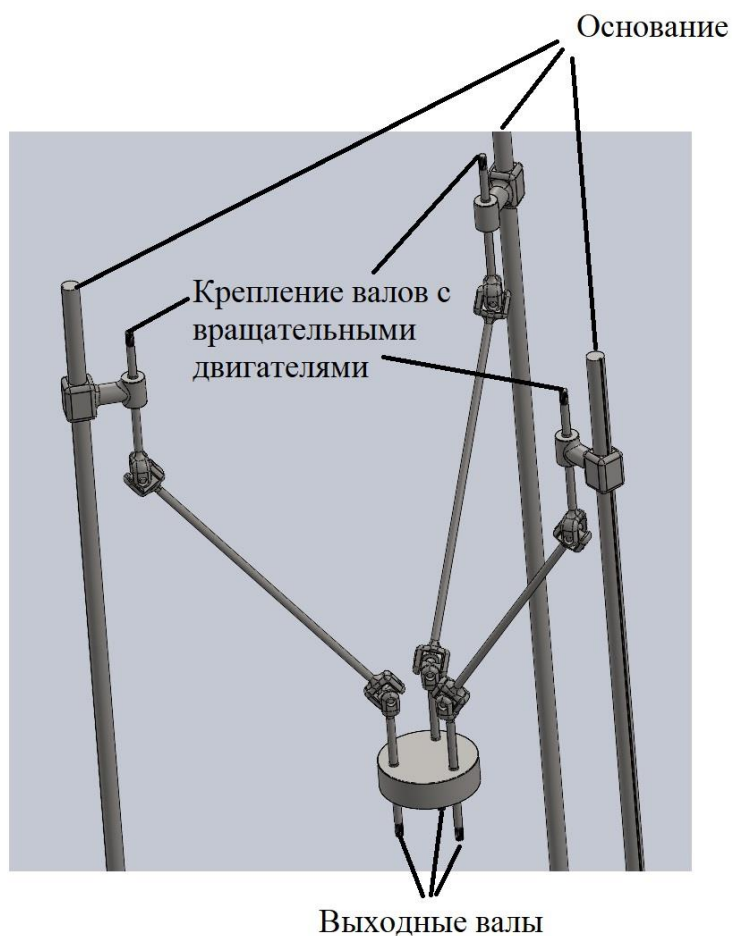


Рисунок 2.19

На рисунках 2.20 – 2.24 представлена 3д модель механизма в сборе.

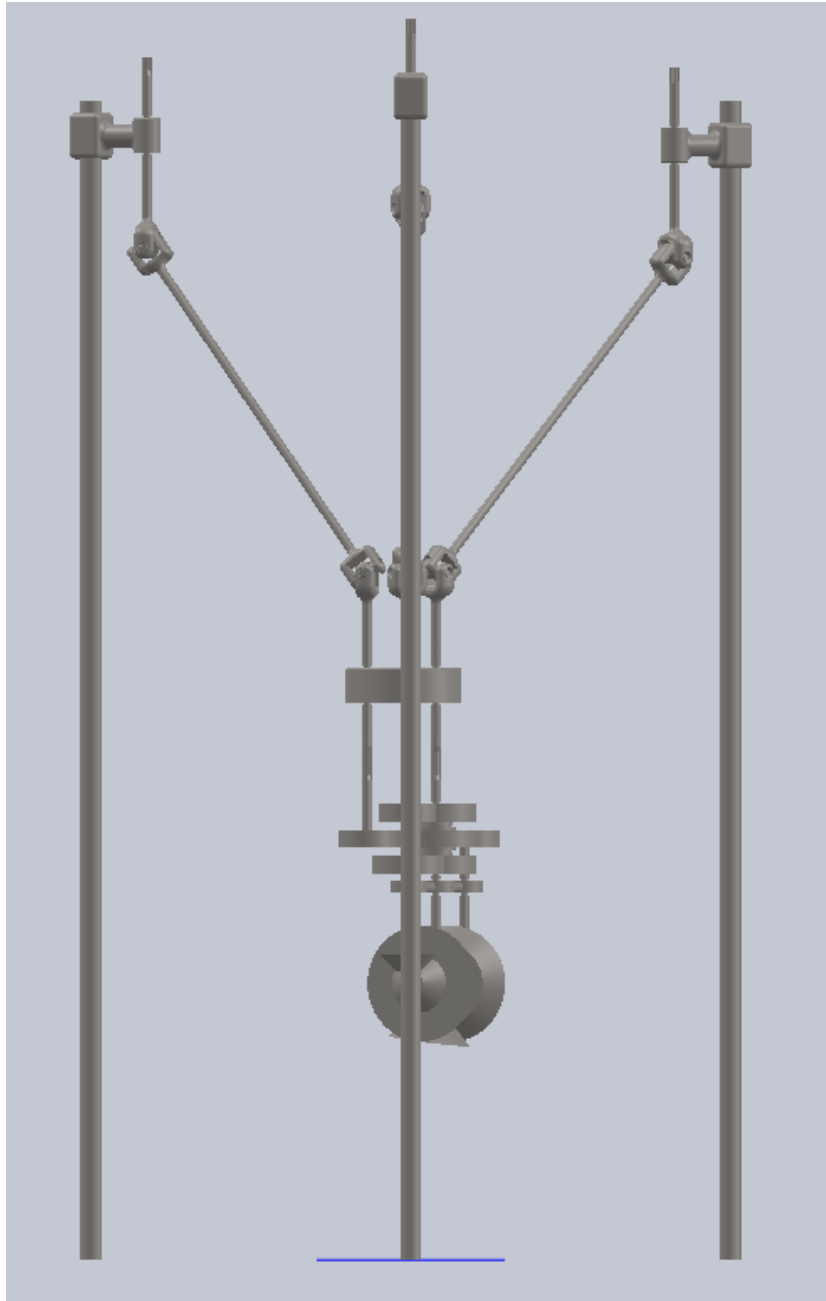


Рисунок 2.20

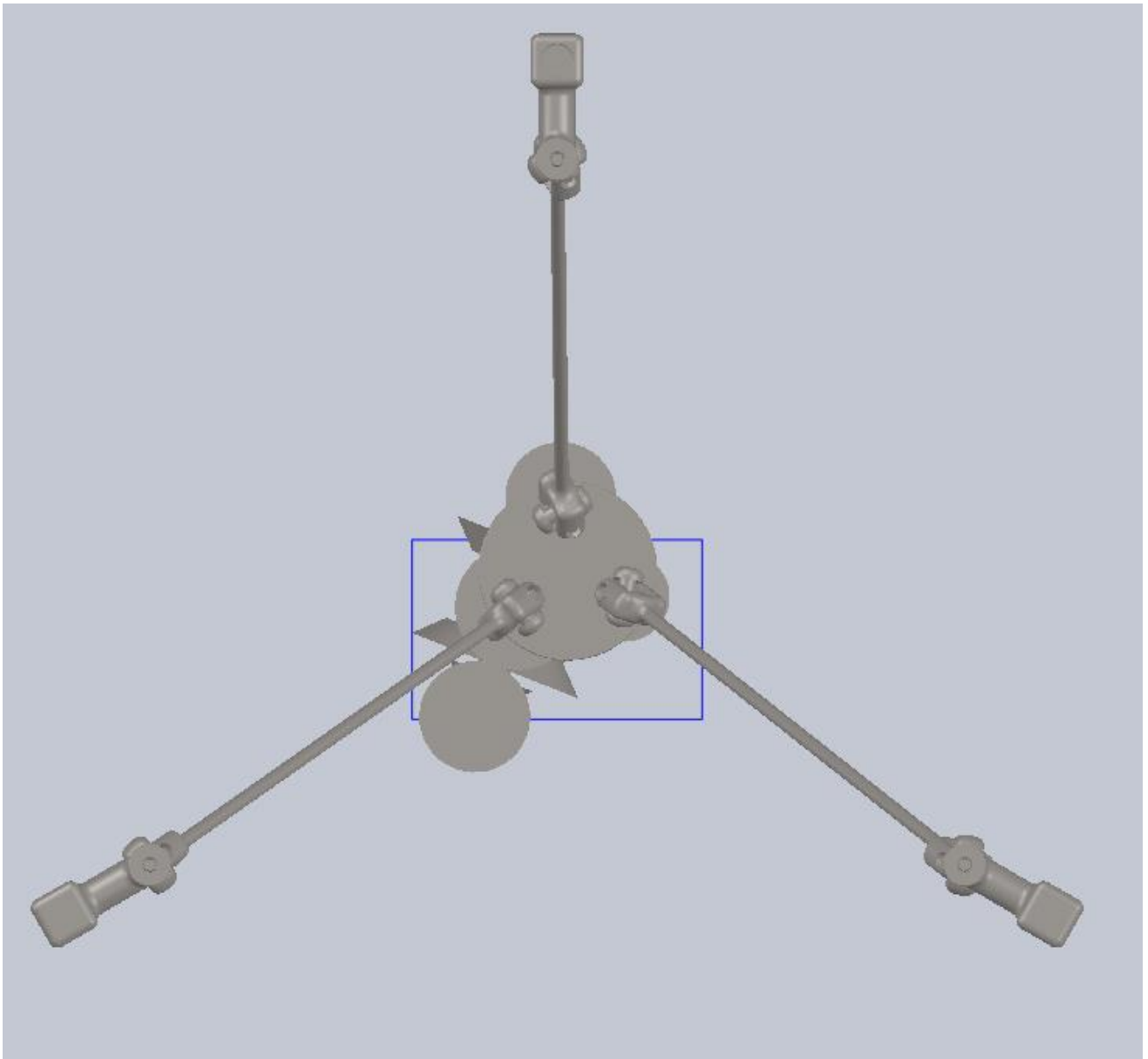


Рисунок 2.21

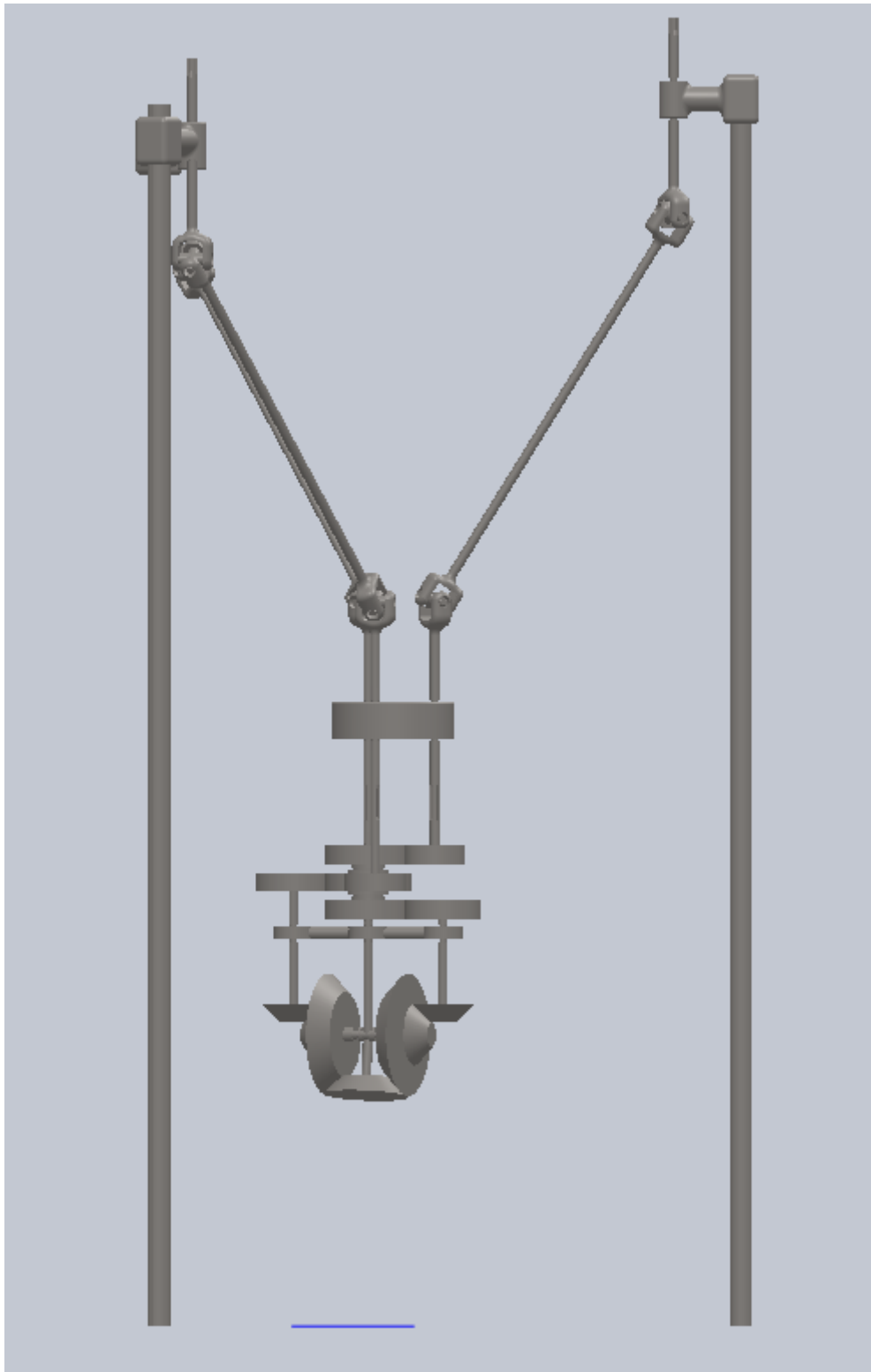


Рисунок 2.22

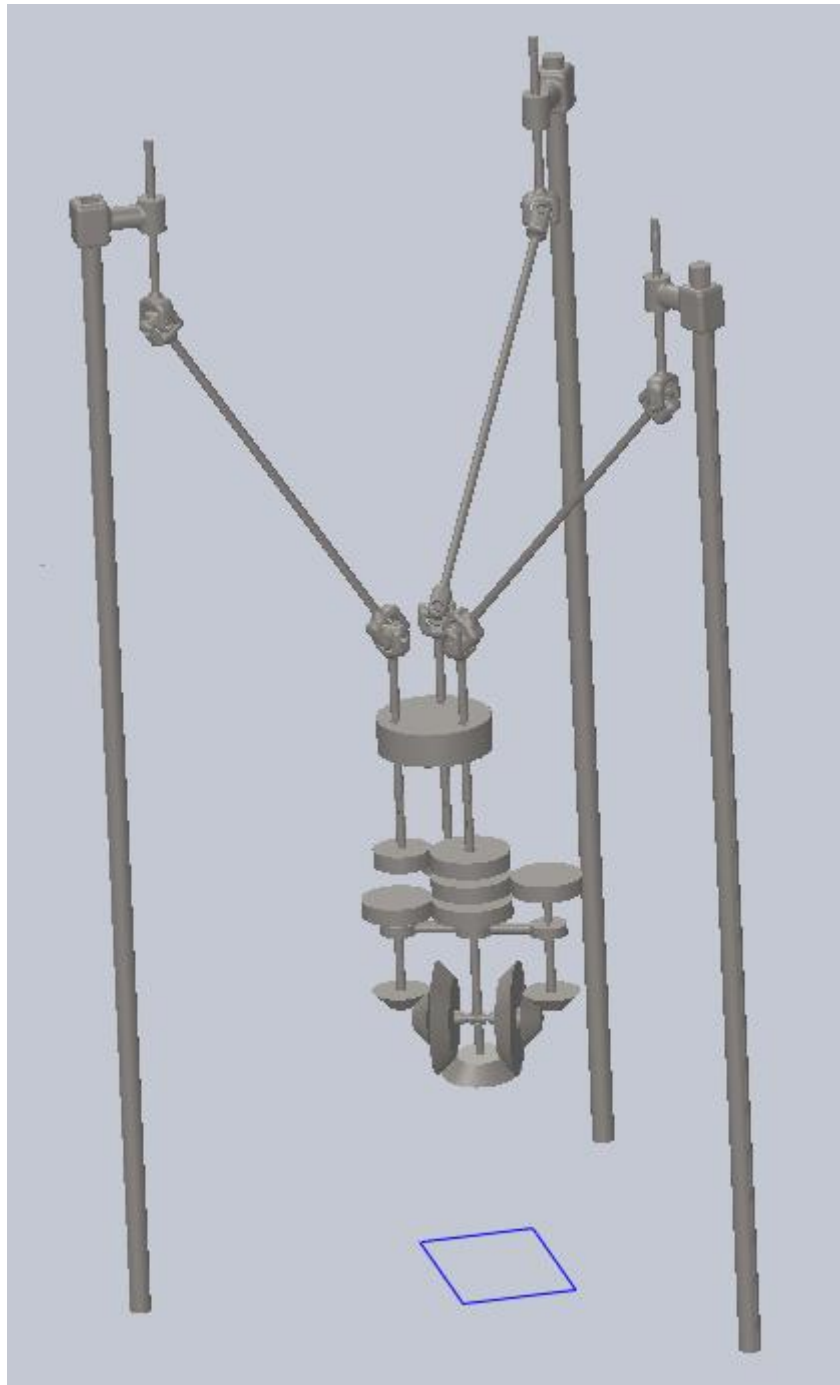


Рисунок 2.23

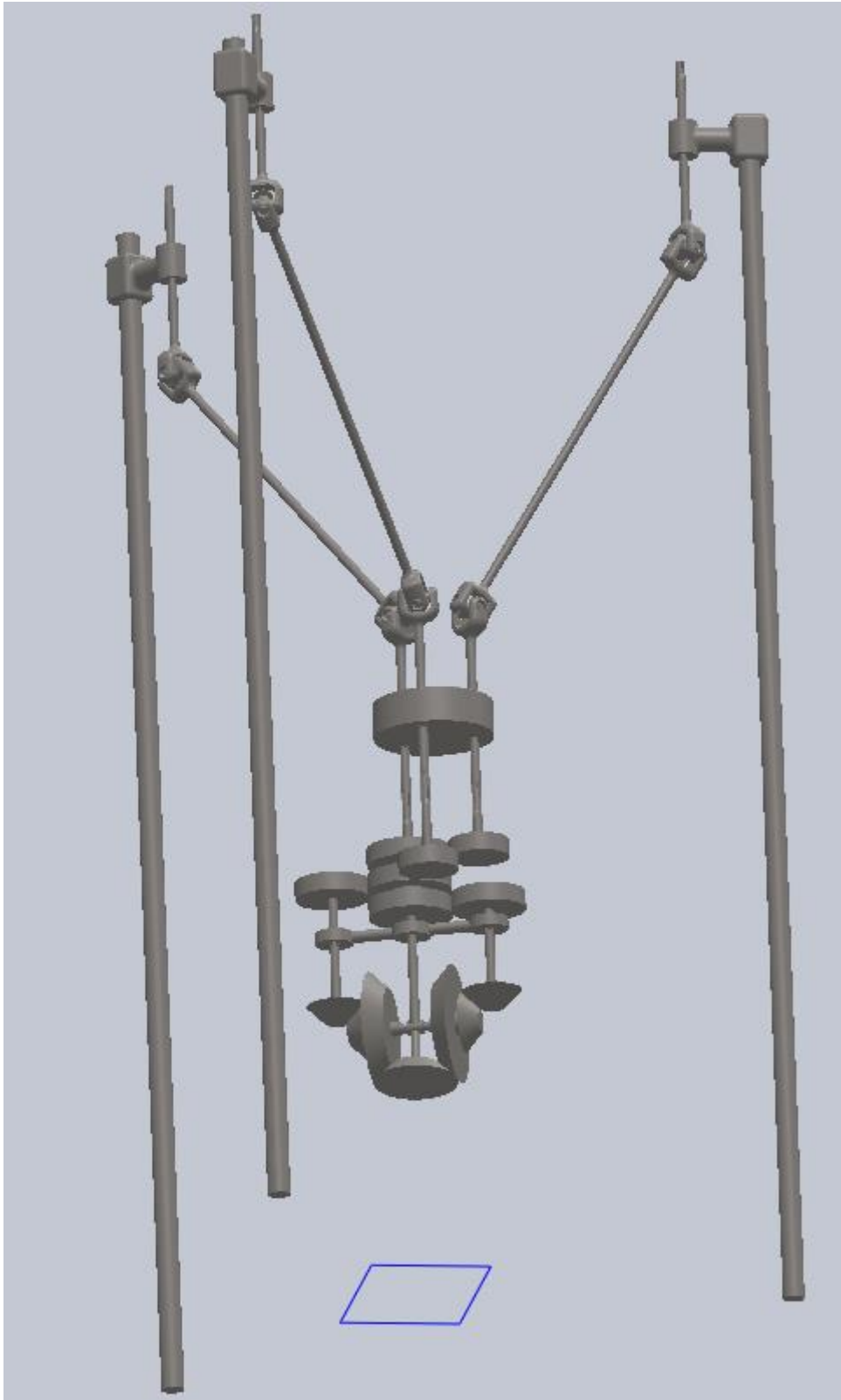


Рисунок 2.24

В данной главе проведен структурный синтез и анализ нового механизма параллельной структуры с шестью степенями свободы и кинематической развязкой.

ГЛАВА 3. КИНЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ МЕХАНИЗМА С ШЕСТЬЮ СТЕПЕНЯМИ СВОБОДЫ И ТРЕМЯ КИНЕМАТИЧЕСКИМИ ЦЕПЯМИ

Следующим шагом исследования синтезированного механизма является его кинематический анализ, включающий в себя решение обратной задачи о положениях и скоростях, а также построение рабочей зоны механизма. Кинематический анализ механизма является основой для динамического анализа и формирования законов управления.

В данной главе рассмотрен кинематический анализ механизма параллельной структуры с шестью степенями свободы и кинематической развязкой, а именно решена обратная задача о положениях, прямая и обратная задачи о скоростях и определена рабочая зона механизма.

3.1. РЕШЕНИЕ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ О ПОЛОЖЕНИЯХ ОТНОСИТЕЛЬНО ПОСТУПАТЕЛЬНЫХ ПЕРЕДВИЖЕНИЙ МЕХАНИЗМА

Для решения обратной задачи о положениях необходимо задать положение и ориентацию выходного звена в пространстве, в данном случае положение задается координатами центральной точки D выходного звена, а ориентация двумя единичными векторами $e1$ и $e2$ (Рис. 3.1).

$$D = \begin{pmatrix} D_1 \\ D_2 \\ D_3 \end{pmatrix}, \quad e1 = \begin{pmatrix} e1_1 \\ e1_2 \\ e1_3 \end{pmatrix}, \quad e2 = \begin{pmatrix} e2_1 \\ e2_2 \\ e2_3 \end{pmatrix},$$

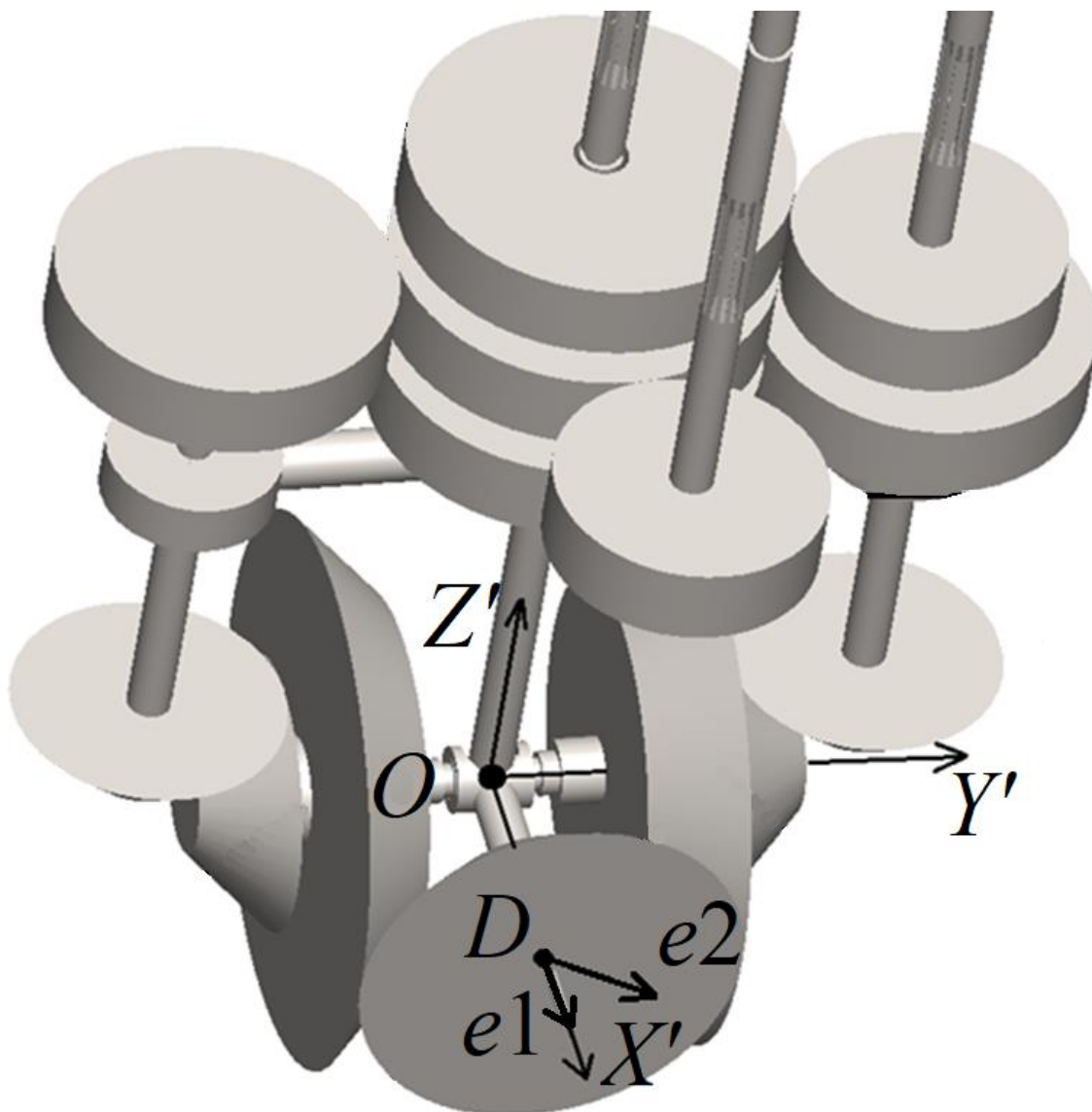


Рисунок 3.1

Рассмотрим решение обратной задачи о положениях, связанной с линейными перемещениями. Для этого определим точку пересечения трех осей вращения выходного звена O . Поскольку расстояние от центральной точки выходного звена D до точки пересечения осей вращения выходного звена O постоянно, а вектор $e1$ сонаправлен с вектором OX' , координаты точки пересечения определяются по формуле:

$$O = -0.05 \cdot e1 + D = \begin{pmatrix} N_1 \\ N_2 \\ N_3 \end{pmatrix};$$

Отметим, что расстояние от точки пересечения осей вращения выходного звена до центральных точек нижних крестовин A , B , C (Рис. 3.2) является постоянным. Воспользовавшись матрицей Денавита–Хартенберга определим координаты центров нижних крестовин карданных валов A , B , C (Рис. 3.2).

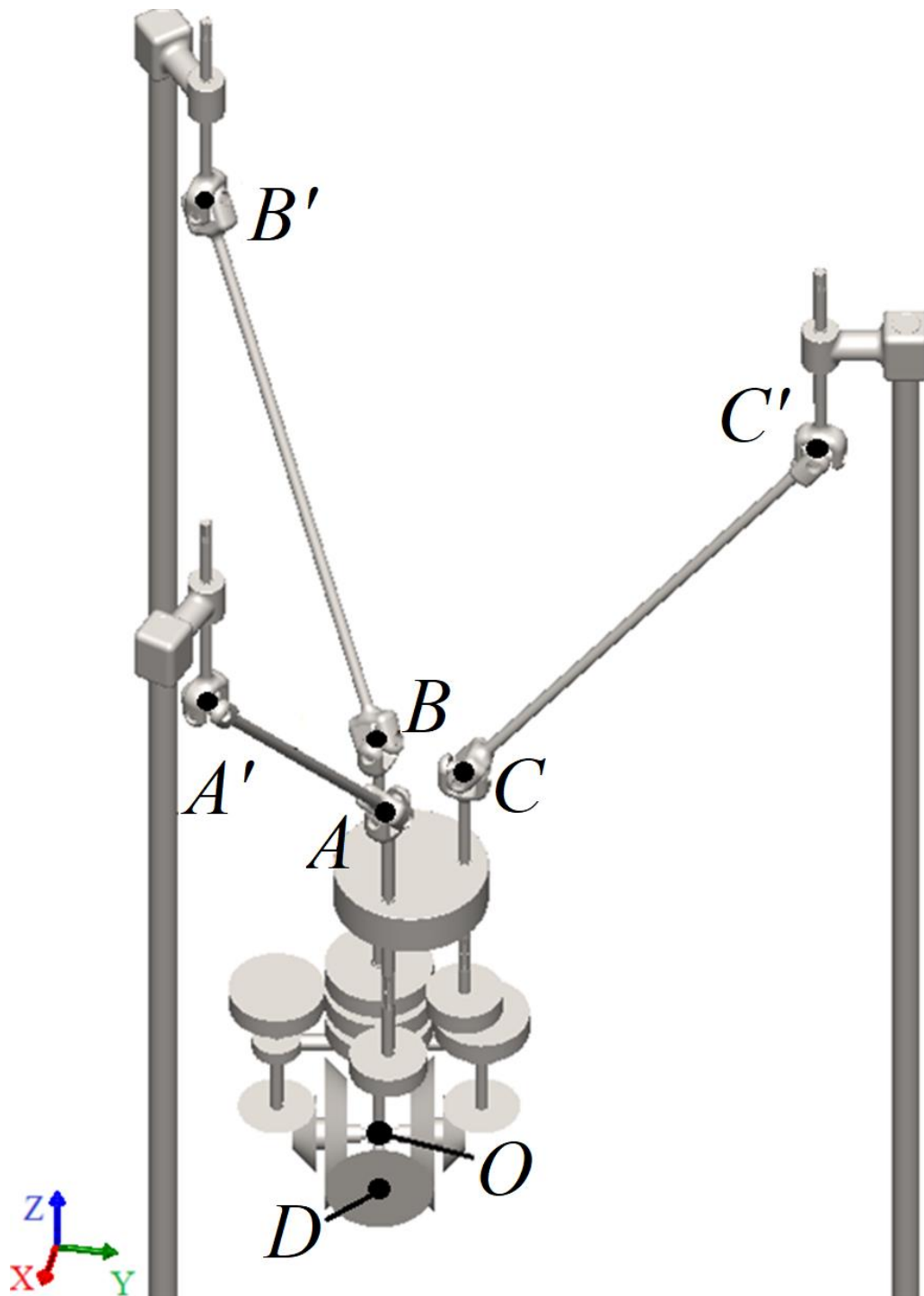


Рис. 3.2 3D модель механизма.

$$A = MP \cdot O = \begin{pmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \\ 1 \end{pmatrix},$$

где O – Точка пересечения осей вращения выходного звена;

MP – матрица переходов Денавита-Хартенберга с параметрами $\alpha = 0$, $\beta = 0$, $\gamma = 0$, x, y, z равны расстояниям от точки пересечения осей вращения до точек A, B, C , по соответствующим координатам:

$$MP = D(x, y, z) \cdot C(\gamma) \cdot B(\beta) \cdot A(\alpha) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & x \\ 0 & 1 & 0 & y \\ 0 & 0 & 1 & z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

$$A(\alpha) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha & -\sin \alpha & 0 \\ 0 & \sin \alpha & \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad B(\beta) = \begin{pmatrix} \cos \beta & 0 & \sin \beta & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin \beta & 0 & \cos \beta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

$$C(\gamma) = \begin{pmatrix} \cos \gamma & -\sin \gamma & 0 & 0 \\ \sin \gamma & \cos \gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad D(x, y, z) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & x \\ 0 & 1 & 0 & y \\ 0 & 0 & 1 & z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix};$$

Следующим шагом будет определение центральных точек верхних крестовин A', B', C' , поскольку основание неподвижно и расстояние от направляющей до центральной точки ближайшей крестовины неизменно, можно заметить что координаты x_i и y_i ($i = A', B', C'$) будут постоянными, исходя из этого требуется определить только координату z_i ($i = A', B', C'$).

В качестве метода решения задачи о положениях применен геометрический подход. Таким образом, центральная точка верхней крестовины лежит на пересечении поверхности сферы, радиусом, равным длине прямолинейного вала,

соединяющего верхнюю и нижнюю крестовины, с центром в центральной точке нижней крестовины, и прямой, проходящей вдоль направляющей соответствующего ползуна.

Уравнение такой сферической поверхности имеет вид:

$$L^2 = (x_{A'} - x_A)^2 + (y_{A'} - y_A)^2 + (z_{A'} - z_A)^2,$$

где L – длина прямолинейного вала соединяющего верхнюю и нижнюю крестовины,

$x_{A'}, y_{A'}, z_{A'}$ – координаты центральной точки верхней крестовины,

x_A, y_A, z_A – координаты центральной точки нижней крестовины.

Выразив неизвестную координату получаем квадратное уравнение:

$$z_{A'}^2 - 2 \cdot z_{A'} \cdot z_A = L^2 - (x_{A'} - x_A)^2 - (y_{A'} - y_A)^2 - z_A^2;$$

Решив данное уравнение, получаем два возможных значения, а именно две точки пересечения прямой со сферой. Исходя из конструкции механизма, выбираем максимальное значение $z_{A'}$, координаты $z_{B'}$ и $z_{C'}$ находятся аналогично координате $z_{A'}$.

Получив координаты центров верхних крестовин A', B', C' (Рис. 3.2), находим координаты центров ползунов аналогично тому как находили координаты центральных точек нижних крестовин, поскольку расстояние от верхних крестовин до ползунов постоянное.

3.2. РЕШЕНИЕ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ О ПОЛОЖЕНИЯХ ОТНОСИТЕЛЬНО ВРАЩЕНИЙ ВЫХОДНОГО ЗВЕНА МЕХАНИЗМА

Поскольку ориентация выходного звена задается единичными векторами, возникает вопрос определения углов поворотов выходного звена. Данная проблема решается с применением матрицы переходов Денавита-Хартенберга.

При отсутствии поворота относительно оси OZ единичный вектор e_1 будет лежать в плоскости XOZ , следовательно, координата e_{1_2} будет равна 0, исходя из этого можно определить угол поворота относительно оси OZ , при помощи матрицы Денавита–Хартенберга:

$$\begin{pmatrix} \cos(g) & -\sin(g) & 0 & 0 \\ \sin(g) & \cos(g) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} e_{1_1} \\ e_{1_2} \\ e_{1_3} \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} e_{1_1} \cdot \cos(g) - e_{1_2} \cdot \sin(g) \\ e_{1_1} \cdot \sin(g) + e_{1_2} \cdot \cos(g) \\ e_{1_3} \\ 1 \end{pmatrix},$$

Поскольку при отсутствии поворота координата по оси OY , должна равняться нулю, получим следующее уравнение:

$$e_{1_1} \sin(g) + e_{1_2} \cos(g) = 0.$$

Выразив угол поворота, получим угол, на который следует повернуть выходное звено, чтобы вернуться в начальное положение:

$$g = \arctan\left(\frac{-e_{1_2}}{e_{1_1}}\right);$$

Определив угол поворота относительно оси OZ , следует определить новые единичные векторы, описывающие ориентацию выходного звена до поворота относительно оси OZ , для этого воспользуемся матрицей переходов со следующими параметрами: $\alpha = 0$, $\beta = 0$, $\gamma = g$, $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$.

$$e_{1'} = MP \cdot \begin{pmatrix} e_{1_1} \\ e_{1_2} \\ e_{1_3} \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} e_{1'_1} \\ e_{1'_2} \\ e_{1'_3} \\ 1 \end{pmatrix},$$

$$e_{2'} = MP \cdot \begin{pmatrix} e_{2_1} \\ e_{2_2} \\ e_{2_3} \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} e_{2'_1} \\ e_{2'_2} \\ e_{2'_3} \\ 1 \end{pmatrix};$$

При отсутствии поворота относительно оси OY , единичный вектор будет лежать в плоскости XOY , следовательно, координата $e1'_3$ будет равна 0, исходя из этого можно определить угол поворота относительно оси OY , при помощи матрицы Денавита–Хартенберга:

$$\begin{pmatrix} \cos(b) & 0 & \sin(b) & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin(b) & 0 & \cos(b) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \mathbf{e1}' = \begin{pmatrix} e1'_1 \cdot \cos(b) + e1'_3 \cdot \sin(b) \\ OX1'_2 \\ -e1'_1 \cdot \sin(b) + e1'_3 \cdot \cos(b) \\ 1 \end{pmatrix};$$

Поскольку при отсутствии поворота координата по оси OZ , должна равняться нулю, получим следующее уравнение:

$$-e1'_1 \sin(b) + e1'_3 \cos(b) = 0.$$

Выразив угол поворота, получим угол, на который следует повернуть выходное звено, чтобы вернуться в начальное положение:

$$b = \arctan\left(\frac{e1'_2}{e1'_1}\right);$$

Определив угол поворота выходного звена относительно оси OY , необходимо определить новые единичные векторы, описывающие ориентацию выходного звена до поворота относительно оси OY , для этого воспользуемся матрицей переходов со следующими параметрами: $\alpha = 0$, $\beta = b$, $\gamma = 0$, $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$.

$$\mathbf{e1}'' = MP \cdot \begin{pmatrix} e1'_1 \\ e1'_2 \\ e1'_3 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} e1''_1 \\ e1''_2 \\ e1''_3 \\ 1 \end{pmatrix},$$

$$e2'' = MP \cdot \begin{pmatrix} e2'_1 \\ e2'_2 \\ e2'_3 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} e2'_1 \\ e2'_2 \\ e2'_3 \\ 1 \end{pmatrix};$$

При отсутствии поворота относительно оси OX , единичный вектор $e2$ будет лежать в плоскости XOY , следовательно, координата $e2'_3$ будет равна 0, исходя из этого можно определить угол поворота относительно оси OX , при помощи матрицы Денавита–Хартенберга:

$$\begin{pmatrix} \cos(a) & 0 & \sin(a) & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin(a) & 0 & \cos(a) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot e2'' = \begin{pmatrix} e2''_1 \\ e2''_2 \cdot \cos(a) - e2''_3 \cdot \sin(a) \\ e2''_2 \cdot \sin(a) + e2''_3 \cdot \cos(a) \\ 1 \end{pmatrix};$$

Поскольку при отсутствии поворота координата по оси OZ должна равняться нулю, получим следующее уравнение:

$$e2''_2 \cdot \sin(a) + e2''_3 \cdot \cos(a).$$

Выразив угол поворота, получим угол, на который следует повернуть выходное звено, чтобы вернуться в начальное положение:

$$a = \arctan\left(\frac{-e2''_3}{e2''_2}\right);$$

Для определения углов поворота в приводах следует учесть конструктивную особенность механизма, поскольку при вращении одного вала, «отвечающего» за поворот относительно оси OZ , выходное звено поворачивается относительно всех осей. Чтобы выходное звено не имело поворотов относительно осей OX и OY во время поворота относительно оси OZ необходимо поворачивать промежуточные зубчатые колеса передаточного механизма Pr (Рис. 3.3) вместе с

центральным валом, «отвечающим» за поворот выходного звена относительно оси OZ .

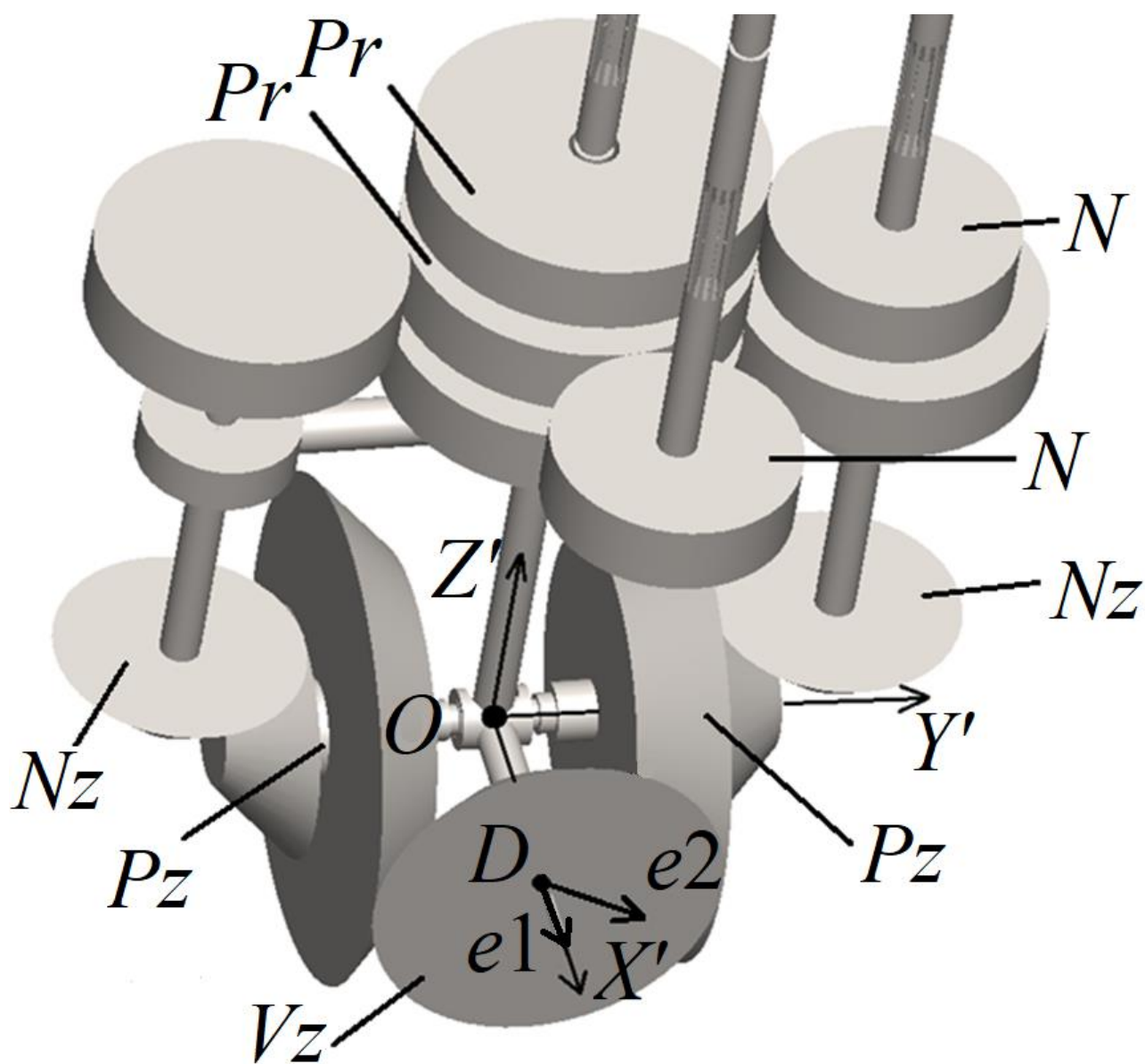


Рисунок 3.3

При повороте выходного звена относительно оси OZ на угол γ , промежуточные зубчатые колеса Pr (Рис. 3.3) также требуется повернуть на угол γ , для этого необходимы повороты двигателей в обратном направлении на $-\gamma \cdot k_\gamma$, где k_γ – передаточное число между начальным N (Рис. 3.3) и промежуточным

зубчатым колесом Pr (Рис. 3.3) передаточного механизма. В таком случае поворот относительно оси OZ выходного звена будет выполнен вместе с коническими зубчатыми колесами, без их вращения вокруг собственных осей.

При повороте выходного звена относительно оси OY на угол β необходимо вращение промежуточных звеньев Pz (Рис. 3.3), выполненных в виде двух соосно расположенных конических зубчатых колес, на углы $\beta \cdot k_1$ и $-\beta \cdot k_1$ соответственно, где k_1 — передаточное число между выходным Vz (Рис. 3) и промежуточными звеньями Pz (Рис. 3.3).

Угол вращения начальных конических зубчатых колес будет равен $\beta \cdot k_1 \cdot k_2$ и $-\beta \cdot k_1 \cdot k_2$, где k_2 — передаточное число между промежуточным звеном Pz и начальным коническим зубчатым колесом Nz (Рис. 3.3).

При повороте выходного звена относительно оси OX на угол α необходимо вращение промежуточных звеньев Pz (Рис. 3.3), выполненных в виде двух соосно расположенных конических зубчатых колес, на углы $\alpha \cdot k_1$. Угол вращения начальных конических зубчатых колес будет равен $\alpha \cdot k_1 \cdot k_2$.

Таким образом, углы поворотов двигателей будут равны

$$D1 = \alpha \cdot k_1 \cdot k_2 \cdot k_p - \beta \cdot k_1 \cdot k_2 \cdot k_p + \gamma \cdot k_\gamma,$$

$$D2 = \alpha \cdot k_1 \cdot k_2 \cdot k_p + \beta \cdot k_1 \cdot k_2 \cdot k_p + \gamma \cdot k_\gamma,$$

$$D3 = \gamma,$$

где k_p — передаточное число передаточного механизма.

3.3. ЧИСЛЕННЫЕ ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ О ПОЛОЖЕНИЯХ

Задаем координаты центральной точки выходного звена и двух единичных векторов, описывающих положение и ориентацию выходного звена в пространстве:

$$D = \begin{pmatrix} 0,561 \\ -0,669 \\ 0,296 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{e1} = \begin{pmatrix} 2,178 \cdot 10^{-4} \\ -3,859 \cdot 10^{-4} \\ -8,964 \cdot 10^{-4} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{e2} = \begin{pmatrix} -4,936 \cdot 10^{-4} \\ -8,359 \cdot 10^{-4} \\ 2,399 \cdot 10^{-4} \end{pmatrix},$$

Вектор $\mathbf{e1}$ совпадает с осью вращения выходного звена, исходя из этого можно определить точку пересечения трех осей вращения выходного звена:

$$O = -0,05 \cdot \mathbf{e1} + D = \begin{pmatrix} 0,55 \\ -0,65 \\ 0,341 \end{pmatrix};$$

Решим обратную задачу о положениях относительно линейных перемещений выходного звена.

Определим координаты центров трех нижних крестовин A, B, C (Рис. 3.2), Воспользовавшись матрицей Денавита–Хартенберга со следующими параметрами:

$$x_A = 0,06, \quad y_A = -0,005, \quad z_A = 0,354,$$

$$x_B = 0,025, \quad y_B = 0,054, \quad z_B = 0,354,$$

$$x_C = 0, \quad y_C = 0, \quad z_C = 0,354,$$

$$A = MP(x_A, y_A, z_A) \cdot O = \begin{pmatrix} 0,61 \\ -0,644 \\ 0,695 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad B = MP(x_B, y_B, z_B) \cdot O = \begin{pmatrix} 0,575 \\ -0,595 \\ 0,695 \\ 1 \end{pmatrix},$$

$$C = MP(x_C, y_C, z_C) \cdot O = \begin{pmatrix} 0,55 \\ -0,65 \\ 0,695 \\ 1 \end{pmatrix};$$

Следующим шагом будет определение центральных точек верхних крестовин A', B', C' , поскольку основание неподвижно и расстояние от направляющей до центральной точки ближайшей крестовины неизменно, можно заметить что координаты x_i и y_i ($i = A', B', C'$) будут постоянными, исходя из этого требуется определить только координату z_i ($i = A', B', C'$).

Постоянные координаты верхних крестовин:

$$x_{A'} = 0,806, \quad y_{A'} = -0,761,$$

$$x_{B'} = 0,579, \quad y_{B'} = -0,367,$$

$$x_{C'} = 0,351, \quad y_{C'} = -0,761;$$

Зная длину прямолинейного вала соединяющего верхнюю и нижнюю крестовины $L = 0,37$ определим недостающие координаты верхних крестовин:

$$L = \sqrt{(xv1 - Kr1_1)^2 + (yv1 - Kr1_2)^2 + (zv1 - Kr1_3)^2},$$

$$(zv1 - Kr1_3)^2 = L^2 - (xv1 - Kr1_1)^2 - (yv1 - Kr1_2)^2,$$

$$zv1^2 - 2zv1 \cdot Kr1_3 + Kr1_3^2 = L^2 - (xv1 - Kr1_1)^2 - (yv1 - Kr1_2)^2,$$

$$zv1 = \begin{pmatrix} 0,403 \\ 0,986 \end{pmatrix};$$

Решив данное уравнение получаем два возможных значения, а именно две точки пересечения прямой со сферой. Исходя из конструкции механизма, выбираем максимальное значение $z_{A'}$, координаты $z_{B'}$ и $z_{C'}$ находятся аналогично координате $z_{A'}$:

$$z_{B'} = \begin{pmatrix} 0,403 \\ 0,986 \end{pmatrix}, \quad z_{C'} = \begin{pmatrix} 0,403 \\ 0,986 \end{pmatrix};$$

Получив координаты центров верхних крестовин A', B', C' (Рис. 3.2), находим координаты центров ползунов аналогично тому как находили координаты центральных точек нижних крестовин, поскольку расстояние от верхних крестовин до ползунов постоянное:

$$x_1 = 0,048, \quad y_1 = -0,028, \quad z_1 = 0,097,$$

$$x_2 = 0, \quad y_2 = 0,055, \quad z_2 = 0,097,$$

$$x_3 = -0,048, \quad y_3 = -0,028, \quad z_3 = 0,097,$$

$$Polz1 = MP(x_1, y_1, z_1) \cdot \begin{pmatrix} x_{A'} \\ y_{A'} \\ z_{A'} \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,854 \\ -0,788 \\ 1,083 \\ 1 \end{pmatrix},$$

$$Polz2 = MP(x_2, y_2, z_2) \cdot \begin{pmatrix} x_{B'} \\ y_{B'} \\ z_{B'} \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,579 \\ -0,312 \\ 1,083 \\ 1 \end{pmatrix},$$

$$Polz3 = MP(x_3, y_3, z_3) \cdot \begin{pmatrix} x_{C'} \\ y_{C'} \\ z_{C'} \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,304 \\ -0,788 \\ 1,083 \\ 1 \end{pmatrix};$$

Получены координаты центральных точек ползунов исходя из положения выходного звена.

Решение обратной задачи относительно вращения выходного звена.

При отсутствии поворота относительно оси OZ единичный вектор e_1 будет лежать в плоскости XOZ , следовательно, координата e_{12} будет равна 0, исходя из этого, можно определить угол поворота относительно оси OZ , при помощи матрицы:

$$\begin{pmatrix} \cos(g) & -\sin(g) & 0 & 0 \\ \sin(g) & \cos(g) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2,178 \cdot 10^{-4} \\ -3,859 \cdot 10^{-4} \\ -8,964 \cdot 10^{-4} \\ 1 \end{pmatrix} =$$

$$\begin{pmatrix} 2,178 \cdot 10^{-4} \cdot \cos(g) + 3,859 \cdot 10^{-4} \cdot \sin(g) \\ 2,178 \cdot 10^{-4} \cdot \sin(g) - 3,859 \cdot 10^{-4} \cdot \cos(g) \\ -8,964 \cdot 10^{-4} \\ 1 \end{pmatrix},$$

Поскольку при отсутствии поворота координата по оси OY должна равняться нулю, получим следующее уравнение:

$$2,178 \cdot 10^{-4} \sin(g) - 3,859 \cdot 10^{-4} \cos(g) = 0.$$

Выразив угол поворота, получим угол, на который следует повернуть выходное звено, чтобы вернуться в начальное положение:

$$g = \arctan\left(\frac{3,859 \cdot 10^{-4}}{2,178 \cdot 10^{-4}}\right) = 60,556;$$

Определив угол поворота относительно оси OZ , следует определить новые единичные векторы, описывающие ориентацию выходного звена до поворота относительно оси OZ . Для этого воспользуемся матрицей переходов со следующими параметрами: $\alpha = 0$, $\beta = 0$, $\gamma = 60,556$, $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$.

$$\mathbf{e1}' = MP \cdot \begin{pmatrix} 2,178 \cdot 10^{-4} \\ -3,859 \cdot 10^{-4} \\ -8,964 \cdot 10^{-4} \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4,431 \cdot 10^{-4} \\ 0 \\ -8,964 \cdot 10^{-4} \\ 1 \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{e2}' = MP \cdot \begin{pmatrix} -4,936 \cdot 10^{-4} \\ -8,359 \cdot 10^{-4} \\ 2,399 \cdot 10^{-4} \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7,537 \cdot 10^{-4} \\ 5,414 \cdot 10^{-4} \\ 3,726 \cdot 10^{-4} \\ 1 \end{pmatrix};$$

При отсутствии поворота относительно оси OY , единичный вектор будет лежать в плоскости XOY , следовательно, координата $e1'_z$ будет равна 0, исходя

из этого можно определить угол поворота относительно оси OY , при помощи матрицы:

$$\begin{pmatrix} \cos(b) & 0 & \sin(b) & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin(b) & 0 & \cos(b) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \mathbf{e1}' = \begin{pmatrix} 4,431 \cdot 10^{-4} \cdot \cos(b) - 8,964 \cdot 10^{-4} \cdot \sin(b) \\ OX1'_2 \\ -4,431 \cdot 10^{-4} \cdot \sin(b) - 8,964 \cdot 10^{-4} \cdot \cos(b) \\ 1 \end{pmatrix};$$

Поскольку при отсутствии поворота координата по оси OZ должна равняться нулю, получим следующее уравнение:

$$-4,431 \cdot 10^{-4} \cdot \sin(b) - 8,964 \cdot 10^{-4} \cdot \cos(b) = 0.$$

Выразив угол поворота, получим угол, на который следует повернуть выходное звено, чтобы вернуться в начальное положение:

$$b = \arctan\left(\frac{-8,964 \cdot 10^{-4}}{-4,431 \cdot 10^{-4}}\right) = -63,695;$$

Определив угол поворота выходного звена относительно оси OY , необходимо определить новые единичные векторы, описывающие ориентацию выходного звена до поворота относительно оси OY . Для этого воспользуемся матрицей переходов со следующими параметрами: $\alpha = 0$, $\beta = -63,695$, $\gamma = 0$, $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$.

$$\mathbf{e1}'' = MP \cdot \begin{pmatrix} 4,431 \cdot 10^{-4} \\ 0 \\ -8,964 \cdot 10^{-4} \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \cdot 10^{-3} \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix},$$

$$e2'' = MP \cdot \begin{pmatrix} 7,537 \cdot 10^{-4} \\ 5,414 \cdot 10^{-4} \\ 3,726 \cdot 10^{-4} \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1,739 \cdot 10^{-12} \\ 5,414 \cdot 10^{-4} \\ 8,408 \cdot 10^{-4} \\ 1 \end{pmatrix};$$

При отсутствии поворота относительно оси OX , единичный вектор $e2$ будет лежать в плоскости XOY , следовательно, координата $e2'_3$ будет равна 0, исходя из этого можно определить угол поворота относительно оси OX , при помощи матрицы:

$$\begin{pmatrix} \cos(a) & 0 & \sin(a) & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin(a) & 0 & \cos(a) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot e2'' = \begin{pmatrix} e2''_1 \\ 5,414 \cdot 10^{-4} \cdot \cos(a) - 8,408 \cdot 10^{-4} \cdot \sin(a) \\ 5,414 \cdot 10^{-4} \cdot \sin(a) + 8,408 \cdot 10^{-4} \cdot \cos(a) \\ 1 \end{pmatrix};$$

Поскольку при отсутствии поворота координата по оси OZ должна равняться нулю, получим следующее уравнение:

$$5,414 \cdot 10^{-4} \cdot \sin(a) + 8,408 \cdot 10^{-4} \cdot \cos(a).$$

Выразив угол поворота, получим угол, на который следует повернуть выходное звено, чтобы вернуться в начальное положение:

$$a = \arctan\left(\frac{-8,408 \cdot 10^{-4}}{5,414 \cdot 10^{-4}}\right) = -57,221;$$

Для проверки полученных углов поворота при помощи матрицы Денавита-Хартенберга находим единичные векторы до поворота относительно оси X , если данные векторы имеют всего одну координату, равную 1, а остальные координаты равны 0 или близки к этим значениям, значит решение выполнено верно.

$$\alpha = -57,221, \quad \beta = 0, \quad \gamma = 0,$$

$$e1''' = MP \cdot e1'' = \begin{pmatrix} 1 \cdot 10^{-3} \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad e2''' = MP \cdot e2'' = \begin{pmatrix} -1,739 \cdot 10^{-12} \\ 1 \cdot 10^{-3} \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix},$$

Таким образом, углы поворотов выходного звена равны:

$$\alpha = -a = 57,221, \quad \beta = -b = 63,695, \quad \gamma = -g = -60,556,$$

Передаточные числа механизма:

$$k_1 = 0,647; \quad k_2 = 1; \quad k_p = 1,21; \quad k_Y = 1,4;$$

Углы поворотов в приводах будут равны:

$$D1 = -\alpha \cdot k_1 \cdot k_2 \cdot k_p - \beta \cdot k_1 \cdot k_2 \cdot k_p - \gamma \cdot k_Y = -9,883,$$

$$D2 = -\alpha \cdot k_1 \cdot k_2 \cdot k_p + \beta \cdot k_1 \cdot k_2 \cdot k_p - \gamma \cdot k_Y = 89,847,$$

$$D3 = \gamma = -60,556;$$

3.4. ОПРЕДЕЛЕНИЕ РАБОЧЕЙ ЗОНЫ МЕХАНИЗМА

Определение рабочей зоны механизма осуществляется на основе решения обратной задачи о положениях, в нашем случае потребуется только часть, «отвечающая» за поступательные перемещения.

Для определения рабочей зоны механизма необходимо выбрать область, которая будет заведомо больше, чем рабочая зона выходного звена и определить шаг, с которым будет проводиться проверка:

$$x = [-1,1; 1]; \quad y = [-1,1; 1]; \quad z = [-1,1; 1];$$

Шаг по всем координатам примем 0,01.

Далее проверяем каждую точку из данной области. Зная координаты выходного звена, определяем обобщенные координаты, т.е. перемещения

ползунов. Если хотя бы одно значение обобщенной координаты комплексное, то данная точка не входит в рабочую зону механизма. В случае, когда все три обобщенные координаты не комплексные числа, проверяем, принадлежат ли они интервалам возможных значений. Если это условие выполняется, то данная точка входит в рабочую зону механизма.

Полученные результаты представлены на рисунках 3.4-3.7:

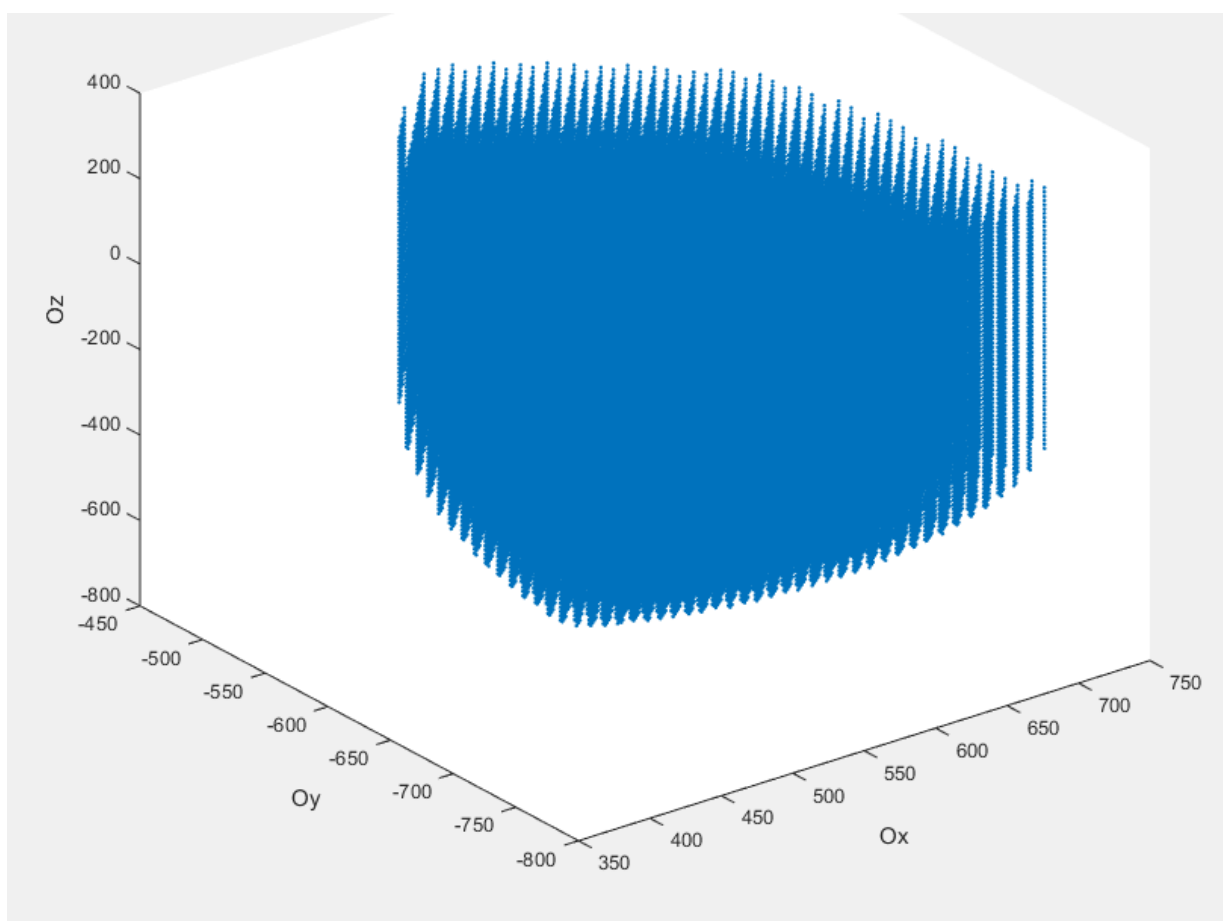


Рисунок 3.4

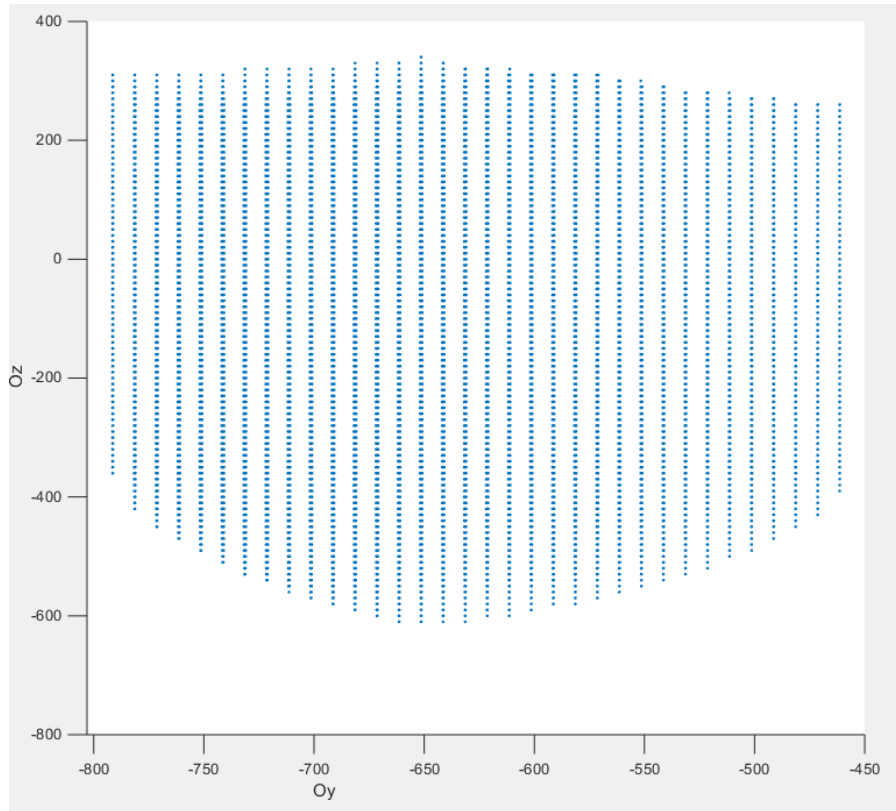


Рисунок 3.5

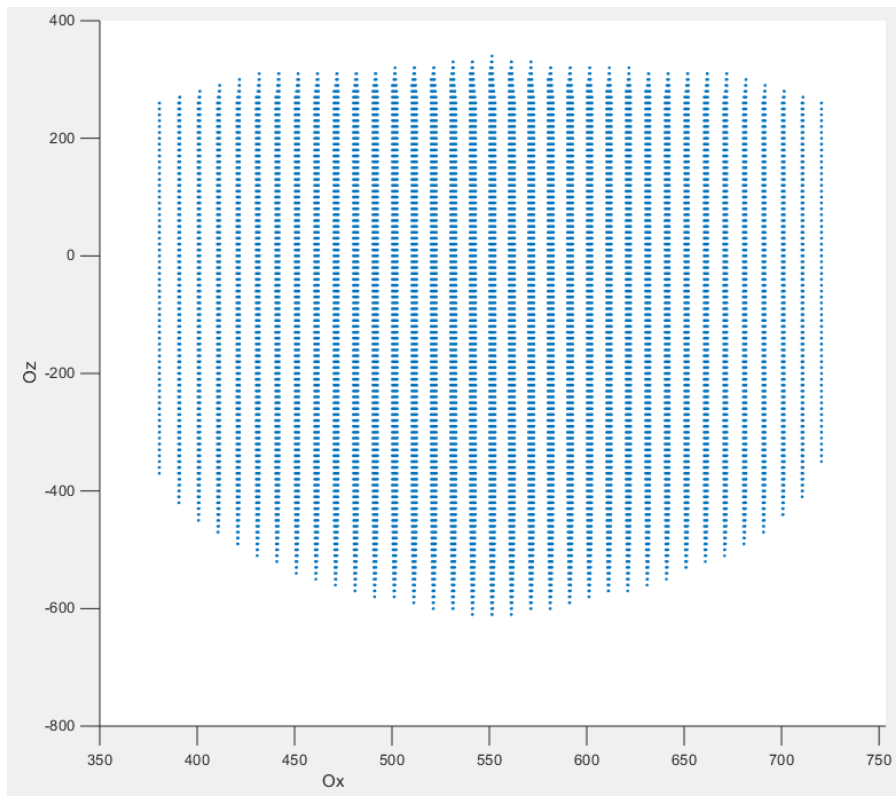


Рисунок 3.6

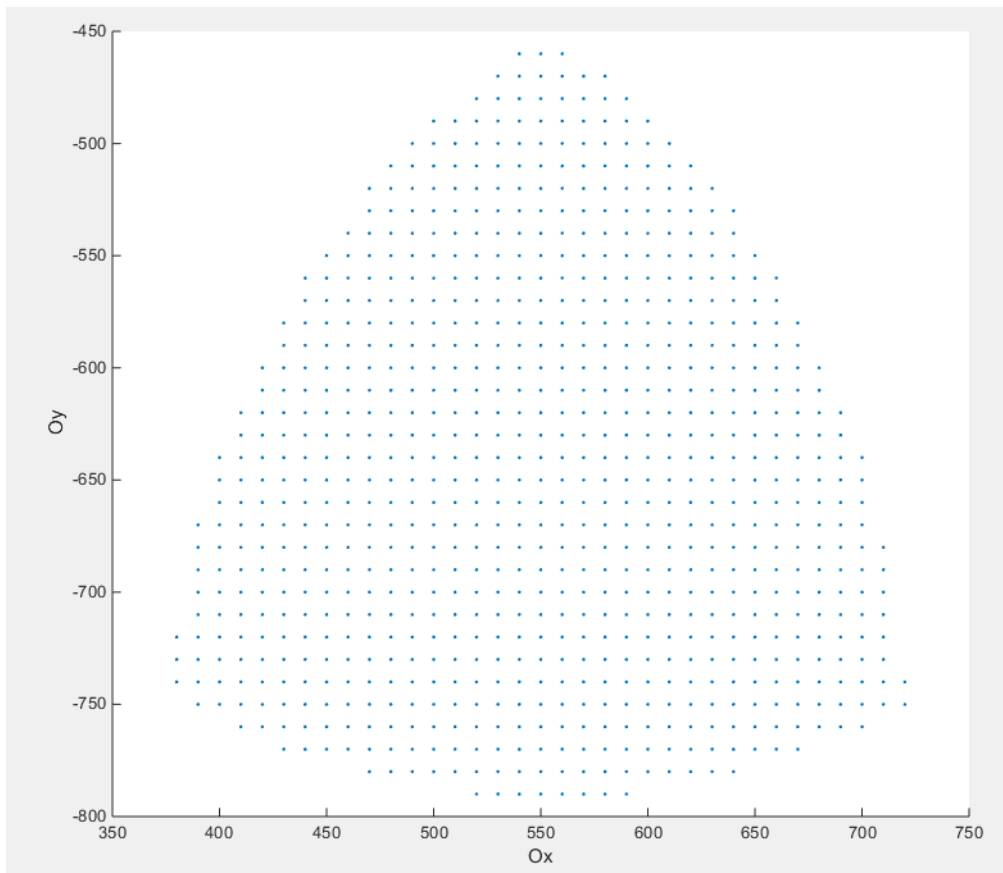


Рисунок 3.7

Рассматривая рабочую зону (Рис. 3.7), можно утверждать, что она имеет вид сверху, напоминающий треугольник.

В ходе определения рабочей зоны механизма было выявлено, что на размеры рабочей зоны механизма напрямую влияют его геометрические параметры, а именно расстояние между направляющими и длины этих направляющих.

ГЛАВА 4. РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ О СКОРОСТЯХ И ДИНАМИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

В данной главе рассматривается решение задачи о скоростях с числовыми примерами расчетов, а также динамический анализ механизма с шестью степенями свободы и тремя кинематическими цепями.

4.1. РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ О СКОРОСТЯХ

Для решения задачи о скоростях воспользуемся методом Д. Анджелеса и К. Гослена. Суть метода заключается в установлении зависимости между обобщенными скоростями в приводах и абсолютными скоростями выходного звена:

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{V} = (-\mathbf{B}) \cdot \boldsymbol{\omega}$$

где \mathbf{A} – матрица частных производных от неявных функций по абсолютным координатам x, y, z :

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial x_1} F_1 & \frac{\partial}{\partial y_1} F_1 & \frac{\partial}{\partial z_1} F_1 \\ \frac{\partial}{\partial x_2} F_2 & \frac{\partial}{\partial y_2} F_2 & \frac{\partial}{\partial z_2} F_2 \\ \frac{\partial}{\partial x_3} F_3 & \frac{\partial}{\partial y_3} F_3 & \frac{\partial}{\partial z_3} F_3 \end{pmatrix};$$

\mathbf{B} – матрица частных производных от неявной функции по обобщенным координатам q_i :

$$\mathbf{B} = \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial q_1} F_1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial q_2} F_2 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial q_3} F_3 \end{pmatrix};$$

\mathbf{V} – абсолютные скорости центра выходного звена:

$$\mathbf{V} = \begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{pmatrix};$$

$\boldsymbol{\omega}$ – обобщенные скорости в приводах:

$$\boldsymbol{\omega} = \begin{pmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \dot{q}_3 \end{pmatrix};$$

Уравнение Анджелеса-Гослена в общем виде:

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial x_1} F1 & \frac{\partial}{\partial y_1} F1 & \frac{\partial}{\partial z_1} F1 \\ \frac{\partial}{\partial x_2} F2 & \frac{\partial}{\partial y_2} F2 & \frac{\partial}{\partial z_2} F2 \\ \frac{\partial}{\partial x_3} F3 & \frac{\partial}{\partial y_3} F3 & \frac{\partial}{\partial z_3} F3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial q_1} F1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial q_2} F2 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial q_3} F3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \dot{q}_3 \end{pmatrix};$$

Запишем функции связи, «отвечающие» за линейные перемещения, в неявном виде:

$$F1(x_A, y_A, z_A, q_1) = q_1^2 - 2q_1 \cdot z_A + z_A^2 - L^2 + (x_{A'} - x_A)^2 + (y_{A'} - y_A)^2,$$

$$F2(x_B, y_B, z_B, q_2) = q_2^2 - 2q_2 \cdot z_B + z_B^2 - L^2 + (x_{B'} - x_B)^2 + (y_{B'} - y_B)^2,$$

$$F3(x_C, y_C, z_C, q_3) = q_3^2 - 2q_3 \cdot z_C + z_C^2 - L^2 + (x_{C'} - x_C)^2 + (y_{C'} - y_C)^2;$$

$$\frac{\partial}{\partial x_A} F1 = 2 \cdot (x_A - x_{A'}); \quad \frac{\partial}{\partial y_A} F1 = 2 \cdot (y_A - y_{A'}); \quad \frac{\partial}{\partial z_A} F1 = 2 \cdot (z_A - z_{A'});$$

$$\frac{\partial}{\partial x_B} F2 = 2 \cdot (x_B - x_{B'}); \quad \frac{\partial}{\partial y_B} F2 = 2 \cdot (y_B - y_{B'}); \quad \frac{\partial}{\partial z_B} F2 = 2 \cdot (z_B - z_{B'});$$

$$\frac{\partial}{\partial x_C} F3 = 2 \cdot (x_C - x_{C'}); \quad \frac{\partial}{\partial y_C} F3 = 2 \cdot (y_C - y_{C'}); \quad \frac{\partial}{\partial z_C} F3 = 2 \cdot (z_C - z_{C'});$$

$$\frac{\partial}{\partial q_1} F1 = 2 \cdot (x_A - x_{A'}); \quad \frac{\partial}{\partial q_2} F2 = 2 \cdot (y_B - y_{B'}); \quad \frac{\partial}{\partial q_3} F3 = 2 \cdot (z_C - z_{C'});$$

Для решения прямой или обратной задачи о скоростях, воспользуемся следующими уравнениями:

$$\mathbf{V} = (\mathbf{A}^{-1} \cdot (-\mathbf{B})) \cdot \boldsymbol{\omega};$$

$$\begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial x_A} F1 & \frac{\partial}{\partial y_A} F1 & \frac{\partial}{\partial z_A} F1 \\ \frac{\partial}{\partial x_B} F2 & \frac{\partial}{\partial y_B} F2 & \frac{\partial}{\partial z_B} F2 \\ \frac{\partial}{\partial x_C} F3 & \frac{\partial}{\partial y_C} F3 & \frac{\partial}{\partial z_C} F3 \end{pmatrix}^{-1} \left(- \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial q_1} F1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial q_2} F2 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial q_3} F3 \end{pmatrix} \right) \cdot \begin{pmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \dot{q}_3 \end{pmatrix};$$

$$\omega = (-B)^{-1} \cdot A \cdot V;$$

$$\begin{pmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \dot{q}_3 \end{pmatrix} = \left(- \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial q_1} F1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial q_2} F2 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial q_3} F3 \end{pmatrix} \right)^{-1} \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial x_A} F1 & \frac{\partial}{\partial y_A} F1 & \frac{\partial}{\partial z_A} F1 \\ \frac{\partial}{\partial x_B} F2 & \frac{\partial}{\partial y_B} F2 & \frac{\partial}{\partial z_B} F2 \\ \frac{\partial}{\partial x_C} F3 & \frac{\partial}{\partial y_C} F3 & \frac{\partial}{\partial z_C} F3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{pmatrix};$$

Решение задачи о скоростях относительно поворотов выходного звена, проводится аналогичным образом. Матрица частных производных по абсолютным координатам а, b, g:

$$A = \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial a} F4 & \frac{\partial}{\partial b} F4 & \frac{\partial}{\partial g} F4 \\ \frac{\partial}{\partial a} F5 & \frac{\partial}{\partial b} F5 & \frac{\partial}{\partial g} F5 \\ \frac{\partial}{\partial a} F6 & \frac{\partial}{\partial b} F6 & \frac{\partial}{\partial g} F6 \end{pmatrix};$$

Матрица частных производных по обобщенным q_i :

$$B = \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial q_4} F4 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial q_5} F5 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial q_6} F6 \end{pmatrix};$$

Абсолютные скорости выходного звена:

$$V = \begin{pmatrix} \dot{a} \\ \dot{b} \\ \dot{g} \end{pmatrix};$$

Обобщенные скорости в приводах:

$$\omega = \begin{pmatrix} \dot{q}_4 \\ \dot{q}_5 \\ \dot{q}_6 \end{pmatrix};$$

Явные функции, «отвечающие» за вращения относительно осей координат:

$$F4(a, b, g) = -0,647 \cdot 1,21 \cdot a + 0,647 \cdot 1,21 \cdot b + 1,41 \cdot g = q_1,$$

$$F5(a, b, g) = 0,647 \cdot 1,21 \cdot a + 0,647 \cdot 1,21 \cdot b + 1,41 \cdot g = q_2,$$

$$F6(a, b, g) = g = q_3;$$

Поскольку уравнения, «отвечающие» за повороты приводов двигателей заданы в явном виде, матрица от явной функции по q_i будет единичной.

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial a} F4 & \frac{\partial}{\partial b} F4 & \frac{\partial}{\partial g} F4 \\ \frac{\partial}{\partial a} F5 & \frac{\partial}{\partial b} F5 & \frac{\partial}{\partial g} F5 \\ \frac{\partial}{\partial a} F6 & \frac{\partial}{\partial b} F6 & \frac{\partial}{\partial g} F6 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \dot{a} \\ \dot{b} \\ \dot{g} \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \dot{q}_4 \\ \dot{q}_5 \\ \dot{q}_6 \end{pmatrix}$$

Для решения прямой или обратной задачи о скоростях, воспользуемся следующими уравнениями:

$$\mathbf{V} = (\mathbf{A}^{-1} \cdot (-\mathbf{B})) \cdot \boldsymbol{\omega};$$

$$\begin{pmatrix} \dot{a} \\ \dot{b} \\ \dot{g} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial a} F4 & \frac{\partial}{\partial b} F4 & \frac{\partial}{\partial g} F4 \\ \frac{\partial}{\partial a} F5 & \frac{\partial}{\partial b} F5 & \frac{\partial}{\partial g} F5 \\ \frac{\partial}{\partial a} F6 & \frac{\partial}{\partial b} F6 & \frac{\partial}{\partial g} F6 \end{pmatrix}^{-1} \left(- \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right) \cdot \begin{pmatrix} \dot{q}_4 \\ \dot{q}_5 \\ \dot{q}_6 \end{pmatrix};$$

$$\boldsymbol{\omega} = (-\mathbf{B})^{-1} \cdot \mathbf{A} \cdot \mathbf{V};$$

$$\begin{pmatrix} \dot{q}_4 \\ \dot{q}_5 \\ \dot{q}_6 \end{pmatrix} = \left(- \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right)^{-1} \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial a} F4 & \frac{\partial}{\partial b} F4 & \frac{\partial}{\partial g} F4 \\ \frac{\partial}{\partial a} F5 & \frac{\partial}{\partial b} F5 & \frac{\partial}{\partial g} F5 \\ \frac{\partial}{\partial a} F6 & \frac{\partial}{\partial b} F6 & \frac{\partial}{\partial g} F6 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \dot{a} \\ \dot{b} \\ \dot{g} \end{pmatrix};$$

Численные примеры решения обратной задачи о скоростях:

Подставив координаты центра выходного звена в решение обратной задачи о положениях, получаем значения обобщенных координат, в результате получаем следующие значения частных производных для уравнения Анджедеса-Гослена:

Матрица частных производных от неявных функций по x, y, z :

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial x_A} F1 & \frac{\partial}{\partial y_A} F1 & \frac{\partial}{\partial z_A} F1 \\ \frac{\partial}{\partial x_B} F2 & \frac{\partial}{\partial y_B} F2 & \frac{\partial}{\partial z_B} F2 \\ \frac{\partial}{\partial x_C} F3 & \frac{\partial}{\partial y_C} F3 & \frac{\partial}{\partial z_C} F3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0,392 & 0,233 & -0,583 \\ -6,631 \cdot 10^{-3} & -0,456 & -0,583 \\ 0,398 & 0,222 & -0,583 \end{pmatrix};$$

Матрица частных производных от неявной функции по q_i :

$$\mathbf{B} = \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial q_1} F1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial q_2} F2 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial q_3} F3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,583 & 0 & 0 \\ 0 & 0,583 & 0 \\ 0 & 0 & 0,583 \end{pmatrix};$$

Данные матрицы частных производных имеют постоянные члены, что свидетельствует об отсутствии особых положений при осуществлении поступательных движений.

Подставив полученные результаты в уравнение Анджелеса-Гослена, получаем следующие соотношения абсолютных и обобщенных скоростей:

$$\begin{pmatrix} -0,392 & 0,233 & -0,583 \\ -6,631 \cdot 10^{-3} & -0,456 & -0,583 \\ 0,398 & 0,222 & -0,583 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} 0,583 & 0 & 0 \\ 0 & 0,583 & 0 \\ 0 & 0 & 0,583 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \dot{q}_3 \end{pmatrix};$$

Для решения обратной задачи о скоростях, подставим требуемые значения абсолютных скоростей выходного звена:

$$\mathbf{V} = \begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \text{ м/с} \\ 1 \text{ м/с} \\ 1 \text{ м/с} \end{pmatrix};$$

Обобщенные скорости в приводах будут равны:

$$\begin{pmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \dot{q}_3 \end{pmatrix} = (-\mathbf{B})^{-1} \cdot \mathbf{A} \cdot \mathbf{V} = \begin{pmatrix} 1,272 \text{ м/с} \\ 1,793 \text{ м/с} \\ -0,063 \text{ м/с} \end{pmatrix};$$

Для решения прямой задачи о скоростях подставим требуемые значения обобщенных скоростей в приводах:

$$\boldsymbol{\omega} = \begin{pmatrix} 1 \text{ м/с} \\ 1 \text{ м/с} \\ 1 \text{ м/с} \end{pmatrix};$$

В таком случае абсолютные скорости выходного звена будут равны:

$$\begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{pmatrix} = (\mathbf{A}^{-1} \cdot (-\mathbf{B})) \cdot \boldsymbol{\omega} = \begin{pmatrix} 0 \text{ м/с} \\ 0 \text{ м/с} \\ 1 \text{ м/с} \end{pmatrix};$$

Рассмотрим численный пример относительно поворотов выходного звена.

Матрица частных производных по a, b, g :

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial a} F4 & \frac{\partial}{\partial b} F4 & \frac{\partial}{\partial g} F4 \\ \frac{\partial}{\partial a} F5 & \frac{\partial}{\partial b} F5 & \frac{\partial}{\partial g} F5 \\ \frac{\partial}{\partial a} F6 & \frac{\partial}{\partial b} F6 & \frac{\partial}{\partial g} F6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,783 & -0,783 & 1,4 \\ 0,783 & 0,783 & 1,4 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix};$$

Матрица частных производных по q_i :

$$\mathbf{B} = \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial q_4} F4 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial q_5} F5 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial q_6} F6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix};$$

Данные матрицы частных производных имеют постоянные члены, что свидетельствует об отсутствии особых положений при осуществлении вращательных движений.

Подставив полученные результаты в уравнение Анджелеса-Гослена, получаем следующие соотношения абсолютных и обобщенных скоростей:

$$\begin{pmatrix} 0,783 & -0,783 & 1,4 \\ 0,783 & 0,783 & 1,4 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \dot{a} \\ \dot{b} \\ \dot{g} \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \dot{q}_4 \\ \dot{q}_5 \\ \dot{q}_6 \end{pmatrix};$$

Для решения обратной задачи о скоростях, подставим требуемые значения абсолютных скоростей выходного звена:

$$\mathbf{V} = \begin{pmatrix} \dot{a} \\ \dot{b} \\ \dot{g} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \text{ рад/с} \\ 1 \text{ рад/с} \\ 1 \text{ рад/с} \end{pmatrix};$$

Обобщенные скорости в приводах будут равны:

$$\begin{pmatrix} \dot{q}_4 \\ \dot{q}_5 \\ \dot{q}_6 \end{pmatrix} = (-\mathbf{B})^{-1} \cdot \mathbf{A} \cdot \mathbf{V} = \begin{pmatrix} 1,4 \text{ рад/с} \\ 2,966 \text{ рад/с} \\ 1 \text{ рад/с} \end{pmatrix};$$

Для решения прямой задачи о скоростях, подставим требуемые значения обобщенных скоростей в приводах:

$$\boldsymbol{\omega} = \begin{pmatrix} 1 \text{ рад/с} \\ 1 \text{ рад/с} \\ 1 \text{ рад/с} \end{pmatrix};$$

В таком случае абсолютные скорости выходного звена будут равны:

$$\begin{pmatrix} \dot{a} \\ \dot{b} \\ \dot{g} \end{pmatrix} = (\mathbf{A}^{-1} \cdot (-\mathbf{B})) \cdot \boldsymbol{\omega} = \begin{pmatrix} 0 \text{ рад/с} \\ -0,51 \text{ рад/с} \\ 1 \text{ рад/с} \end{pmatrix};$$

Для рассматриваемого механизма параллельной структуры с шестью степенями свободы была найдена взаимосвязь между координатами выходного звена и перемещениями приводов. Исходя из того, что полученные матрицы частных производных являются константными, можно сделать вывод, что рассматриваемый механизм не имеет особых положений. Решены прямая и обратная задачи о скоростях методом дифференцирования уравнений связи.

4.2. ДИНАМИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

Для удобства расчетов коническое зубчатое колесо будем считать цилиндрическим зубчатым колесом с диаметром равным среднему значению между большим и малым диаметром конического зубчатого колеса.

Динамический анализ проводится на основе уравнения Лагранжа второго рода, поскольку нас интересует в первую очередь вращательные движения механизма, система уравнений Лагранжа второго рода примет вид:

$$\begin{cases} \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\alpha}} \right) - \frac{\partial T}{\partial \alpha} = Q_1 \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\beta}} \right) - \frac{\partial T}{\partial \beta} = Q_2, \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\gamma}} \right) - \frac{\partial T}{\partial \gamma} = Q_3 \end{cases}$$

где T – кинетическая энергия механизма;

$\alpha, \beta, \gamma, \dot{\alpha}, \dot{\beta}, \dot{\gamma}$ – углы поворотов и угловые скорости выходного звена относительно соответствующих осей вращения;

$$Q_1 = M_1 \cdot \frac{\partial \varphi_1}{\partial \alpha} + M_2 \cdot \frac{\partial \varphi_2}{\partial \alpha} + M_3 \cdot \frac{\partial \varphi_3}{\partial \alpha};$$

$$Q_2 = M_1 \cdot \frac{\partial \varphi_1}{\partial \beta} + M_2 \cdot \frac{\partial \varphi_2}{\partial \beta} + M_3 \cdot \frac{\partial \varphi_3}{\partial \beta};$$

$$Q_3 = M_1 \cdot \frac{\partial \varphi_1}{\partial \gamma} + M_2 \cdot \frac{\partial \varphi_2}{\partial \gamma} + M_3 \cdot \frac{\partial \varphi_3}{\partial \gamma};$$

M_1, M_2, M_3 – крутящие моменты в приводах, действующие на начальное звено;

$\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$ – углы поворотов в приводах;

$\frac{\partial \varphi_i}{\partial \alpha}, \frac{\partial \varphi_i}{\partial \beta}, \frac{\partial \varphi_i}{\partial \gamma}$ – постоянные коэффициенты, составленные из частных производных, определяемых из уравнений связей:

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial \alpha} F4 & \frac{\partial}{\partial \beta} F4 & \frac{\partial}{\partial \gamma} F4 \\ \frac{\partial}{\partial \alpha} F5 & \frac{\partial}{\partial \beta} F5 & \frac{\partial}{\partial \gamma} F5 \\ \frac{\partial}{\partial \alpha} F6 & \frac{\partial}{\partial \beta} F6 & \frac{\partial}{\partial \gamma} F6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,783 & -0,783 & 1,4 \\ 0,783 & 0,783 & 1,4 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Определение кинетической энергии механизма осуществляется для каждого звена по отдельности, особым случаем является определение кинетической энергии выходного звена, поскольку его кинетическая энергия будет зависеть от его углов поворотов:

$$T_k = \frac{\omega_\xi^2 \cdot J_\xi + \omega_\eta^2 \cdot J_\eta + \omega_\zeta^2 \cdot J_\zeta}{2},$$

где $\omega_\xi, \omega_\eta, \omega_\zeta$ – проекции угловых скоростей выходного звена на оси ξ, η, ζ :

$$\omega_\xi = k_{\xi\alpha} \cdot \dot{\alpha} + k_{\xi\beta} \cdot \dot{\beta} + k_{\xi\gamma} \cdot \dot{\gamma};$$

$$\omega_\eta = k_{\eta\alpha} \cdot \dot{\alpha} + k_{\eta\beta} \cdot \dot{\beta} + k_{\eta\gamma} \cdot \dot{\gamma};$$

$$\omega_\zeta = k_{\zeta\alpha} \cdot \dot{\alpha} + k_{\zeta\beta} \cdot \dot{\beta} + k_{\zeta\gamma} \cdot \dot{\gamma},$$

$k_{\xi\alpha}, k_{\xi\beta}, k_{\xi\gamma}, k_{\eta\alpha}, k_{\eta\beta}, k_{\eta\gamma}, k_{\zeta\alpha}, k_{\zeta\beta}, k_{\zeta\gamma}$ – переменные коэффициенты зависящие от углов поворота выходного звена α, β, γ .

Определим моменты инерции выходного звена:

$$J_{\xi} = \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot r_1^2; \quad J_{\eta} = \frac{1}{12} \cdot m_1 \cdot h_1^2 + \frac{1}{4} \cdot m_1 \cdot r_1^2 + m_1 \cdot l_1^2;$$

$$J_{\zeta} = \frac{1}{12} \cdot m_1 \cdot h_1^2 + \frac{1}{4} \cdot m_1 \cdot r_1^2 + m_1 \cdot l_1^2,$$

где m_1 – масса выходного звена, h_1 – высота конуса выходного звена, r_1 – радиус основания конуса зубчатого колеса, l_1 – расстояние от центра масс выходного звена до оси вращения.

Кинетическая энергия остальных звеньев механизма не зависит от положения и поворотов выходного звена, формула кинетической энергии для остальных звеньев имеет вид:

$$T_i = \frac{\omega_{i,\alpha} \cdot J_{i,\alpha} + \omega_{i,\beta} \cdot J_{i,\beta} + \omega_{i,\gamma} \cdot J_{i,\gamma}}{2}.$$

Выпишем значения моментов инерции для оставшихся звеньев механизма.

Поворотная втулка:

$$J_{2,\alpha} = 0; \quad J_{2,\beta} = \frac{1}{12} \cdot m_2 \cdot h_2^2 + \frac{1}{4} \cdot m_2 \cdot r_2^2 + m_2 \cdot l_2^2;$$

$$J_{2,\gamma} = \frac{1}{12} \cdot m_2 \cdot h_2^2 + \frac{1}{4} \cdot m_2 \cdot r_2^2 + m_2 \cdot l_2^2;$$

Часть Т-образного вала:

$$J_{3,\alpha} = 0; \quad J_{3,\beta} = 0;$$

$$J_{3,\gamma} = \frac{1}{12} \cdot m_{13} \cdot h_{13}^2 + \frac{1}{4} \cdot m_{12} \cdot r_{13}^2 + \frac{1}{2} m_{23} \cdot r_{23}^2,$$

В данной формуле используется две массы и два радиуса, поскольку Т-образный вал представлен в виде двух прямолинейных валов.

Двойные конические зубчатые колеса, сопряженные с выходным звеном:

$$J_{4,\alpha} = J_{4,\beta} = \frac{1}{2} \cdot m1_4 \cdot r1_4^2 + \frac{1}{2} \cdot m2_4 \cdot r2_4^2 + \frac{1}{2} \cdot m3_4 \cdot r3_4^2;$$

$$J_{4,\gamma} = \frac{1}{12} \cdot m1_4 \cdot h1_4^2 + \frac{1}{4} \cdot m1_4 \cdot r1_4^2 + m1_4 \cdot l1_4^2 + \frac{1}{12} \cdot m2_4 \cdot h2_4^2 + \frac{1}{4} \cdot m2_4 \cdot r2_4^2 + m2_4 \cdot l2_4^2 + \frac{1}{12} \cdot m3_4 \cdot h3_4^2 + \frac{1}{4} \cdot m3_4 \cdot r3_4^2 + m3_4 \cdot l3_4^2;$$

Вертикально расположенные звенья, сопряженные с двойными киническими зубчатыми колесами:

$$J_{5,\alpha} = J_{5,\beta} = \frac{1}{2} \cdot m1_5 \cdot r1_5^2 + \frac{1}{2} \cdot m2_5 \cdot r2_5^2 + \frac{1}{2} \cdot m3_5 \cdot r3_5^2;$$

$$J_{5,\gamma} = \frac{1}{2} \cdot m1_5 \cdot r1_5^2 + m1_5 \cdot l1_5^2 + \frac{1}{2} \cdot m2_5 \cdot r2_5^2 + m2_5 \cdot l2_5^2 + \frac{1}{2} \cdot m3_5 \cdot r3_5^2 + m3_5 \cdot l3_5^2;$$

Аналогичная деталь с другой стороны:

$$J_{6,\alpha} = J_{6,\beta} = \frac{1}{2} \cdot m1_6 \cdot r1_6^2 + \frac{1}{2} \cdot m2_6 \cdot r2_6^2 + \frac{1}{2} \cdot m3_6 \cdot r3_6^2;$$

$$J_{6,\gamma} = \frac{1}{2} \cdot m1_6 \cdot r1_6^2 + m1_6 \cdot l1_6^2 + \frac{1}{2} \cdot m2_6 \cdot r2_6^2 + m2_6 \cdot l2_6^2 + \frac{1}{2} \cdot m3_6 \cdot r3_6^2 + m3_6 \cdot l3_6^2;$$

Крепление только что рассмотренных звеньев с центральным валом:

$$J_{7,\alpha} = J_{7,\beta} = 0;$$

$$J_{7,\gamma} = \frac{1}{2} \cdot m1_7 \cdot (r11_7^2 + r12_7^2) + 2 \cdot \left(\frac{1}{4} \cdot m2_7 \cdot r2_7^2 + \frac{1}{12} \cdot m2_7 \cdot h2_7^2 + m2_7 \cdot l2_7^2 \right) + 2 \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot m3_7 \cdot (r31_7^2 + r32_7^2) + m3_7 \cdot l3_7^2 \right);$$

Двойное цилиндрическое зубчатое колесо передаточного механизма:

$$J_{8,\alpha} = J_{8,\beta} = J_{8,\gamma} = \frac{1}{2} \cdot m1_8 \cdot (r11_8^2 + r12_8^2) + \frac{1}{2} \cdot m2_8 \cdot (r21_8^2 + r22_8^2) + \frac{1}{2} \cdot m3_8 \cdot (r31_8^2 + r32_8^2);$$

Зафиксированное на нем с возможностью вращения второе зубчатое колесо:

$$J_{9,\alpha} = J_{9,\beta} = J_{9,\gamma} = \frac{1}{2} \cdot m_{19} \cdot (r_{119}^2 + r_{129}^2);$$

Ведущее зубчатое колесо вместе с валом, сопряженное с одинарным промежуточным зубчатым колесом передаточного механизма:

$$J_{10,\alpha} = J_{10,\beta} = J_{10,\gamma} = \frac{1}{2} \cdot m_{110} \cdot r_{110}^2 + \frac{1}{2} \cdot m_{210} \cdot r_{210}^2;$$

Второе ведущее зубчатое колесо передаточного механизма вместе с валом, сопряженное с двойным промежуточным зубчатым колесом передаточного механизма:

$$J_{11,\alpha} = J_{11,\beta} = J_{11,\gamma} = \frac{1}{2} \cdot m_{111} \cdot r_{111}^2 + \frac{1}{2} \cdot m_{211} \cdot r_{211}^2;$$

Центральный карданный вал:

$$J_{12,\alpha} = J_{12,\beta} = 0;$$

$$J_{12,\gamma} = \frac{1}{2} \cdot m_{112} \cdot r_{112}^2 + \frac{1}{2} \cdot m_{212} \cdot r_{212}^2 + \frac{1}{2} \cdot m_{312} \cdot r_{312}^2 + 4 \cdot \left(\frac{1}{4} \cdot m_{412} \cdot r_{412}^2 + \frac{1}{12} \cdot m_{412} \cdot h_{412}^2 \right);$$

Два оставшихся карданных вала:

$$J_{13,\alpha} = J_{13,\beta} = J_{13,\gamma} = \frac{1}{2} \cdot m_{113} \cdot r_{113}^2 + \frac{1}{2} \cdot m_{213} \cdot r_{213}^2 + \frac{1}{2} \cdot m_{313} \cdot r_{313}^2 + 4 \cdot \left(\frac{1}{4} \cdot m_{413} \cdot r_{413}^2 + \frac{1}{12} \cdot m_{413} \cdot h_{413}^2 \right);$$

$$J_{14,\alpha} = J_{14,\beta} = J_{14,\gamma} = \frac{1}{2} \cdot m_{114} \cdot r_{114}^2 + \frac{1}{2} \cdot m_{214} \cdot r_{214}^2 + \frac{1}{2} \cdot m_{314} \cdot r_{314}^2 + 4 \cdot \left(\frac{1}{4} \cdot m_{414} \cdot r_{414}^2 + \frac{1}{12} \cdot m_{414} \cdot h_{414}^2 \right);$$

Передаточные числа для определения угловых скоростей всех звеньев механизма приведены в таблице 4.1

Таблица 4.1

ω	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
α	1	1	1	0,59	0,59	0,59	0,59	0,52	0,52	0,73	0,73	0,73	0,73	0,73
β	1	1	1	0,59	0,59	0,59	0,59	0,52	0,52	0,73	0,73	0,73	0,73	0,73
γ	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

Таким образом уравнение кинетической энергии в общем виде имеет вид:

$$T = (K_\alpha + K'_\alpha) \cdot \dot{\alpha}^2 + (K_\beta + K'_\beta) \cdot \dot{\beta}^2 + (K_\gamma + K'_\gamma) \cdot \dot{\gamma}^2 + (K_{\alpha\beta} + K'_{\alpha\beta}) \cdot \dot{\alpha}\dot{\beta} + (K_{\alpha\gamma} + K'_{\alpha\gamma}) \cdot \dot{\alpha}\dot{\gamma} + (K_{\beta\gamma} + K'_{\beta\gamma}) \cdot \dot{\beta}\dot{\gamma},$$

где $K_\alpha, K_\beta, K_\gamma, K_{\alpha\beta}, K_{\alpha\gamma}, K_{\beta\gamma}$ – постоянные коэффициенты

$K'_\alpha, K'_\beta, K'_\gamma, K'_{\alpha\beta}, K'_{\alpha\gamma}, K'_{\beta\gamma}$ – переменные коэффициенты зависящие от углов поворотов выходного звена α, β, γ .

В таком случае частные производные будут кинетической энергии будут равны:

$$\frac{\partial T}{\partial \alpha} = \frac{\partial K'_\alpha}{\partial \alpha} \cdot \dot{\alpha}^2 + \frac{\partial K'_{\alpha\beta}}{\partial \alpha} \cdot \dot{\alpha}\dot{\beta} + \frac{\partial K'_{\alpha\gamma}}{\partial \alpha} \cdot \dot{\alpha}\dot{\gamma};$$

$$\frac{\partial T}{\partial \beta} = \frac{\partial K'_\beta}{\partial \beta} \cdot \dot{\beta}^2 + \frac{\partial K'_{\alpha\beta}}{\partial \beta} \cdot \dot{\alpha}\dot{\beta} + \frac{\partial K'_{\beta\gamma}}{\partial \beta} \cdot \dot{\beta}\dot{\gamma};$$

$$\frac{\partial T}{\partial \gamma} = \frac{\partial K'_\gamma}{\partial \gamma} \cdot \dot{\gamma}^2 + \frac{\partial K'_{\alpha\gamma}}{\partial \gamma} \cdot \dot{\alpha}\dot{\gamma} + \frac{\partial K'_{\beta\gamma}}{\partial \gamma} \cdot \dot{\beta}\dot{\gamma};$$

$$\frac{\partial T}{\partial \dot{\alpha}} = 2 \cdot (K_\alpha + K'_\alpha) \cdot \dot{\alpha} + (K_{\alpha\beta} + K'_{\alpha\beta}) \cdot \dot{\beta} + (K_{\alpha\gamma} + K'_{\alpha\gamma}) \cdot \dot{\gamma}$$

$$\frac{\partial T}{\partial \dot{\beta}} = 2 \cdot (K_\beta + K'_\beta) \cdot \dot{\beta} + (K_{\alpha\beta} + K'_{\alpha\beta}) \cdot \dot{\alpha} + (K_{\beta\gamma} + K'_{\beta\gamma}) \cdot \dot{\gamma}$$

$$\frac{\partial T}{\partial \dot{\gamma}} = 2 \cdot (K_\gamma + K'_\gamma) \cdot \dot{\gamma} + (K_{\alpha\gamma} + K'_{\alpha\gamma}) \cdot \dot{\alpha} + (K_{\beta\gamma} + K'_{\beta\gamma}) \cdot \dot{\beta}$$

$$\begin{aligned}\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\alpha}}\right) &= 2 \cdot (K_{\alpha} + K'_{\alpha}) \cdot \ddot{\alpha} + (K_{\alpha\beta} + K'_{\alpha\beta}) \cdot \ddot{\beta} + (K_{\alpha\gamma} + K'_{\alpha\gamma}) \cdot \ddot{\gamma} \\ &= U_{\alpha} \cdot \ddot{\alpha} + U_{\alpha\beta} \cdot \ddot{\beta} + U_{\alpha\gamma} \cdot \ddot{\gamma}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\beta}}\right) &= 2 \cdot (K_{\beta} + K'_{\beta}) \cdot \ddot{\beta} + (K_{\alpha\beta} + K'_{\alpha\beta}) \cdot \ddot{\alpha} + (K_{\beta\gamma} + K'_{\beta\gamma}) \cdot \ddot{\gamma} \\ &= U_{\beta} \cdot \ddot{\beta} + U_{\alpha\beta} \cdot \ddot{\alpha} + U_{\beta\gamma} \cdot \ddot{\gamma}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\gamma}}\right) &= 2 \cdot (K_{\gamma} + K'_{\gamma}) \cdot \ddot{\gamma} + (K_{\alpha\gamma} + K'_{\alpha\gamma}) \cdot \ddot{\alpha} + (K_{\beta\gamma} + K'_{\beta\gamma}) \cdot \ddot{\beta} \\ &= U_{\gamma} \cdot \ddot{\gamma} + U_{\alpha\gamma} \cdot \ddot{\alpha} + U_{\beta\gamma} \cdot \ddot{\beta}\end{aligned}$$

Подставим получившиеся выражения в общую систему уравнений Лагранжа второго рода:

$$\begin{cases} U_{\alpha} \cdot \ddot{\alpha} + U_{\alpha\beta} \cdot \ddot{\beta} + U_{\alpha\gamma} \cdot \ddot{\gamma} - \left(\frac{\partial K'_{\alpha}}{\partial \alpha} \cdot \dot{\alpha}^2 + \frac{\partial K'_{\alpha\beta}}{\partial \alpha} \cdot \dot{\alpha}\dot{\beta} + \frac{\partial K'_{\alpha\gamma}}{\partial \alpha} \cdot \dot{\alpha}\dot{\gamma} \right) = M_1 \cdot \frac{\partial \varphi_1}{\partial \alpha} + M_2 \cdot \frac{\partial \varphi_2}{\partial \alpha} + M_3 \cdot \frac{\partial \varphi_3}{\partial \alpha} \\ U_{\beta} \cdot \ddot{\beta} + U_{\alpha\beta} \cdot \ddot{\alpha} + U_{\beta\gamma} \cdot \ddot{\gamma} - \left(\frac{\partial K'_{\beta}}{\partial \beta} \cdot \dot{\beta}^2 + \frac{\partial K'_{\alpha\beta}}{\partial \beta} \cdot \dot{\alpha}\dot{\beta} + \frac{\partial K'_{\beta\gamma}}{\partial \beta} \cdot \dot{\beta}\dot{\gamma} \right) = M_1 \cdot \frac{\partial \varphi_1}{\partial \beta} + M_2 \cdot \frac{\partial \varphi_2}{\partial \beta} + M_3 \cdot \frac{\partial \varphi_3}{\partial \beta} \\ U_{\gamma} \cdot \ddot{\gamma} + U_{\alpha\gamma} \cdot \ddot{\alpha} + U_{\beta\gamma} \cdot \ddot{\beta} - \left(\frac{\partial K'_{\gamma}}{\partial \gamma} \cdot \dot{\gamma}^2 + \frac{\partial K'_{\alpha\gamma}}{\partial \gamma} \cdot \dot{\alpha}\dot{\gamma} + \frac{\partial K'_{\beta\gamma}}{\partial \gamma} \cdot \dot{\beta}\dot{\gamma} \right) = M_1 \cdot \frac{\partial \varphi_1}{\partial \gamma} + M_2 \cdot \frac{\partial \varphi_2}{\partial \gamma} + M_3 \cdot \frac{\partial \varphi_3}{\partial \gamma} \end{cases}$$

Рассмотрим численный пример, где конечное время расчета равняется трем секундам.

Используем закон управления, минимизирующий ошибку по положению, скорости и ускорению выходного звена. При этом ошибка должна подчиняться закону, соответствующему колебательному движению выходного звена, а коэффициенты, характеризующие колебательное движение, будут: $Hg = 240$, $Hg1 = 480$.

Примем, что требуемые законы изменения абсолютных координат выходного звена будут равны:

$$\alpha = 0,1 \cdot \sin(10 \cdot t),$$

$$\beta = 0,1 \cdot \cos(10 \cdot t),$$

$$\gamma = 0,2 \cdot \sin(5 \cdot t).$$

Законы изменения угловых скоростей будут равны:

$$\dot{\alpha} = \cos(10 \cdot t),$$

$$\dot{\beta} = -\sin(10 \cdot t),$$

$$\dot{\gamma} = \cos(5 \cdot t).$$

Законы изменения угловых ускорений:

$$\ddot{\alpha} = -10 \cdot \sin(10 \cdot t),$$

$$\ddot{\beta} = -10 \cdot \cos(10 \cdot t),$$

$$\ddot{\gamma} = -5 \cdot \sin(5 \cdot t).$$

Для примера будем рассматривать случай, когда начальные условия будут равны:

$$\alpha_0 = 0,05; \quad \dot{\alpha}_0 = 0,6;$$

$$\beta_0 = 0,1; \quad \dot{\beta}_0 = 0,8;$$

$$\gamma_0 = 0,3; \quad \dot{\gamma}_0 = 0,4;$$

В результате получаем следующие графики изменения абсолютных координат (Рис. 4.1-4.3), скоростей (Рис. 4.4-4.6) выходного звена, а также фазовые траектории (Рис. 4.7-4.9), где F_i заданный закон изменения ($i = \alpha, \beta, \gamma, \dot{\alpha}, \dot{\beta}, \dot{\gamma}$):

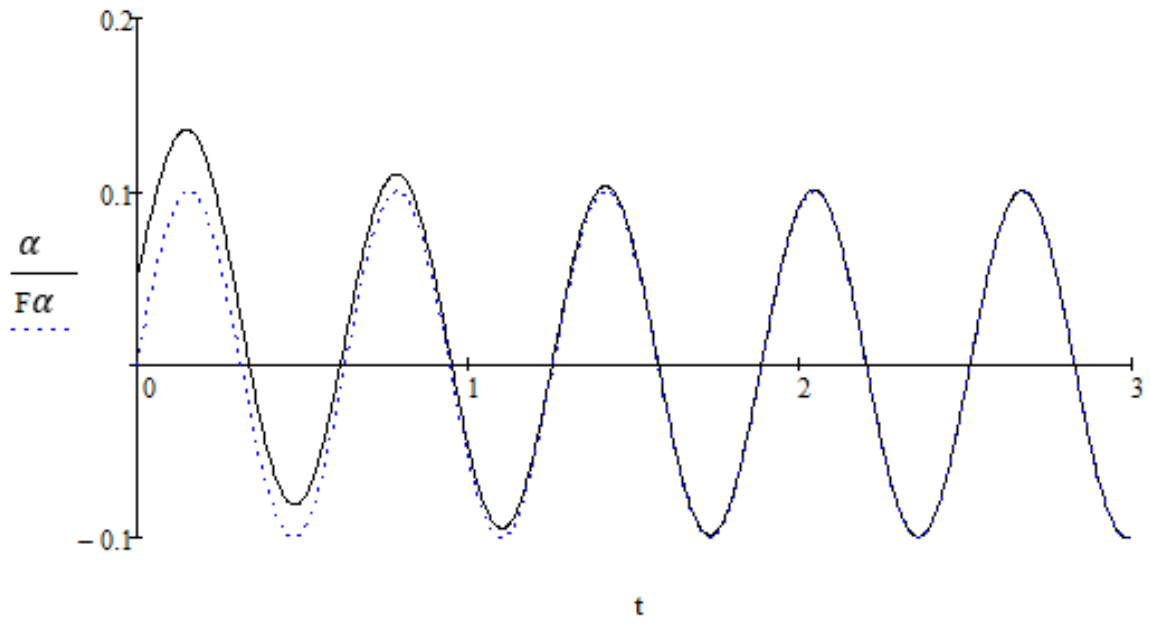


Рисунок 4.1 График изменения координаты α

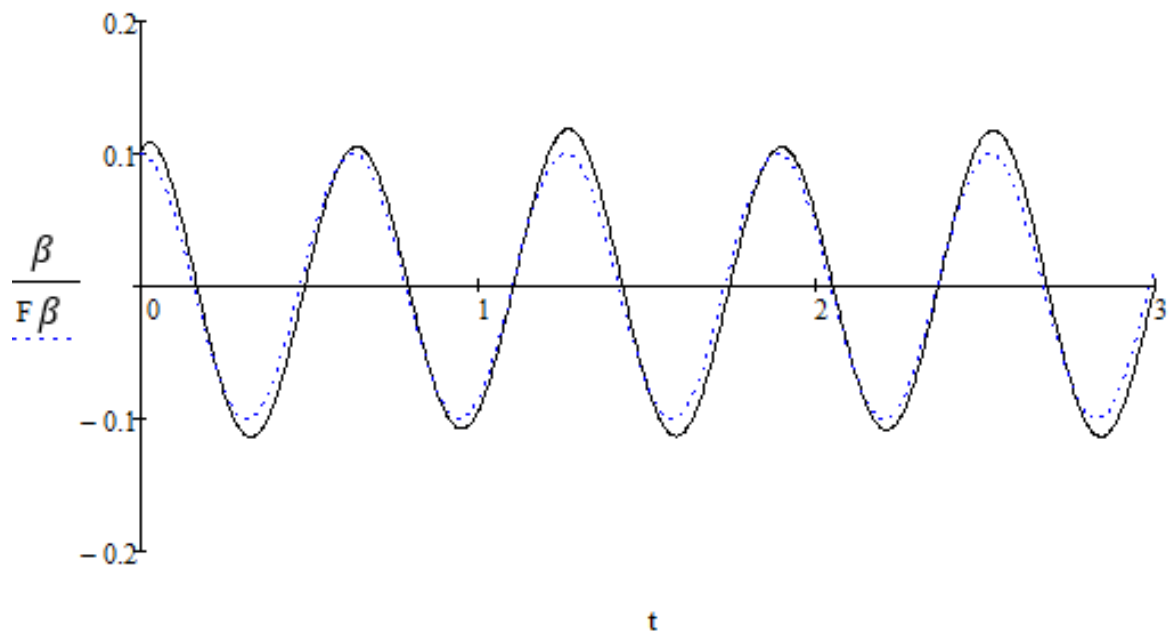


Рисунок 4.2 График изменения координаты β

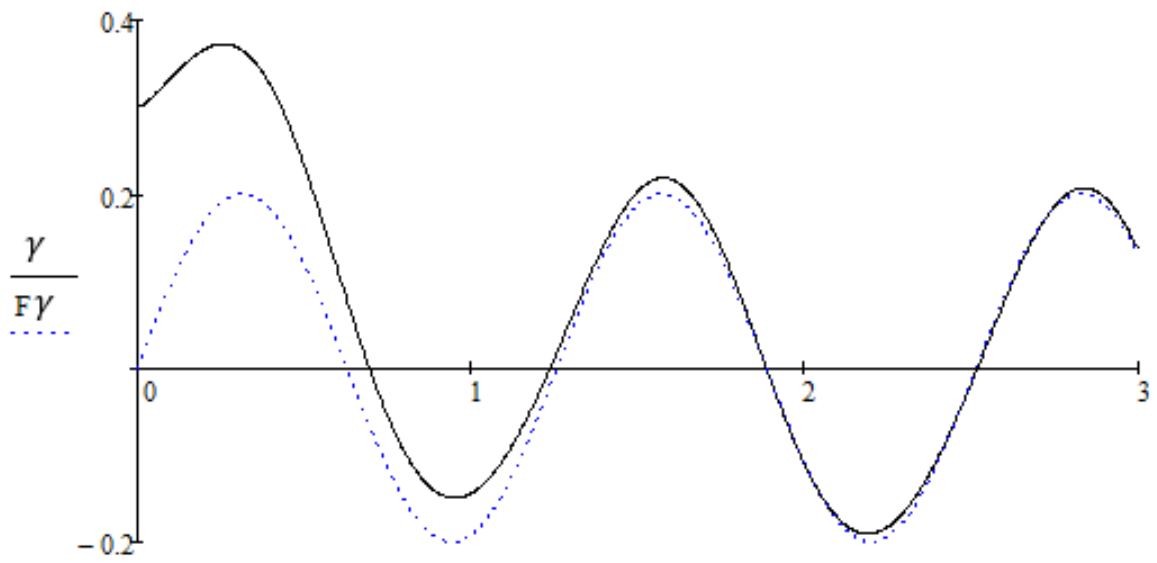


Рисунок 4.3 График изменения координаты γ

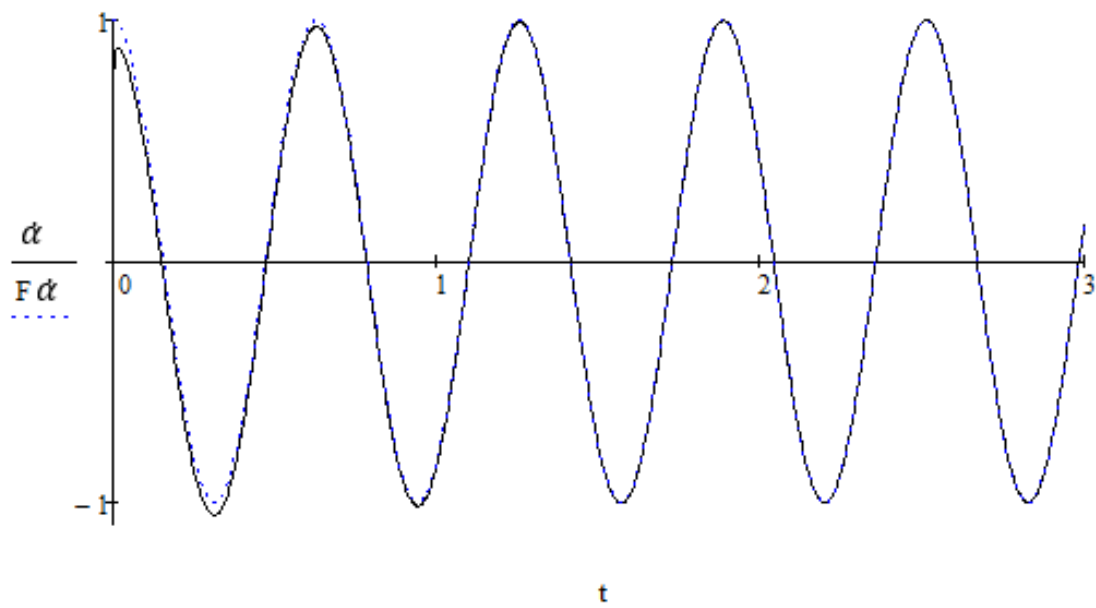


Рисунок 4.4 График изменения скорости $\dot{\alpha}$

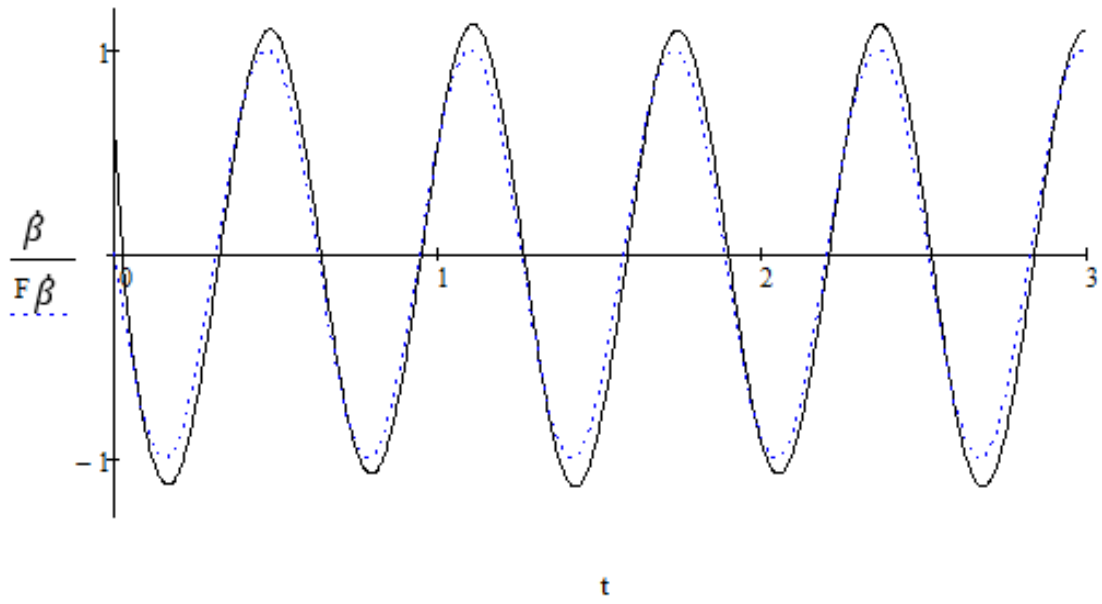


Рисунок 4.5 График изменения скорости β

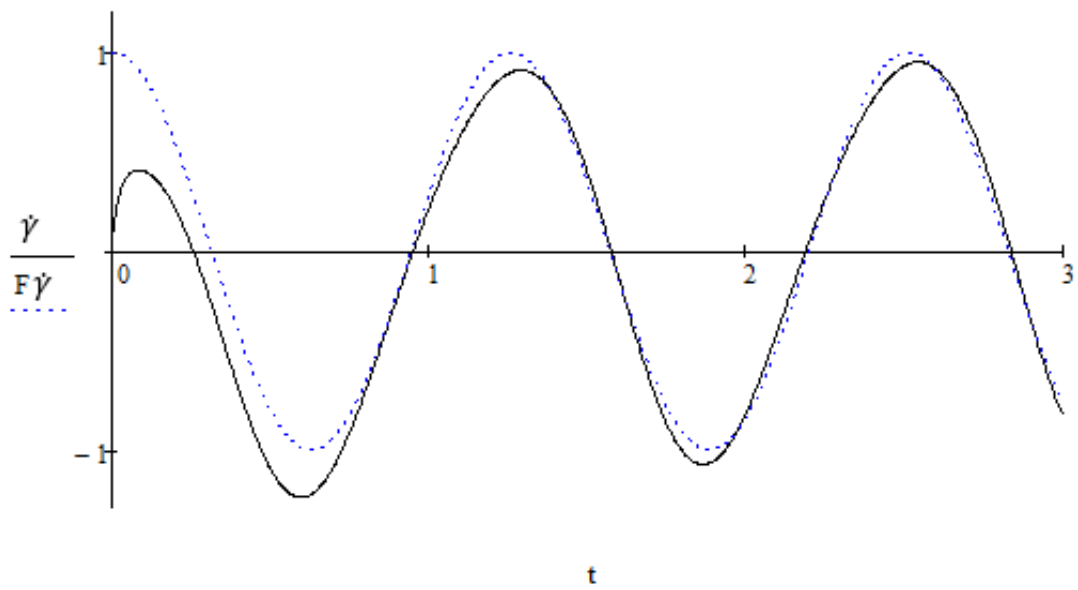


Рисунок 4.6 График изменения скорости $\dot{\gamma}$

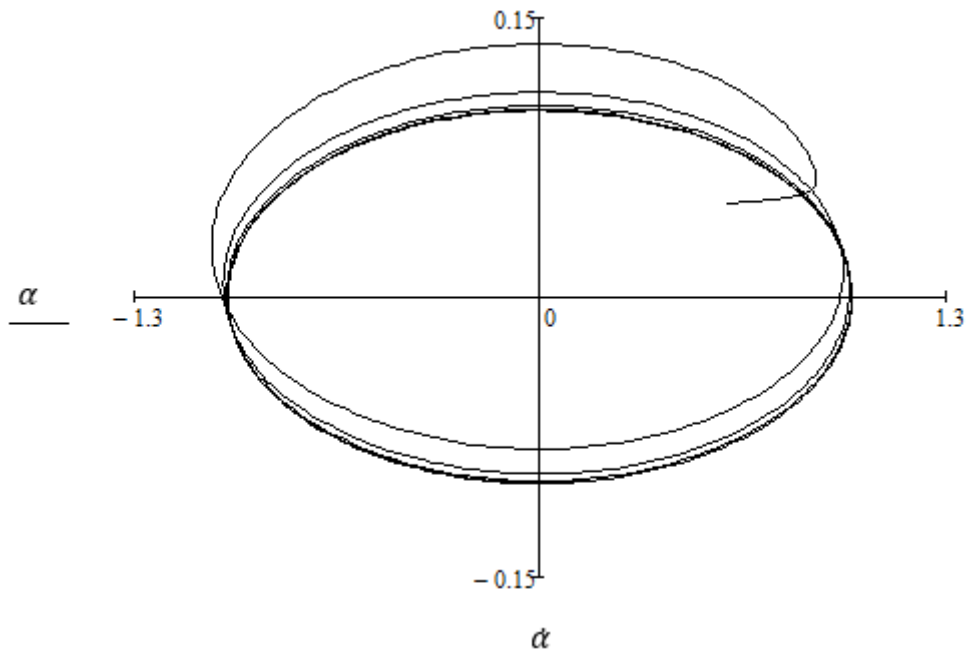


Рисунок 4.7 Фазовая траектория относительно α

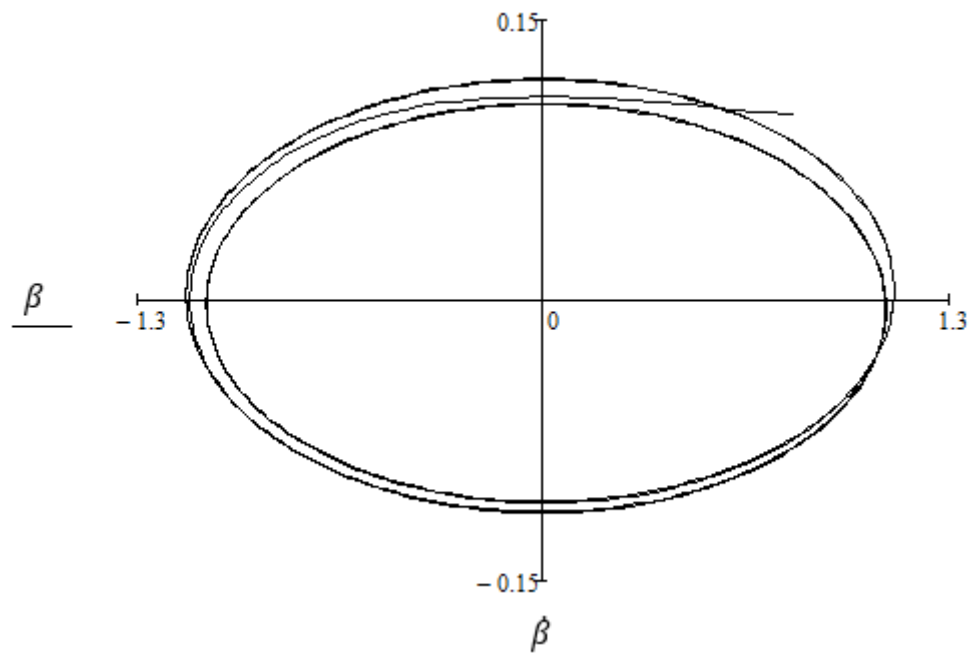


Рисунок 4.8 Фазовая траектория относительно β

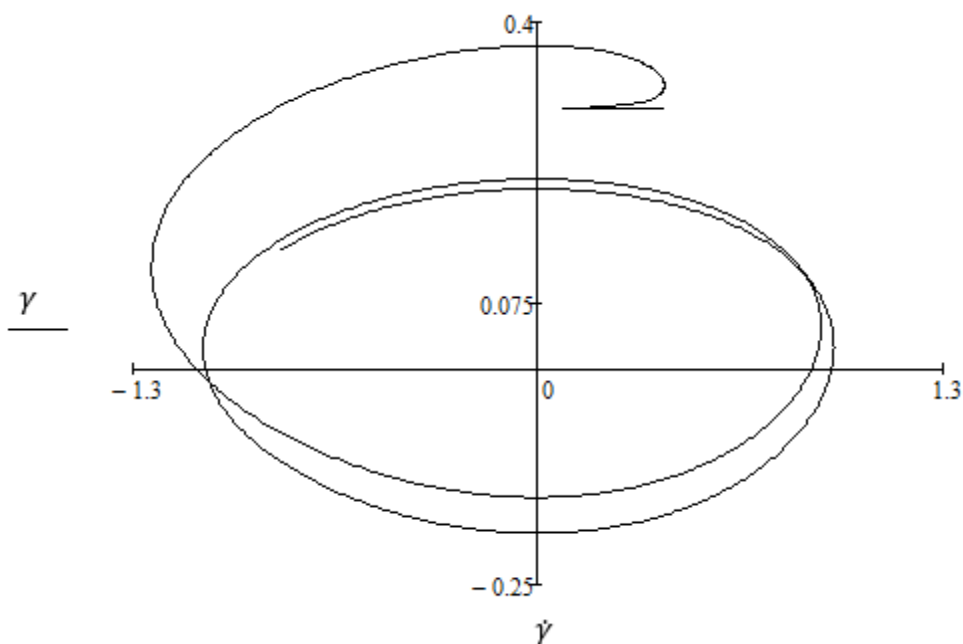


Рисунок 4.9 Фазовая траектория относительно γ

Таким образом, решена задача динамического анализа с учетом закона управления.

ГЛАВА 5. ОЦЕНКА ВЛИЯНИЯ ТРЕНИЯ. РАЗРАБОТКА ДЕЙСТВУЮЩЕЙ МОДЕЛИ

В данной главе производится оценка влияния трения в кинематических парах механизма параллельной структуры с шестью степенями свободы, обладающего кинематической развязкой, постоянным передаточным отношением при осуществлении вращательных движений, а также не имеющего особых положений. Представлен натурный макет механизма параллельной структуры с кинематической развязкой и постоянным передаточным отношением при осуществлении вращательных движений.

5.1. ОЦЕНКА ВЛИЯНИЯ ТРЕНИЯ В КИНЕМАТИЧЕСКИХ ПАРАХ

Найдем скорости в однопарном зацеплении зубчатых колес (Рис. 5.1). Для удобства будем рассматривать замещающую кинематическую схему,

аналогичную зубчатому зацеплению двух цилиндрических зубчатых колес, где точка контакта B перемещается по линии зацепления $MM1$ (Рис. 5.2).

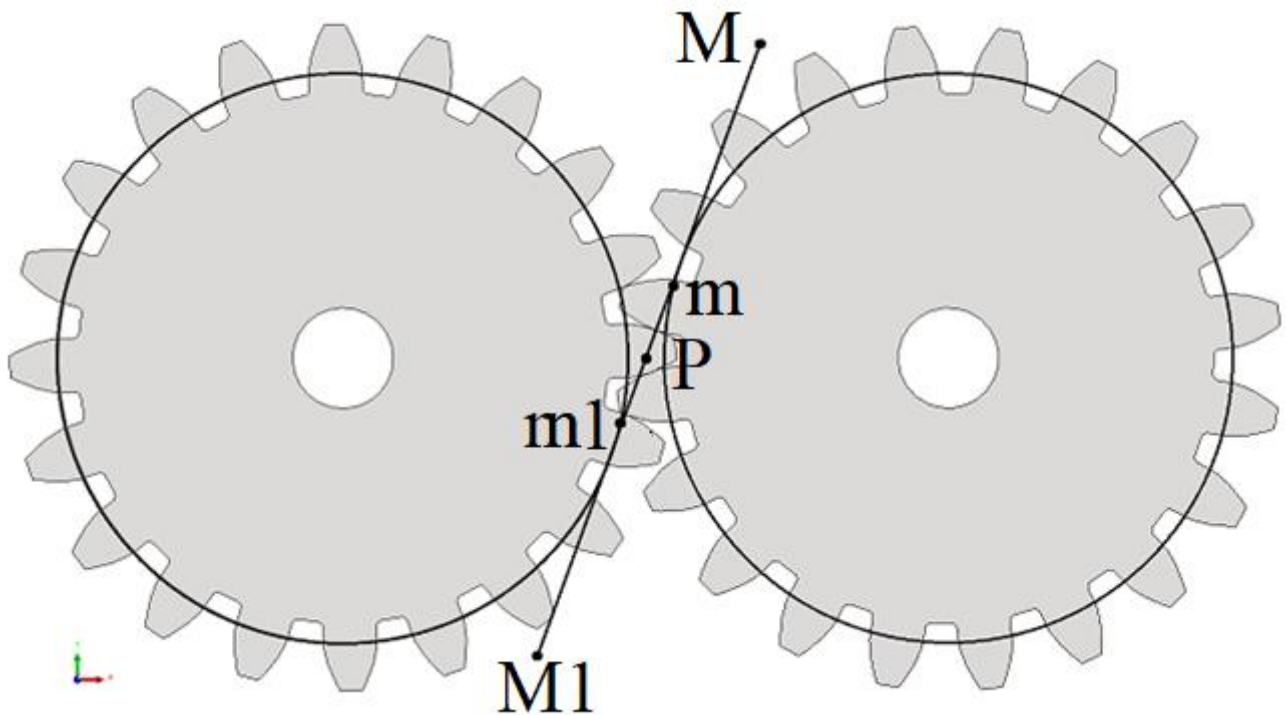


Рисунок 5.1

В точке выхода C (Рис. 5.2) нам известна угловая скорость $\overline{\omega_C} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$, также известны расстояния от точек крепления и точки контакта A, B, C до полюса зацепления P исходя из данных параметров найдем скорость скольжения в точке контакта.

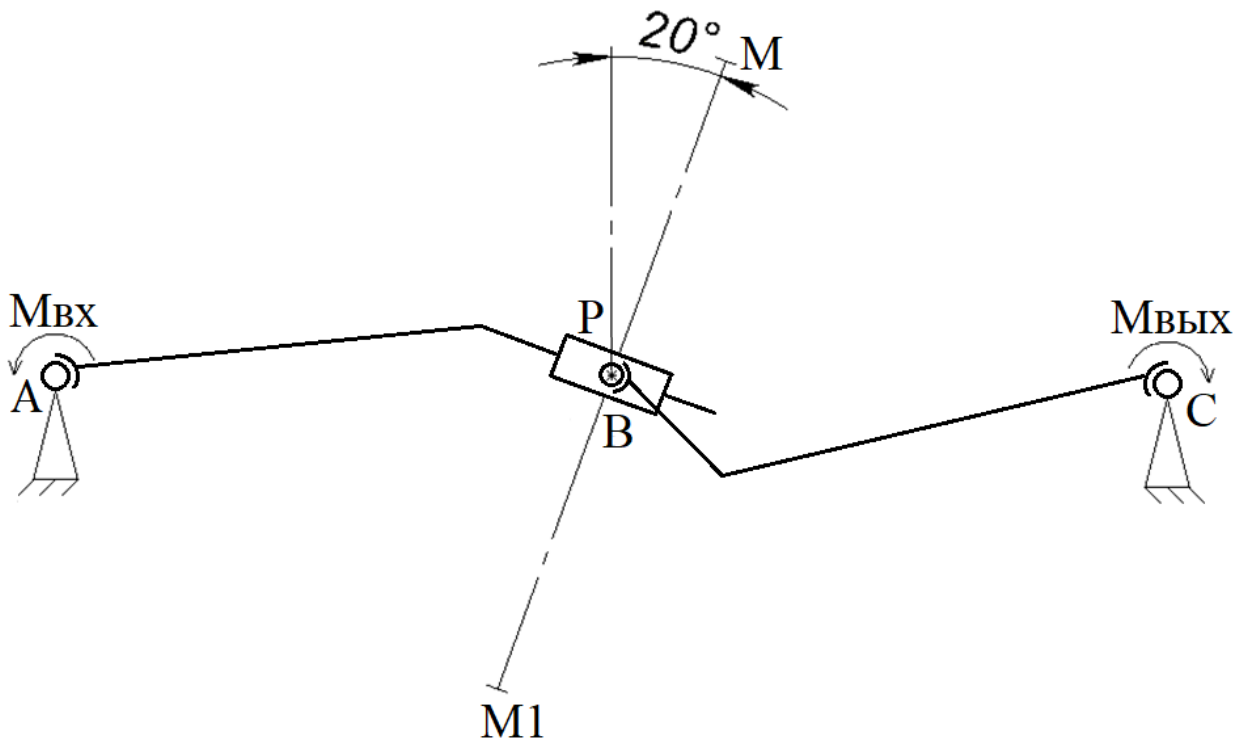


Рисунок 5.2

Для определения скорости скольжения профилей зубьев воспользуемся системой уравнений:

$$\begin{cases} \omega_A + \omega_B + \omega_C = 0 \\ \rho_A \times \omega_A + \rho_B \times \omega_B + \rho_C \times \omega_C + V_{\text{ск}} = 0, \\ V_{\text{ск}} \cdot \mathbf{PB} = 0 \end{cases}$$

где $\rho_i = \begin{pmatrix} \rho_{ix} \\ \rho_{iy} \\ \rho_{iz} \end{pmatrix}$ вектор идущий от полюса зацепления P до точки $i = A, B, C$.

Поскольку точка контакта находится в полюсе зацепления, точки A, B, C лежат на одной прямой, а следовательно и отклонения данных точек будут только по одной координате, а именно ρ_{ix} , следовательно, $\rho_{iy} = \rho_{iz} = 0, i = A, B, C$. Также вектор \mathbf{PB} будет равняться нулю. Исходя из равенства диаметров рассматриваемых зубчатых колес можно сделать вывод, что ρ_{Ax} и ρ_{Cx} равны по модулю.

$$\boldsymbol{\rho}_A \times \boldsymbol{\omega}_A = \begin{vmatrix} i & j & k \\ \rho_{Ax} & \rho_{Ay} & \rho_{Az} \\ \omega_{Ax} & \omega_{Ay} & \omega_{Az} \end{vmatrix} = \begin{pmatrix} \rho_{Ay}\omega_{Az} - \rho_{Az}\omega_{Ay} \\ -\rho_{Ax}\omega_{Az} + \rho_{Az}\omega_{Ax} \\ \rho_{Ax}\omega_{Ay} - \rho_{Ay}\omega_{Ax} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -\rho_{Ax}\omega_{Az} \\ 0 \end{pmatrix};$$

Поскольку точка В совпадает с точкой Р $\boldsymbol{\rho}_B = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$, а следовательно и

$$\boldsymbol{\rho}_B \times \boldsymbol{\omega}_B = \begin{vmatrix} i & j & k \\ \rho_{Bx} & \rho_{By} & \rho_{Bz} \\ \omega_{Bx} & \omega_{By} & \omega_{Bz} \end{vmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix};$$

$$\boldsymbol{\rho}_C \times \boldsymbol{\omega}_C = \begin{vmatrix} i & j & k \\ \rho_{Cx} & \rho_{Cy} & \rho_{Cz} \\ \omega_{Cx} & \omega_{Cy} & \omega_{Cz} \end{vmatrix} = \begin{pmatrix} \rho_{Cy}\omega_{Cz} - \rho_{Cz}\omega_{Cy} \\ -\rho_{Cx}\omega_{Cz} + \rho_{Cz}\omega_{Cx} \\ \rho_{Cx}\omega_{Cy} - \rho_{Cy}\omega_{Cx} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -\rho_{Cx} \\ 0 \end{pmatrix};$$

Подставим получившиеся значения в систему уравнений:

$$\begin{cases} \omega_{Az} + \omega_{Bz} = -1 \\ -\rho_{Ax}\omega_{Az} - \rho_{Cx} = 0; \end{cases}$$

Выразим ω_{Az} из последнего уравнения:

$$\omega_{Az} = -\frac{\rho_{Cx}}{\rho_{Ax}} = 1.$$

Поскольку в данном примере $\rho_{Ax} = -\rho_{Cx}$, выразим значение $\omega_{Bz} = -2$.

Таким образом скорость скольжения профилей зубьев в случае, когда точка контакта находится в полюсе зацепления будет равняться нулю, а угловая скорость в точке контакта, будет суммой угловых скоростей зубчатых колес, имеющей обратное направление.

Рассмотрим случай, когда точка контакта находится в крайней точки линии зацепления, на примере точки М1 (Рис. 5.3).

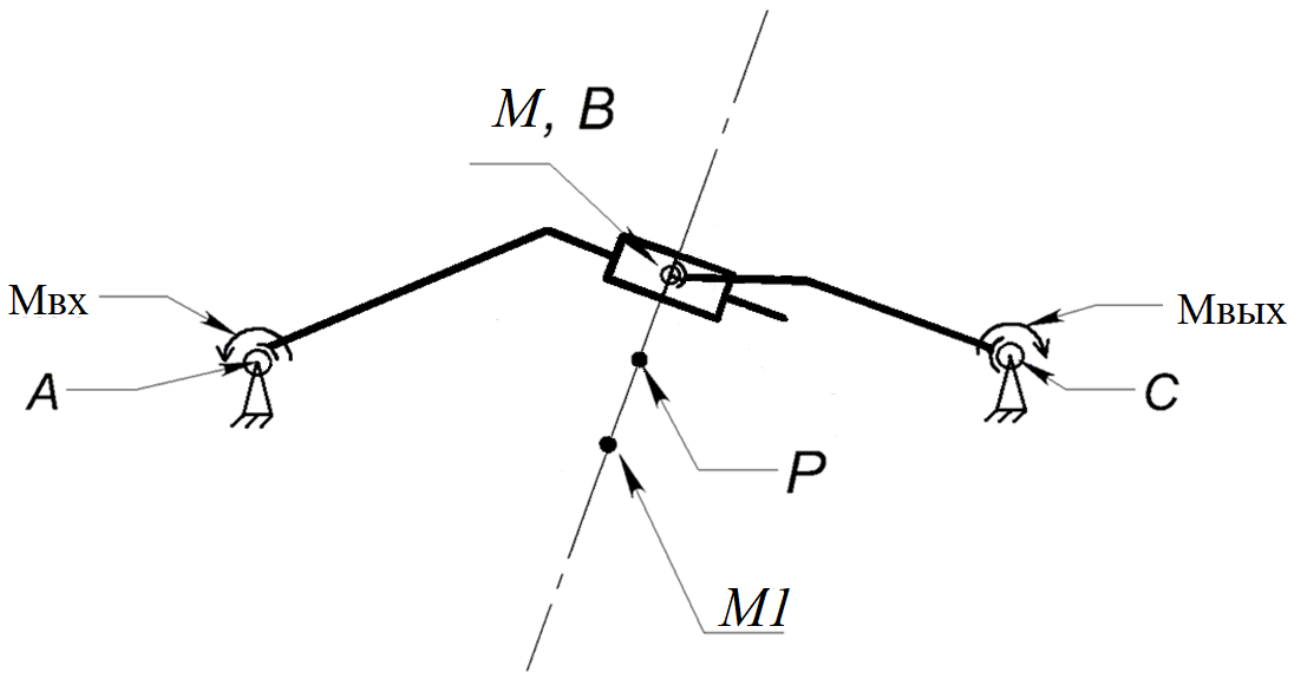


Рисунок 5.3

Для определения скорости скольжения также воспользуемся системой уравнений:

$$\begin{cases} \omega_A + \omega_B + \omega_C = 0 \\ \rho_A \times \omega_A + \rho_B \times \omega_B + \rho_C \times \omega_C + V_{ск} = 0, \\ V_{ск} \cdot PB = 0 \end{cases}$$

$$\rho_A \times \omega_A = \begin{vmatrix} i & j & k \\ \rho_{Ax} & \rho_{Ay} & \rho_{Az} \\ \omega_{Ax} & \omega_{Ay} & \omega_{Az} \end{vmatrix} = \begin{pmatrix} \rho_{Ay}\omega_{Az} - \rho_{Az}\omega_{Ay} \\ -\rho_{Ax}\omega_{Az} + \rho_{Az}\omega_{Ax} \\ \rho_{Ax}\omega_{Ay} - \rho_{Ay}\omega_{Ax} \end{pmatrix};$$

$$\rho_B \times \omega_B = \begin{vmatrix} i & j & k \\ \rho_{Bx} & \rho_{By} & \rho_{Bz} \\ \omega_{Bx} & \omega_{By} & \omega_{Bz} \end{vmatrix} = \begin{pmatrix} \rho_{By}\omega_{Bz} - \rho_{Bz}\omega_{By} \\ -\rho_{Bx}\omega_{Bz} + \rho_{Bz}\omega_{Bx} \\ \rho_{Bx}\omega_{By} - \rho_{By}\omega_{Bx} \end{pmatrix};$$

$$\rho_C \times \omega_C = \begin{vmatrix} i & j & k \\ \rho_{Cx} & \rho_{Cy} & \rho_{Cz} \\ \omega_{Cx} & \omega_{Cy} & \omega_{Cz} \end{vmatrix} = \begin{pmatrix} \rho_{Cy}\omega_{Cz} - \rho_{Cz}\omega_{Cy} \\ -\rho_{Cx}\omega_{Cz} + \rho_{Cz}\omega_{Cx} \\ \rho_{Cx}\omega_{Cy} - \rho_{Cy}\omega_{Cx} \end{pmatrix};$$

Подставим получившиеся значения в систему уравнений:

$$\left\{ \begin{array}{l} \begin{pmatrix} \omega_{Ax} \\ \omega_{Ay} \\ \omega_{Az} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \omega_{Bx} \\ \omega_{By} \\ \omega_{Bz} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \omega_{Cx} \\ \omega_{Cy} \\ \omega_{Cz} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} \rho_{Ay}\omega_{Az} - \rho_{Az}\omega_{Ay} \\ -\rho_{Ax}\omega_{Az} + \rho_{Az}\omega_{Ax} \\ \rho_{Ax}\omega_{Ay} - \rho_{Ay}\omega_{Ax} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \rho_{By}\omega_{Bz} - \rho_{Bz}\omega_{By} \\ -\rho_{Bx}\omega_{Bz} + \rho_{Bz}\omega_{Bx} \\ \rho_{Bx}\omega_{By} - \rho_{By}\omega_{Bx} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \rho_{Cy}\omega_{Cz} - \rho_{Cz}\omega_{Cy} \\ -\rho_{Cx}\omega_{Cz} + \rho_{Cz}\omega_{Cx} \\ \rho_{Cx}\omega_{Cy} - \rho_{Cy}\omega_{Cx} \end{pmatrix} + \mathbf{V}_{CK} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \end{array} \right.$$

где ρ_A, ρ_B, ρ_C – являются известными величинами, $\omega_C = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ – является

заданным значением.

Поскольку отклонение точек A, B, C относительно координаты OZ равно нулю, а вращение идет относительно оси координат OZ получаем, что $\rho_{Az} = \rho_{Bz} = \rho_{Cz} = 0$, $\omega_{Ax} = \omega_{Ay} = \omega_{Bx} = \omega_{By} = \omega_{Cx} = \omega_{Cy} = 0$ следовательно, система уравнений примет вид:

$$\left\{ \begin{array}{l} \omega_{Az} + \omega_{Bz} + \omega_{Cz} = 0 \\ \rho_{Ay}\omega_{Az} + \rho_{By}\omega_{Bz} + \rho_{Cy}\omega_{Cz} + V_{CKx} = 0 \\ -\rho_{Ax}\omega_{Az} - \rho_{Bx}\omega_{Bz} - \rho_{Cx}\omega_{Cz} + V_{CKy} = 0 \\ V_{CKx} \cdot PB_x + V_{CKy} \cdot PB_y = 0 \end{array} \right.$$

Подставим известные значения в систему уравнений:

$$\left\{ \begin{array}{l} \omega_{Az} + \omega_{Bz} + 1 = 0 \\ 0,065 \cdot \omega_{Bz} + V_{CKx} = 0 \\ 0,3 \cdot \omega_{Az} - 0,024 \cdot \omega_{Bz} - 0,3 + V_{CKy} = 0 \\ V_{CKx} \cdot 0,024 + V_{CKy} \cdot 0,065 = 0 \end{array} \right.;$$

Из полученной системы уравнений имеем:

$$\left\{ \begin{array}{l} \omega_{Bz} = -1 - \omega_{Az} \\ -0,065 - 0,065 \cdot \omega_{Az} + V_{CKx} = 0 \\ 0,3 \cdot \omega_{Az} + 0,024 + 0,024 \cdot \omega_{Az} - 0,3 + V_{CKy} = 0 \\ V_{CKx} \cdot 0,024 + 0,065 \cdot V_{CKy} = 0 \end{array} \right.$$

$$V_{CKx} = 0,065 + 0,065 \cdot \omega_{Az};$$

$$V_{CKy} = 0,0276 - 0,324 \cdot \omega_{AZ};$$

$$0,024 \cdot (0,065 + 0,065 \cdot \omega_{AZ}) + 0,065 \cdot (0,276 - 0,324 \cdot \omega_{AZ}) = 0;$$

$$0,153 + 0,153 \cdot \omega_{AZ} + 1,791 - 2,096 \cdot \omega_{AZ} = 0$$

$$\omega_{AZ} = \frac{1,944}{1,944} = 1;$$

$$\omega_{BZ} = -1 - \omega_{AZ} = -2$$

$$V_{CKx} = 0,065 + 0,065 \cdot \omega_{AZ} = 0,1296$$

$$V_{CKy} = 0,276 - 0,324 \cdot \omega_{AZ} = -0,0472$$

Таким образом скорость скольжения профилей зубьев в точке контакта:

$$V_{CK} = \begin{pmatrix} 0,1296 \\ -0,0472 \end{pmatrix}$$

Рассмотри силы, действующие в шестеренчатом зацеплении:

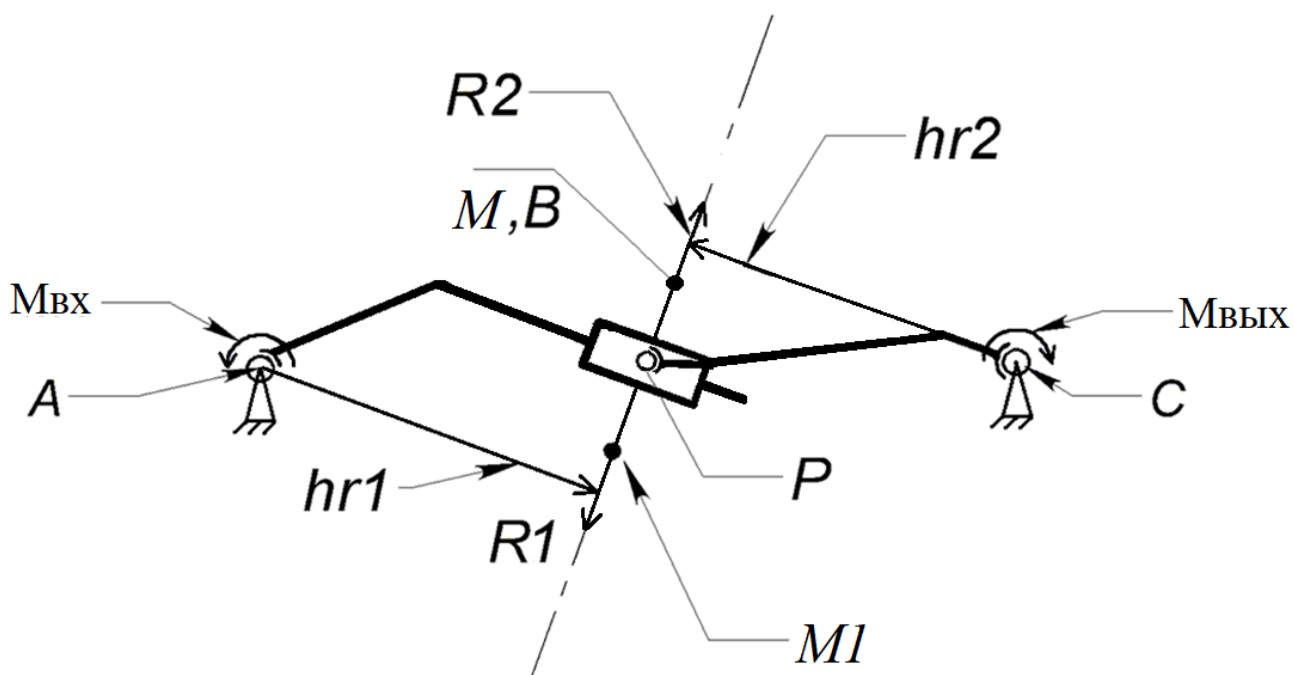


Рисунок 5.4

В данном случае направление вектора реакции на крутящий момент $M_{\text{вых}}$ нам известно, зная направление, можем провести перпендикуляр из точки С к прямой, коллинеарной вектору реакции R_2 , данный перпендикуляр будет рычагом силы. Зная данный вектор, можно определить вектор R_2 .

Зная координаты точки В определяем вектор, идущий от этой точки до точки С. Зная направление вектора реакции R_2 и вектор BC , несложно определить угол между ними, а затем и длину вектора hr_2 . Зная длину вектора hr_2 , определим длину вектора $|R_2|$, воспользовавшись уравнением $|R_2| \cdot |hr_2| - M_{\text{вых}} = 0$, $|R_2| = \frac{M_{\text{вых}}}{|hr_2|}$. Получив длину вектора $|R_2|$, можем определить $M_{\text{вх}}$ по формуле: $M_{\text{вх}} = |R_1| \cdot |hr_1| = |R_2| \cdot |hr_2|$.

Поскольку в полюсе зацепления нет сил трения скольжения, а расстояние от точек А и С до точки Р равны, рычаги силы будут равными по модулю.

$$M_{\text{вх}} = |R_1| \cdot |hr_1| = |R_2| \cdot |hr_1| = |R_2| \cdot |hr_2|$$

Таким образом получаем, что в полюсе зацепления моменты входа и выхода равны.

Рассмотрим случай, когда точка зацепления находится на крайней точке линии зацепления, но без учета сил трения (Рис 5.5).

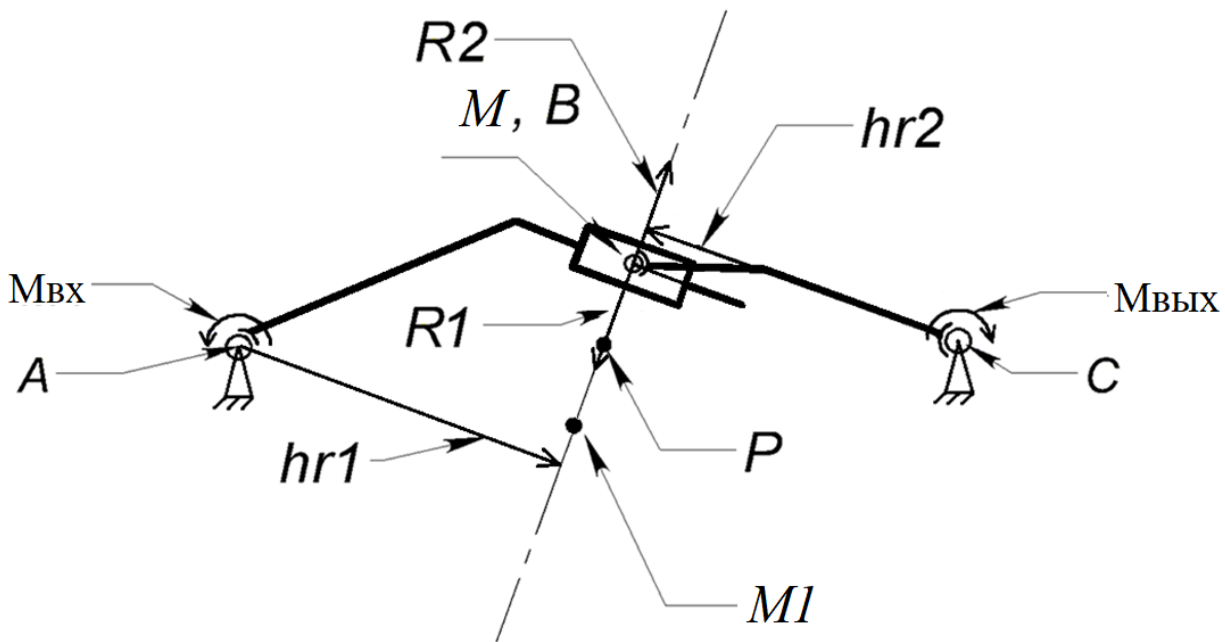


Рисунок 5.5

В данном случае вектор реакции R_2 лежит на линии зацепления, зная координаты точек А, В, С можем найти векторы BA и BC и их длины. Затем возьмем вектор BP , который нужен для определения вектора рычага силы hr_2 . Определив угол α , между векторами Br и BC , найдем длину вектора рычага силы $|hr_2| = |BC|\cos(\alpha)$. Зная длину вектора рычага силы и крутящий момент на выходе, находим вектор реакции $|R_2| = \frac{M_{\text{вых}}}{|hr_2|}$.

Далее аналогичным образом определяем длину вектора рычага силы для второго зубчатого колеса hr_1 . Поскольку мы не учитываем силы трения, получаем что $R_2 = -R_1$, а $hr_2 = hr_1$, таким образом можем определить крутящий момент на входе $M_{\text{вх}} = |R_1| \cdot |hr_1| = |R_2| \cdot |hr_2| = M_{\text{вых}}$.

Рассмотрим случай с учетом сил трения (Рис. 5.6).

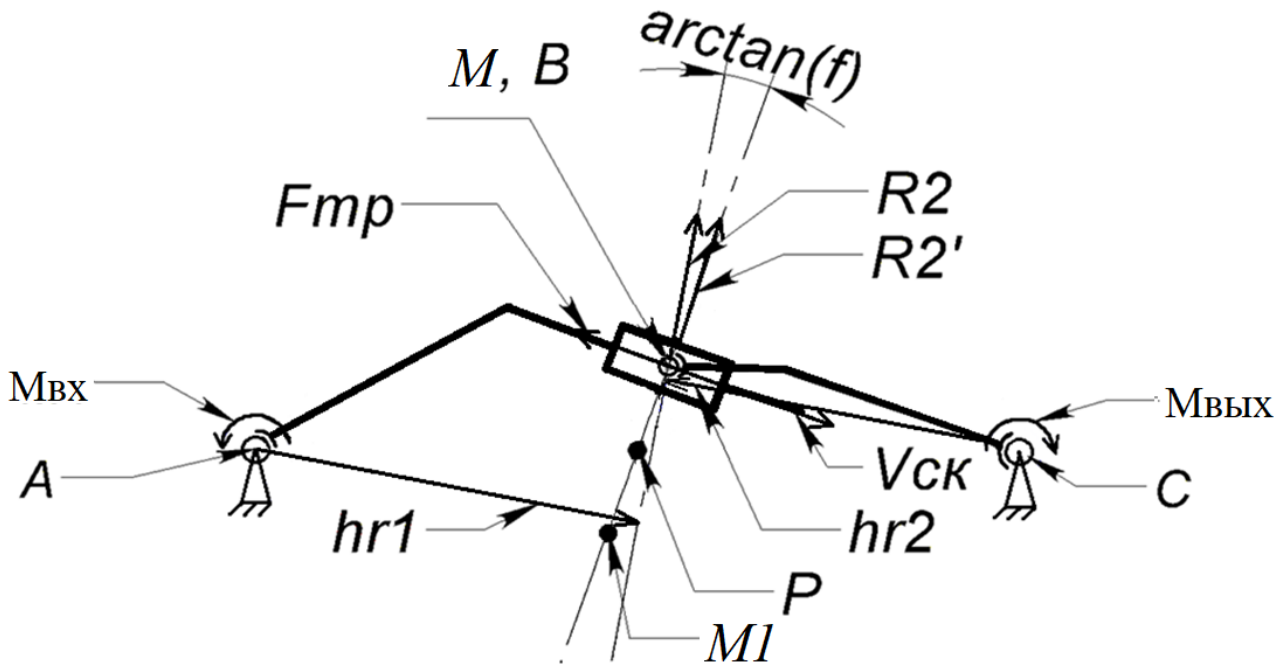


Рисунок 5.6

В данном случае для определения вектора реакции R_2 необходимо знать коэффициент силы трения, для определения отклонения вектора R_2 с учетом сил трения и без учета сил трения R'_2 . Сила трения $F_{тр}$ перпендикулярна линии зацепления и направлена в противоположном направлении вектора скорости скольжения. Мы знаем, что вектор R_2 отклоняется от вектора силы трения на угол, равный $\arctan(f)$, где f – коэффициент силы трения. Зная данные параметры, определим направление вектора реакции с учетом силы трения R_2 .

Затем аналогично описанному выше алгоритму определяем длину вектора рычага силы $|R_2| = \frac{M_{вых}}{|hr_2|}$. Далее найдем длину вектора рычага силы hr_1 , вектор реакции $R_1 = -R_2$, таким образом получаем: $M_{вх} = |R_2| \cdot |hr_1|$

Разберем численные примеры:

Случай, когда точка контакта находится в полюсе зацепления (Рис. 5.4):

Крутящий момент на выходе равен $M_{\text{вых}} = 50$, $N = (-0,024; -0,065)$, $N1 = (0,024; 0,065)$, $P = B = (0; 0)$, $C = (0,3; 0)$, $A = (-0,3; 0)$.

Определим угол α между векторами $BC = (0,3; 0)$ и $PN1$.

$$\cos(\alpha) = \frac{PN1 \cdot BC}{|PN1| \cdot |BC|} = \frac{0,707}{2,068} = 0,342; \alpha = \arccos(0,342) = 70^\circ;$$

$$|hr_2| = |BC| \cdot \sin(\alpha) = 0,3 \cdot 0,9397 = 0,282;$$

Зная длину вектора $|hr_2|$ и его направление найдем длину вектора реакции $|R_2|$:

$$|R_2| = \frac{M_{\text{вых}}}{|hr_2|} = -\frac{50}{0,282} = 177,4$$

В данном случае плечи векторов реакции равны, векторы реакции также равны и направлены в противоположные стороны друг от друга, отсюда имеем:

$$M_{\text{вх}} = |R_1| \cdot |hr_1| = |R_2| \cdot |hr_2|$$

Следовательно, $M_{\text{вх}} = M_{\text{вых}}$

Разберем случай, когда точка контакта находится на конце линии зацепления, без учета сил трения (Рис. 5.5):

Крутящий момент равен на выходе $M_{\text{вых}} = 50$, $N = (-0,024; -0,065)$, $N1 = (0,024; 0,065)$, $P = (0; 0)$, $C = (0,3; 0)$, $A = (-0,3; 0)$.

Найдем угол между векторами $BC = (0,276; -0,65)$ и $PN1 = (0,024; 0,065)$:

$$\cos(\alpha) = \frac{PN1 \cdot BC}{|PN1| \cdot |BC|} = \frac{0,232}{1,957} = 0,119; \alpha = \arccos(0,119) = 83,189^\circ;$$

$$|hr_2| = |BC| \cdot \sin(\alpha) = 0,284 \cdot 0,993 = 0,282;$$

Поскольку расстояние от точек центров зубчатых колес до полюса зацепления одинаковое, то плечи сил и сами силы будут равны по модулю, следовательно имеем:

$$|\mathbf{R}_2| \cdot |hr_2| = M_{\text{ВЫХ}}$$

$$M_{\text{ВХ}} = |\mathbf{R}_1| \cdot |hr_1| = |\mathbf{R}_2| \cdot |hr_2| = 50$$

Следовательно, $M_{\text{ВХ}} = M_{\text{ВЫХ}}$

Разберем аналогичный случай, но уже с учетом сил трения (Рис. 5.6):

Крутящий момент равен на выходе $M_{\text{ВЫХ}} = 50$, $N = (-0,024; -0,065)$, $B = N1 = (0,024; 0,065)$, $P = (0; 0)$, $C = (0,3; 0)$, $A = (-0,3; 0)$, $f = 0,66$.

Определим направление вектора реакции \mathbf{R}_2 путем поворота вектора $\mathbf{PN1}$ на угол $\gamma = \arctan(f) = 33,425$.

$$\mathbf{R}_2 = \begin{pmatrix} \cos(\gamma) & -\sin(\gamma) & 0 & 0 \\ \sin(\gamma) & \cos(\gamma) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \mathbf{PN1} = \begin{pmatrix} -0,016 \\ 0,067 \end{pmatrix}$$

Определим угол между векторами $\mathbf{BC} = (0,276; -0,065)$ и $-\mathbf{R}'_2 = (0,016; -0,067)$:

$$\cos(\alpha) = \frac{-\mathbf{R}'_2 \cdot \mathbf{BC}}{|\mathbf{R}'_2| \cdot |\mathbf{BC}|} = \frac{0,877}{1,957} = 0,448; \quad \alpha = \arccos(0,448) = 63,386^\circ;$$

$$|hr_2| = |\mathbf{BC}| \cdot \sin(\alpha) = 0,284 \cdot 0,894 = 0,254;$$

Далее следует определить длину плеча силы hr_1 :

Определим угол между векторами $\mathbf{BA} = (-0,324; -0,065)$ и $\mathbf{R}'_2 = (-0,016; 0,067)$:

$$\cos(\beta) = \frac{\mathbf{R}'_2 \cdot \mathbf{BA}}{|\mathbf{R}'_2| \cdot |\mathbf{BA}|} = \frac{0,084}{2,275} = 0,037;$$

$$\beta = \arccos(0,037) = 87,8966^\circ;$$

$$|hr_1| = |BA| \cdot \sin(\beta) = 0,33 \cdot 0,999 = 0,3298;$$

Зная плечи сил и то что по модулю векторы реакции равны и лежат на одной прямой получаем:

$$|R_2| \cdot |hr_2| = M_{\text{ВЫХ}}$$

$$|R_1| \cdot |hr_1| = M_{\text{ВХ}}$$

$$\frac{|hr_1|}{|hr_2|} = \frac{M_{\text{ВХ}}}{M_{\text{ВЫХ}}}$$

$$\frac{0,3298}{0,254} = \frac{M_{\text{ВХ}}}{50}$$

$$M_{\text{ВХ}} = 64,96$$

Разберем случай с учетом сил трения металла по металлу (Рис. 5.7):

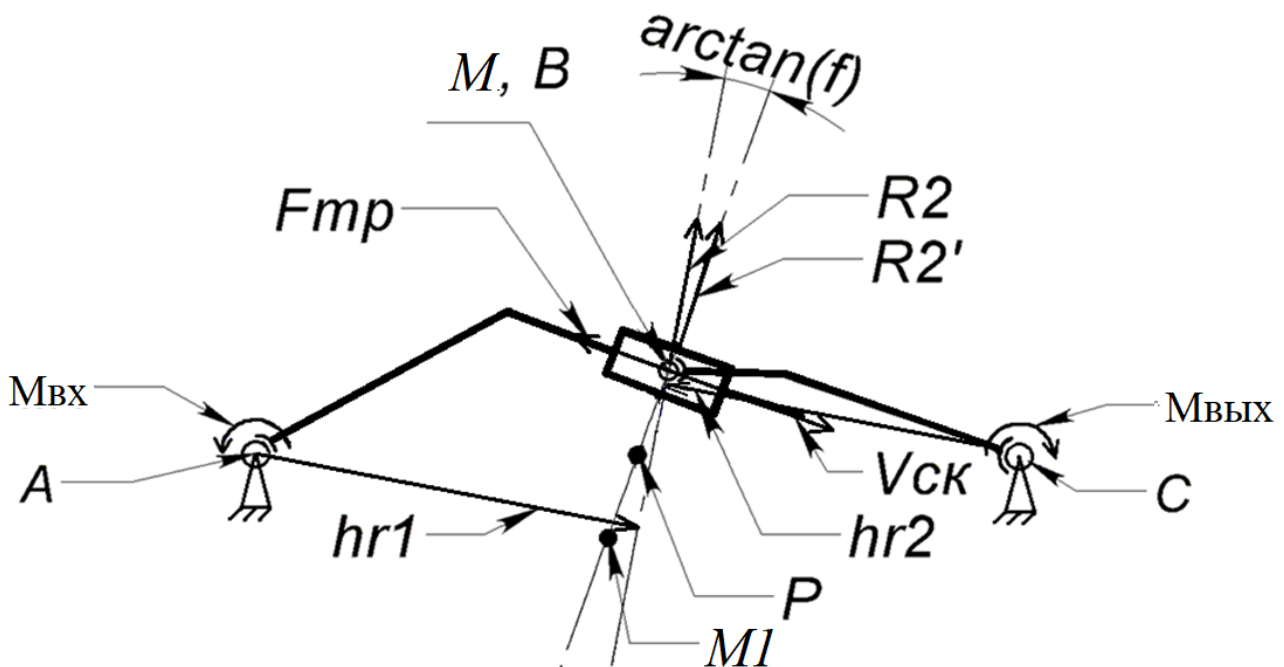


Рисунок 5.7

Крутящий момент равен на выходе $M_{\text{ВЫХ}} = 50$, $N = (-0,024; -0,065)$, $B = N1 = (0,024; 0,065)$, $P = (0; 0)$, $C = (0,3; 0)$, $A = (-0,3; 0)$, $f = 0,16$.

Определим направление вектора реакции R_2 путем поворота вектора $PN1$ на угол $\gamma = \text{arctan}(f) = 9,09$.

$$R = \begin{pmatrix} \cos(\gamma) & -\sin(\gamma) & 0 & 0 \\ \sin(\gamma) & \cos(\gamma) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} * PN1 = \begin{pmatrix} 0,013 \\ 0,068 \end{pmatrix}$$

Определим угол между векторами $BC = (0,276; -0,065)$ и $-R = (-0,013; -0,068)$:

$$\cos(\alpha) = \frac{-R \cdot BC}{|-R| \cdot |BC|} = \frac{0,877}{1,957} = 0,398;$$

$$\alpha = \arccos(0,398) = 87,72^\circ;$$

$$|hr_2| = |BC| \cdot \sin(\alpha) = 0,284 \cdot 0,999 = 0,284;$$

Далее следует определить длину плеча силы hr_2 :

Определим угол между векторами $BA = (-0,324; -0,065)$ и $R = (0,013; 0,068)$:

$$\cos(\beta) = \frac{R \cdot BA}{|R| \cdot |BA|} = \frac{-0,861}{2,275} = -0,378;$$

$$\beta = \arccos(-0,378) = 112,231^\circ;$$

$$|hr_1| = |BA| \cdot \sin(\beta) = 0,33 \cdot 0,926 = 0,305;$$

Зная плечи сил и то, что по модулю векторы реакции равны и лежат на одной прямой, получаем:

$$|R_2| \cdot |hr_2| = M_{\text{ВЫХ}}$$

$$|R_1| \cdot |hr_1| = M_{\text{ВХ}}$$

$$\frac{|hr_1|}{|hr_2|} = \frac{M_{\text{ВХ}}}{M_{\text{ВЫХ}}}$$

$$\frac{0,305}{0,284} = \frac{M_{\text{ВХ}}}{50}$$

$$M_{\text{ВХ}} = 53,839$$

Рассмотрим случай влияния сил трения в зубчатых соединениях на механизм в целом на примере поворота выходного звена относительно оси OX . В данном примере будут задействованы две кинематические соединительные цепи, каждая содержит по четыре зубчатых зацепления. Если рассматривать наилучший случай, когда во всех зубчатых зацеплениях точка контакта находится в полюсе зацепления, то отношение крутящего момента на выходном звене и в приводах будет зависеть только от передаточных чисел зубчатых зацеплений.

Таким образом, если крутящий момент на выходном звене равен $M_2 = 50 \text{ Н} \cdot \text{м}$, то с учетом диаметров зубчатых колес крутящий момент на валу входной шестерни равен $32,353 \text{ Н} \cdot \text{м}$. Второе зубчатое зацепление имеет передаточное отношение, равное единице, следовательно, и крутящий момент не изменится. В третьем зацеплении крутящий момент на валу входного зубчатого колеса будет равен $33,43 \text{ Н} \cdot \text{м}$, а в приводах:

$$M_1 = M_2 \cdot 0,055/0,085 \cdot 1 \cdot 0,031/0,03 \cdot 0,03/0,025 = 40,118 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

В наихудшем случае все точки контакта будут расположены в крайних положениях, соответствующих максимальному изменению крутящего момента.

В таком случае крутящий момент на выходном звене будет зависеть не только от передаточного числа зубчатых зацеплений, но и от влияния сил трения в каждом зацеплении.

Первым соединением являются две сопряженные между собой конические шестерни, для которых приближенно рассматриваем замещающее зацепление двух цилиндрических зубчатых колес. При осуществлении указанного замещения рассматривается цилиндрическая передача, соответствующая среднему диаметру конических зубчатых колес.

В данном зацеплении крутящий момент на валу входной шестерни равен $33,966\text{Н} \cdot \text{м}$ при крутящем моменте на выходном звене $M_2 = 50\text{Н} \cdot \text{м}$. Крутящий момент на входе второго зубчатого зацепления равняется $37,046\text{Н} \cdot \text{м}$ при условии, что зубчатые колеса имеют одинаковый диаметр и одинаковое количество зубьев. В следующем зацеплении зубчатых колес крутящий момент на валу входного колеса равен $41,193\text{Н} \cdot \text{м}$, а крутящий момент в приводе равен $M_1 = 49,493\text{Н} \cdot \text{м}$.

Для наглядности все значения расчетных крутящих моментов сведены в таблицу 1. Кроме того, указано изменение крутящего момента, таким образом, влияние силы трения в однопарном зацеплении в худшем случае на весь механизм составляет 23%.

Таблица 1.

Расчет крутящих моментов в случаях отсутствия и наличия трения

	Вых. звено	1 зацепление	2 зацепление	3 зацепление	В приводах
$f = 0$	50 Н·м	32,35 Н·м	32,35 Н·м	33,43 Н·м	40,12 Н·м
$f = 0,16$	50 Н·м	33,97 Н·м	37,05 Н·м	41,19 Н·м	49,49 Н·м
Степень несоответствия	0%	5%	15%	23%	23%

Таким образом, осуществлена оценка влияния сил трения в кинематических парах механизма параллельной структуры имеющего кинематическую развязку, постоянное передаточное отношение между вращательными движениями выходного звена, а также не имеющего особых положений.

5.2. РАЗРАБОТКА ДЕЙСТВУЮЩЕЙ МОДЕЛИ

Пространственный механизм, объединяет три кинематические цепи. В начальном положении платформа находится по центру относительно основания (Рис. 5.8).



Рис. 5.8

В данном положении ползуны находятся в крайнем нижнем положении, как и выходное звено (Рис. 5.9, 5.10).



Рисунок 5.9



Рис. 5.10

Приводы, «отвечающие» за передачу поступательного и вращательного движения, выполнены в виде прямолинейного вала, зафиксированного на направляющей с возможностью вращения (5.11). Муфта с винтом фиксирует поступательные перемещения, оставляя возможность вращаться.



Рисунок 5.11

В случае поступательного перемещения в одном приводе, выходное звено перемещается сразу по трем осям неподвижной системы координат (Рис. 5.12).

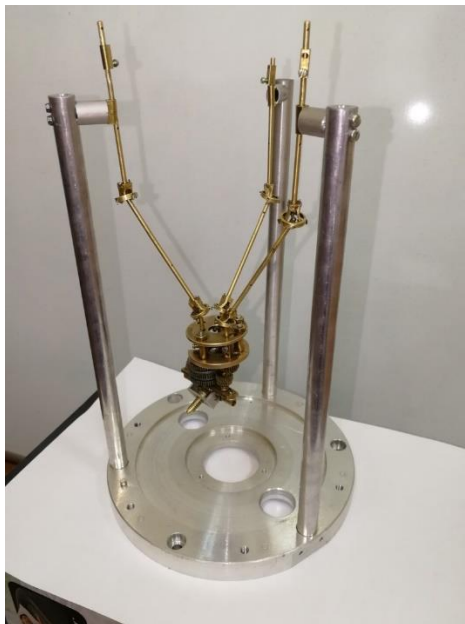


Рисунок 5.12

При перемещении всех поступательных приводов механизма на одинаковую величину весь механизм перемещается относительно оси OZ (Рис. 5.13).



Рисунок 5.13

На рисунке 5.14 показано смещение пространственной платформы, объединяющей соединительные кинематические пары относительно плоскости XOY , при перемещении поступательных приводов на различные значения.



Рисунок 5.14

Для удобства сборки натурной модели применялись две платформы, фиксирующие выходные валы позиционирующего механизма и входные валы ориентирующего механизма относительно друг друга (Рис. 5.15).



Рисунок 5.15

Ориентирующий механизм состоит из механизмов, с цилиндрическими колесами и с коническими колесами (Рис. 5.16).

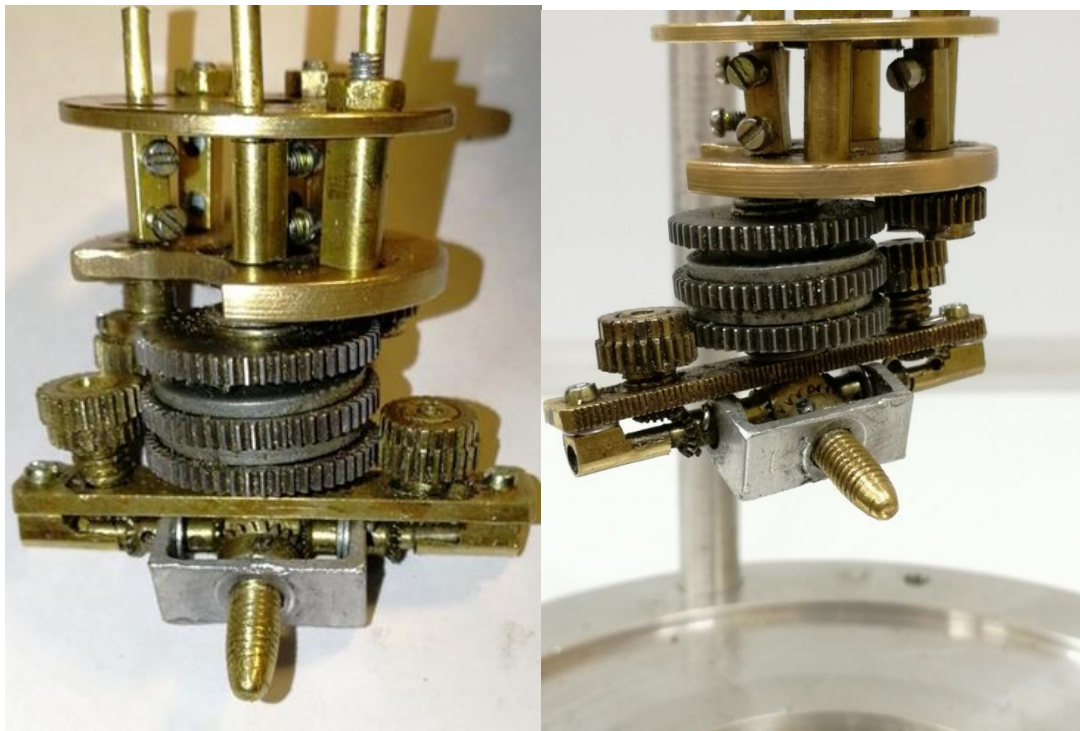


Рисунок 5.16

На рисунке 5.17 приведен ориентирующий механизм, который включает конические зубчатые колеса, промежуточные двойные конические зубчатые колеса и непосредственно выходное звено.

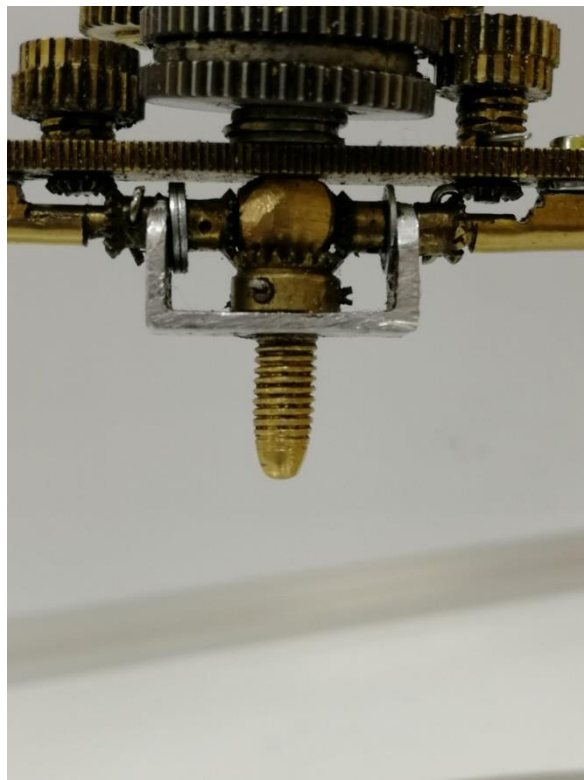


Рис. 5.17

Заключение

В данной работе приведен синтез и анализ механизма параллельной структуры с шестью степенями свободы, обладающего кинематической развязкой, постоянными передаточными отношениями между вращательными приводами и выходным звеном при осуществлении вращательных движений.

Представленный механизм был получен путем объединения пространственного рычажного механизма, содержащего карданные шарниры, а также плоского и сферического зубчатых механизмов, содержащих подвижные оси, при этом механизм не имеет особых положений.

Основные результаты работы:

- 1) Проведены структурный синтез и анализ нового механизма параллельной структуры с кинематической развязкой и постоянным передаточным отношением при осуществлении вращательных движений, а также не имеющего особых положений.
- 2) Проведен кинематический анализ синтезированного механизма параллельной структуры с кинематической развязкой и постоянным передаточным отношением при осуществлении вращательных движений.
- 3) Проведен динамический анализ синтезированного механизма параллельной структуры с кинематической развязкой и постоянным передаточным отношением при осуществлении вращательных движений.
- 4) Проведена оценка влияния сил трения в кинематических парах с учетом изменения векторов реакции в зубчатых передачах при передаче вращательных движений.
- 5) Разработан натурный образец механизма параллельной структуры с кинематической развязкой, постоянным передаточным отношением при осуществлении вращательных движений и экспериментально проверена его работоспособность, а также отсутствие особых положений.

Проведенная работа позволяет сделать следующие выводы:

- 1) Механизм параллельной структуры с кинематической развязкой и постоянным передаточным отношением между приводами и выходным звеном при осуществлении вращательных движений можно получить за счет объединения пространственного рычажного механизма, содержащего карданные шарниры, а также плоского и сферического зубчатых механизмов, содержащих подвижные оси.
- 2) Кинематическая развязка механизма обеспечивает отсутствие взаимосвязей поступательных и вращательных движений.

- 3) Кинематический анализ механизма показал, что имеет место наличие взаимосвязей приводов, «отвечающих» за вращательные движения, а также отсутствие особых положений.
- 4) Анализ наличия сил трения целесообразно провести с учетом изменения направления реакций. При этом изменяется плечо приложения силы и вращающий момент при постоянном выходном моменте.
- 5) Динамический анализ показал, что используемый закон управления позволяет получить динамическую точность, соответствующую заданной.
- 6) Изготовленный механизм показал, что движения реального механизма соответствуют движениям разработанной модели.

Список использованной литературы:

1. Аракелян В., Брио С., Глазунов В.А. Исследование особых положений манипулятора с параллельной структурой «ПАМИНСА» // Проблемы машиностроения и надежности машин. Машиноведение. 2006. № 1. С. 80-88.
2. Артоболевский И.И. Теория механизмов и машин: учеб. для вузов. – 4-е изд., перераб. и доп. М.: Наука. 1988. 640 с.
3. Артоболевский И.И., Кобринский А.Е. Роботы // Машиноведение. 1970. № 5. С. 3-11.
4. Артоболевский И.И., Левитский Н.И., Черкудинов С.А. Синтез плоских механизмов. М.: Физматгиз. 1959. 184 с.
5. Белянин П.Н. Робототехнические системы для машиностроения. М.:Машиностроение. 1986 250 с.
6. Бессонов А.П. Основы динамики механизмов с переменной массой. М.: Наука. 1967. 280 с.
7. Бруевич Н.Г., Правоторова Е.А., Сергеев В.И. Основы теории точности механизмов. М.: Наука. 1988. 240 с.
8. Бруевич Н.Г., Сергеев В.И. Основы нелинейной теории точности и надежности устройств М.: Наука. 1976. 136 с.
9. Велиев Е.И., Ганиев Р.Ф., Глазунов В.А., Скворцов С.А., Чернецов Р.А. Разработка и исследование механизмов с постоянной точкой ввода инструмента в рабочую область, предназначенных для хирургических операций и исследования свойств плазмы // Проблемы машиностроения и надежности машин. 2020. №6. С. 3-15.
10. Воробьев Е.И., Диментберг Ф.М. Теория пространственных шарнирных механизмов. М.: Наука. 1991. 262 с.
11. Вукобратович М., Стокич Д.М. Управление манипуляционными роботами: Пер. с англ. М. Наука. 1985. 358 с.

12. Вульфсон И.Л. Динамические расчеты цикловых механизмов. – Л.:Машиностроение. 1976. 281 с.
13. Ганиев Р.Ф. Кононенко В.О. Колебания твердых тел. М.: Главная редакция физико-математической литературы. 1976. 432 с.
14. Гебель Е.С., Гаврилина Л.В., Глазунов В.А., Ласточкин А.Б., Романов А.А., Духов А.В. К анализу сингулярных зон механизмов параллельной структуры с линейными двигателями // Станкоинструмент. 2021. №3. С. 92-98.
15. Глазунов В.А. Об управлении манипулятором в особых положениях // Известия АН СССР. Механика твердого тела. 1985. № 4. С. 61-65.
16. Глазунов В.А., Албагачиев А.Ю., Ерофеев М.Н., Романов А.А. Разработка и исследование механизма параллельной структуры с зубчатыми передачами с учетом трения // Проблемы машиностроения и надежности машин. 2021. № 2. С. 17-39.
17. Глазунов В.А., Духов А.В. Информатизация разработки механизмов роботов параллельной структуры для медицинских применений. // Материалы всероссийской конференции «Информационные технологии, менеджмент качества, информационная безопасность». 2015. Том II. №5. С. 52-62.
18. Глазунов В.А., Духов А.В., Шептунов С.А., Скворцов С.А., Алешин А.К., Ращоян Г.В., Шалюхин К.А., Левин С.В. Манипуляционные механизмы параллельной структуры и некоторые их применения в медицине // Качество. Инновации. Образование. «Роботические технологии в медицине» 2016. № 129. С. 84-88.
19. Глазунов В.А., Колискор А.Ш., Крайнев А.Ф. Механизмы параллельной структуры. М.: Наука. 1991. 96 с.
20. Глазунов В.А., Нгуен Нгок Хуэ, Нгуен Минь Тхань. К анализу особых положений механизмов параллельной структуры. Машиностроение и инженерное образование. 2009. № 4. С. 11-16.
21. Глазунов В.А., Скворцов С.А., Чернецов Р.А., Гаврилина Л.В., Гебель Е.С., Пашенко В.Н. Механический манипулятор рабочего органа с

- четырьмя степенями свободы // Патент на полезную модель. RU 202578 U1. 25.02.2021.
22. Глазунов В.А., Скворцов С.А., Чернецов Р.А., Гаврилина Л.В., Гебель Е.С., Пашенко В.Н. Механический манипулятор рабочего органа с четырьмя степенями свободы // Патент на полезную модель. RU 202578 U1. 25.02.2021.
23. Давиташвили Н.С. Динамика сферических механизмов. М.: Наука. 1992. 256 с.
24. Данилин П.О., Тывес Л.И., Глазунов В.А. Групповая кинематическая развязка движений в механизмах параллельной структуры // Проблемы машиностроения и надежности машин. 2010. №. 3. С. 27-35.
25. Демидов С.М., Глазунов В.А., Ласточкин А.Б., Артеменко Ю.Н. Анализ углов давления и особых положений модулей параллельной структуры, предназначенных для механизмов относительного манипулирования // Проблемы машиностроения и надежности машин. 2011. №5. С. 11-20.
26. Диментберг Ф.М. Об особенных положениях пространственных механизмов. // Машиноведение. 1977. № 5. С. 53-58.
27. Диментберг Ф.М. Теория винтов и ее приложения. М.: Наука. 1978. 327 с.
28. Диментберг Ф.М. Теория пространственных шарнирных механизмов. М.: Наука. 1982. 336 с.
29. Добровольский В.В. Построение относительных положений звеньев пространственного семизвенника по методу сферических изображений. // Тр. семинара по ТММ.: Изд-во АН СССР. 1952. Т. 12. Вып. 42. С. 52-62.
30. Духов А.В., Романов А.А., Ерофеев М.Н., Кравченко И.Н., Николаев А.В. Разработка и анализ механизма параллельной структуры с дугообразными направляющими с прорезями и постоянной точкой ввода // Известия ВУЗов. Машиностроение. 2022. №1.
31. Каляев А.И., Каляев И.А., Коровин Я.С. Синтез структуры роботизированного производства с децентрализованным диспетчером. Робототехника и техническая кибернетика. 2016. № 4 (13). С. 4-12.

32. Кобринский А.А., Кобринский А.Е., Манипуляционные системы роботов: основы устройства, элементы теории. М.: Наука. 1989. 344 с.
33. Козлов В.В., Макарычев В.П., Тимофеев А.В., Юревич Е.И. Динамика промышленных роботов. М.:Наука. 1984. 336 с.
34. Коловский М.З., Слоущ А.В. Основы динамики промышленных роботов. М.: Наука. 1988. 240 с.
35. Конструирование машин: справочно-методическое пособие. М.: Машиностроение. 1994. Том. I. 528 с.
36. Корендясев А.И., Саламандра Б.Л., Тывес Л.И. и др. Манипуляционные системы роботов. М.: Машиностроение. 1989. 472 с.
37. Крайнев А.Ф. Словарь-справочник по механизмам – 2-е изд., перераб. и доп. М.: Машиностроение. 1987. 560 с.
38. Крайнев А.Ф. Функциональная классификация механизмов // Проблемы машиностроения и надежности машин. 1993. № 5. С. 10-20.
39. Крайнев А.Ф., Васецкий Б.Г., Ковалев П.К., Глазунов В.А., Алешин А.К. Патент РФ 2060135. Установка для лазерной резки. Заявка № 920093221/08. 20.05.1996.
40. Крайнев А.Ф., Глазунов В.А. Новые механизмы относительного манипулирования // Проблемы машиностроения и надежности машин. 1994. №5. С. 106-117.
41. Крайнев А.Ф., Глазунов В.А., Нагорных В.И. Разработка механизмов параллельной структуры для малых перемещений с упругими изгибными кинематическими парами // Проблемы машиностроения и надежности машин. 1992. № 4. С. 79-86.
42. Ларюшкин П. А., Эрстова К. Г., Кобылкевич К. А., Скворцов С. А., Исследование особых положений механизма параллельной структуры семейства delta с четырьмя степенями свободы // Проблемы машиностроения и надежности машин. 2019. № 6. С. 34-41.

43. Ларюшкин П.А. Об особенностях применения винтового исчисления для оценки близости к особым положениям механизмов параллельной структуры // Проблемы машиностроения и надежности машин. 2017. № 4. С. 39-45.
44. Ларюшкин П.А. Оценка близости к особым положениям механизмов параллельной структуры путем дифференцирования уравнений связи // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Серия Машиностроение. 2019. № 1. С. 71-83.
45. Ларюшкин П.А., Захаров М.Н., Эрастова К.Г., Глазунов В.А. Структурный анализ и решение обратной задачи о положениях сферического механизма параллельной структуры // Вестник машиностроения. 2017. № 4. С. 34-36.
46. Лебедев П.А. Кинематика пространственных механизмов. М.: Машиностроение. 1987. 280 с.
47. Левитский Н.И. Теория механизмов и машин: учеб. пособие для вузов. 2-е изд., перераб. и доп. М.: Наука. 1990. 592 с.
48. Мардер Б.О., Рашоян Г.В. Об особых положениях l – координатных механизмов // Проблемы машиностроения и надежности машин. 1990. № 6. С. 39-43.
49. Мудров П. Г. Пространственные механизмы с вращательными парами. – Казань: Казанский сельскохозяйственный институт им. М. Горького. 1976. 265 с.
50. Носова Н.Ю. Определение скоростей и особых положений сферического манипулятора. Материалы 66-й межвузовской научно-технической конференции молодых ученых и студентов «Студенты и молодые ученые КГТУ – производству». Кострома. 2014. Том 2. С. 70-71.
51. Носова Н.Ю., Глазунов В.А., Палочкин С.В., Терехова А.Н. Синтез механизмов параллельной структуры с кинематической развязкой // Проблемы машиностроения и надежности машин. 2013. №5. С. 34-40.
52. Овакимов А.Г. Об особых положениях одноконтурных пространственных механизмов с несколькими степенями свободы // Машиноведение. 1989. № 4. С. 11-18.

53. Пащенко В.Н., Романов А.В., Чайкин М.О., Захаров В.Ю., Пащенко В.В., Романов А.А. Определение особых положений для решения задачи кинематического управления механизмами совместного относительного // Завалишинские чтения'21, XVI Международная конференция по электромеханике и робототехнике. Санкт-Петербург. 2021. С. 143-150.
54. Пейсах Э.Е. Критерии передачи движения для рычажных механизмов // Машиноведение. 1986. № 1. С. 45-51.
55. Пол Р. Моделирование, планирование траекторий и управление движением робота-манипулятора. М.: Наука. 1976. 104 с.
56. Попов Е.П., Верещагин А.Ф., Зенкевич С.П. Манипуляционные роботы. Динамика и алгоритмы. М.: Наука. 1978. 400 с.
57. Ращоян Г.В., Шалюхин К.А., Алешин А.К. Анализ кинематики механизма параллельной структуры со свойствами кинематической развязки // Вестник научно-технического развития. 2018. №1 (125). С. 32-37.
58. Родионов Ю.В., Иванов С.В., Романов А.А., Сухоставский А.Н., Ерофеев М.Н., Курганская А.И. пространственный механизм с шестью степенями свободы // Патент полезной модели РФ № 207790. Заявка № 202111548. 16.11.2021. Бюл. № 32.
59. Родионов Ю.В., Сухоставский А.Н., Романов А.А., Духов А.В., Пелин И.В. Разработка и анализ механизма параллельной структуры с линейными приводами, расположенными на основании под разными углами к его плоскости // Известия высших учебных заведений. Машиностроение. 2021. №10. С. 41-48.
60. Росс Б. О винтовых осях и других особых линиях, связанных с пространственным перемещением твердого тела // Тр. Амер. о-ва инженеров-механиков. Конструирование и технология машиностроения. 1967. №1. С.120-131.
61. Саламандра К.Б., Тывес Л.И., Глазунов В.А., Гебель Е.С. Механизмы параллельной структуры с групповой кинематической развязкой,

- обеспечиваемой многопоточностью передачи энергии в кинематических цепях // Проблемы машиностроения и надежности машин. 2020. № 5. С. 56-65.
62. Саркисян Ю.Л. Аппроксимационный синтез механизмов. М.:Наука. 1982. 304 с.
63. Слепцов В.В., Скворцов С.А., Орлов А.В., Ковалева Н.Л., Романов А.А., Швец П.А. Разработка регулируемых электроприводов специального назначения // Станкоинструмент. №2. 2021. С. 98-103.
64. Соболев И.М., Статников Р.Б. Выбор оптимальных параметров в задачах со многими критериями. М.: Наука. 1981. 110 с.
65. Тимофеев А.В. Управление роботами. Учеб. Пособие. – Л.Изд-во Ленинградского ун-та. 1985. 240 с.
66. Тывес Л.И., Маркевич С.В. Оптимальное по быстродействию управление движением робота по собственной траектории // Проблемы машиностроения и надежности машин. 1993. № 5. С. 76-82.
67. Фролов К.В., Попов С.А., Мусатов А.К. и др. Теория механизмов и механика машин: учеб. для втузов. под ред. К. В. Фролова. 2-е изд. перераб. и доп. М.: Высш. шк. 1998. 496 с.
68. Хейло С.В. Решение задачи кинематики сферического манипулятора параллельной структуры // Машиностроение и инженерное образование. 2010. № 4. С. 18-22.
69. Хейло С.В. Решение задачи о скоростях и особых положениях сферического манипулятора параллельной структуры // Машиностроение и инженерное образование. 2011. № 1. С. 2-9.
70. Хейло С.В. Синтез сферических манипуляторов параллельной структуры // Справочник. Инженерный журнал. 2012. № 6. С. 23-28.
71. Хейло С.В., Глазунов В.А., Во Динь Тунг. Решение задачи о скоростях и особых положениях сферического манипулятора параллельной структуры // Машиностроение и инженерное образование. 2011. № 1. С. 2-9.

72. Хейло С.В., Разумеев К.Э., Глазунов В.А., Зимин В.Н. Исследование сферического механизма параллельной структуры // Современные задачи инженерных дел. 2017. С. 118-121.
73. Чернецов Р., Велиев Е., Глазунов В., Скворцов С., Ковалева Н. Определение числа степеней свободы механизмов с постоянной точкой ввода инструмента // Станкоинструмент. 2019. № 4 (017). 80 с.
74. Чернов В.Ф. Методы решения задач о положениях и анализ особых конфигураций l – координатных механизмов: Дисс. канд. тех. наук. Москва. 1990. 173 с.
75. Черноусько Ф.Л., Болотник Н.А., Градецкий В.Г. Манипуляционные роботы. М.:Наука. 1989. 327 с.
76. Шалюхин К.А. Задачи кинематического анализа и особых положений механизмов роботов параллельной структуры // Проблемы машиностроения и надежности машин. 2018. № 4. С. 11-18.
77. Шалюхин К.А. Построение и анализ пространственных механизмов параллельной структуры с кинематической развязкой. М.: дисс. канд. техн. наук.: 05.02.18. 2018. 108 с.
78. Шахинпур М. Курс робототехники: Пер. с англ. М.:Мир. 1990. 527 с.
79. Эрастова К.Г. Рабочие зоны механизмов параллельной структуры и способы определения их формы и размеров // Известия высших учебных заведений. Машиностроение. 2017. № 8(689). С. 78-87.
80. Baker J.E. An Analysis of the Bricard Linkages. // Mechanism and Machine Theory. 1980. Vol. 15. № 4. P. 267-286.
81. Ball R.S. A Treatise on the Theory of Screws. –Cambridge: Cambridge University Press. 1900. 544 p.
82. Bonev L.A., Zlatanov D., Gosselin C.M. Singularity analysis of 3-DOF planar parallel mechanisms via Screw Theory // Transactions of the ASME. Journal of Mechanical Design. 2003. V. 125. P. 573-581.

83. Chu X., Gao F. Kinematic coupling complexity of heavy-payload forging manipulator // *Robotica*. Vol. 30. № 4. 2011. P. 551-558.
84. Clavel R. Delta, a Fast Robot with Parallel Geometry // *Proc. of the 18th International Symposium on Industrial Robots, Sydney, Australia*. 1988. P. 79-85.
85. Craig J.J. *Introduction to Robotics: Mechanics and Control*. – 2 nd ed. Reading. – MA: Addison-Wesley. 1989. 544 p.
86. Gogu G. Fully-isotropic Parallel Manipulators With Five Degrees of Freedom. // *Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation*. Orlando, May 16-18. 2006. P. 1141-1146.
87. Gogu G. Structural synthesis of fully-isotropic translational parallel robots via theory of linear transformations // *European Journal of Mechanics, A/Solids*. 2004. Vol. 23. № 3. P. 1021-1039.
88. Gogu G. *Structural Synthesis of Parallel Robots, Part 1: Methodology (Solid Mechanics and Its Applications)*. Springer. 2007. 706 p.
89. Gosselin C., Angeles J. The Optimum Kinematic Design of a Spherical Three-Degree-of-Freedom Parallel Manipulator // *Journal of Mechanisms Transmissions and Automation in Design*. 1989. Vol. 111. №. 2. P. 202-207.
90. Gosselin C.M., Kong X X., Foucault S., Bonec I. A fully decoupled 3-dof translational parallel mechanism. // *Parallel Kinematic Machines International Conference*. Chemnitz. Germany. 2004. P. 595-610.
91. Gough V.E. Contribution to Discussion of Papers on Research in Automobile Stability, Control and in Tyre Performance // *Pr. Autom. Div. Inst. Mech. Eng.* 1956/57. P. 392-396.
92. Gough V.E., Whitehall S.G. Universal Tire Test Machine // *Proceedings of 9th International Technical Congress F.I.S.I.T.A.* 1962. Vol. 117. P. 117-135.
93. Herve J. The Lie group of rigid body displacements, a fundamental tool for mechanism design. // *Mechanism and Machine Theory*. 1991. Vol. 34. №8. P. 719-730.

94. Herve J.M., Karouia M. The novel 3-RUU wrist with no idle pair. // 319 Workshop on Fundamental Issues and Future Research Directions for Parallel Mechanisms and Manipulators. Quebec. 2002. P. 3-4.
95. Hunt K.H. Kinematic Geometry of Mechanisms. Oxford.: Clarendon Press. 1978. 469 p.
96. Jin Q., Yang T.L. Synthesis and analysis of a group of 3 degree-of-freedom partially decoupled parallel manipulators // Journal of Mechanical Design, Transactions of the ASME. 2004. Vol. 126. No. 2. P. 301-306.
97. Jin Y., Chen I.M., Yang G. Kinematic design of a 6-DOF parallel manipulator with decoupled translation and rotation // IEEE Transactions on Robotics. 2006. Vol. 22. № 3. P. 545-551.
98. Jin Y., Chen I.M., Yang G. Structure Synthesis and Singularity Analysis of a Parallel Manipulator Based on Selective Actuation // Proceedings of the 2004 IEEE International Conference on Robotics & Automation. New Orleans. 2004. P. 4533-4538.
99. Kong X., Gosselin C.M. Type synthesis of input-output decoupled parallel manipulators // Transactions of the Canadian Society for Mechanical Engineering. 2004. Vol. 28. № 2A. P. 185-196.
100. Lee K.-M., Shah D.K. Kinematic analysis of a three DOF in-parallel actuated manipulator // IEEE Journal of Robotic and Automation. 1988. № 4(3). P. 354-360.
101. Legnania G., Fassic I., Giberti H., Cinquemani S., Tosia D. A new isotropic and decoupled 6-DoF parallel manipulator // Mechanism and Machine Theory. 2012. Vol. 58. P. 64-81.
102. Malyshev D., Mohan S., Rybak L., Rashoyan G., Nozdracheva A. Determination of the Geometric Parameters of a Parallel-Serial Rehabilitation Robot Based on Clinical Data // ROMANSY 23 - Robot Design, Dynamics and Control, Proceedings of the 23rd CISM IFToMM Symposium. 2020. C. 556-566.
103. Mavroidis C., Roth B. Analysis of Overconstrained Mechanisms // Transactions of the ASME, Journal of Mechanical Design. 1995. Vol. 117. P. 69-74.

104. Merlet J.P. Parallel robots. Kluwer Academic Publishers. 2000. 372 p.
105. Mianowski K. Singularity analysis of parallel manipulator POLMAN 3x2 with six degrees of freedom // 12th IFToMM World Congress, Besancon (France). 2007. P. 345-356.
106. Mirz C., Uzsynski O., Angeles J., Takeda Y., Corves B. Stiffness Optimization of Delta Robots // ROMANSY 23 - Robot Design, Dynamics and Control, Proceedings of the 23rd CISM IFToMM Symposium. 2020. P. 396-404.
107. Miura K., Furuya H. Variable geometry truss and its application to deployable truss and space crane arms // 35th Congress of the Int. Astronautical Federation (Lausanne, 7-13 October, 1984). 1984. P. 1-9.
108. Pernette E. Design of parallel robots in microrobotics // Robotica. 1997. № 15(4). P. 417-420.
109. Rashoyan G., Maloyan N., Antonov A., Romanov A. Synthesis of 1-coordinate Parallel Mechanism Without Singularities // Advances in Artificial Systems for Medicine and Education IV. P. 270-282.
110. Rat N., Neagoe M., Gogu G. Theoretical and Experimental Research on the Dynamics of a 4DOF Isoglide 4-T3R1 Parallel Robot. In: Visa I. (eds) SYROM 2009. Springer. P. 387-396.
111. Reinholtz C.F., Gokhale D. Design and analysis of variable geometry truss robots // 9th Annual Conf. on Applied Mechanisms. 1987. P. 1-5.
112. Ryu J-H. Parallel Manipulators, New Developments – I-Tech Education and Publishing. 2008. 498 p.
113. Seguchi Y., Tanaka M. Dynamic analysis of a truss-type flexible robot arm // JSME Int. J. 1990. №2. P. 183-190.
114. Stewart D. A platform with 6 degrees of freedom // Proc. of the Institution of mechanical engineers. 1965. Vol. 180. P. 371-386.
115. Sugimoto K. Existence Criteria for Over-Constrained Mechanisms Design // Trans ASME: Journal of Mechanisms, Transmissions, and Automation in Design. 323. 1990. Vol. 17. № 3. P. 295-298.

116. Sutherland G., Roth B. A transmission index for spatial mechanisms // Trans. ASME: Journal of Engineering for Industry. 1973. P. 589-597.
117. Teng C.P., Bai S., Angeles J. Shape synthesis in mechanical design // Acta Polytechnica. 2007. Vol. 47. №6. P. 56-62.
118. Ur-Rehman R., Caro S., Chablat D., Wenger Ph. Kinematic and dynamic analysis of the 2-DOF spherical wrist of orthoglide 5-axis // 3rd International Congress Design and Modelling of Mechanical Systems CMSM'2009. P. 1-8.
119. Wen K., Harton D., Laliberté T., Gosselin C. Kinematically redundant (6+3)-dof hybrid parallel robot with large orientational workspace and remotely operated gripper // Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA). Montréal, Canada. 20-24 may 2019. P. 1672-1678.
120. Wohlhart K. Irregular Polyhedral Linkages // Pr. of the XI World Congress in Mechanism and Machine Science. Tianjin, China. 2004. P. 1083-1087.
121. Xu Y., Teng Z., Yao J., Zhou Y., Zhao Y. Elastodynamic analysis of a novel motion-decoupling forging manipulator // Mechanism and Machine Theory. 2020. Vol. 147. P. 103771.
122. Патент США 2007/0062321. Device for the movement and orientation of an object in space and use thereof in rapid machining / D. Chablat, Ph. Wenger; United States Patent Application Publication. Опубли. 22.03.2007. Sainte Luce Sur Loire (FR).