

РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК

**ПРОБЛЕМЫ
МАШИНОСТРОЕНИЯ
И НАДЕЖНОСТИ МАШИН**

(ОТДЕЛЬНЫЙ ОТТИСК)

МОСКВА

УДК 539.3, 620.1

© 2012 г. Алимов М.А., Думанский А.М., Радченко А.А.

АНАЛИЗ НЕЛИНЕЙНОСТИ ДЕФОРМИРОВАНИЯ ПРИ ОДНООСНОМ РАСТЯЖЕНИИ КОСОУГОЛЬНО-АРМИРОВАННОГО УГЛЕПЛАСТИКА

Исследованы закономерности неупругого деформирования косоугольно-армированного углепластика с разными углами укладки при одноосном растяжении. Получена единая для разных укладок диаграмма деформирования однонаправленного слоя при сдвиге, что позволяет использовать упрощенный подход для учета нелинейности в инженерных расчетах. Предложены два расчетно-экспериментальных метода описания нелинейных свойств слоя при сдвиге, приведены и сопоставлены результаты расчета по предложенным методам.

Современное развитие многих направлений машиностроения, авиастроения, аэрокосмической промышленности и оборонно-промышленного комплекса требует все более широкого применения легких тонкостенных силовых конструкций из углепластика, создаваемых непрерывной намоткой или укладкой армированной ленты. Структурными составляющими таких конструкций являются однонаправленные слои, механические свойства которых являются основой при расчетах на прочность и проектирование многослойных элементов. В процессе эксплуатации силовые конструкции из косоугольно-армированного углепластика могут подвергаться значительным нагрузкам, а однонаправленные слои — испытывать деформации сдвига, выходящие за пределы упругости. В настоящей статье анализируются закономерности нелинейного деформирования косоугольно-армированных углепластиков.

Экспериментальные исследования многослойных углепластиков во многих случаях проводят на плоских образцах при одноосном нагружении, получая диаграммы деформирования, представляющие собой зависимости $\epsilon_x(\sigma_x)$ и $\epsilon_y(\sigma_x)$, где σ_x и ϵ_x — напряжение и деформация вдоль оси нагружения образца; ϵ_y — деформация в поперечном направлении. Результаты испытаний [1–5], проведенных на образцах из косоугольно-армированных углепластиков при растяжении, показывают, что диаграммы деформирования имеют существенную нелинейность при углах укладки θ в пределах $\pm 30^\circ \dots \pm 60^\circ$. Это связано, главным образом, с нелинейностью деформирования однонаправленного слоя при сдвиге. Модели описания нелинейных свойств монослоя при сдвиге рассматривались в работах [4, 5]: в [4] использовались соотношения линейной теории упругости анизотропного тела, а в [5] были использованы соотношения теории слоистых пластин с вариацией модуля сдвига однонаправленного слоя по мере увеличения растягивающей нагрузки. Однако в этих работах рассматривались только углепластики с перекрестным армированием $\pm 45^\circ$, что недостаточно для анализа материала с другими структурами. В [6] на основе экспериментальных данных, полученных в [3], путем решения обратной стохастической краевой задачи растяжения косоугольно-армированного углепластика показано, что диаграммы деформирования при сдвиге в плоскости слоя на нелинейном участке зависят от угла укладки слоев. В противоположность этому, при испытаниях на растяжение однонаправленных композитов с

углами ориентации волокон по отношению к оси нагружения от 15° до 75° [7] была получена кривая деформирования слоя при сдвиге, единая для всех таких ориентаций.

В настоящей статье на основе испытаний на растяжение образцов из углепластика с косоугольной структурой укладки предпринята попытка получения объективной диаграммы деформирования слоя при сдвиге. При этом использовали два расчетно-экспериментальных метода: первый метод основан на соотношениях плоской теории упругости анизотропного тела, причем монослой рассматривается отдельно от многослойного пакета, второй — на соотношениях теории слоистых пластин, где монослой рассматривается как часть многослойного пакета. Использование двух методов позволяет путем сопоставления убедиться в правильности полученных результатов расчета.

Исходными данными для анализа были результаты испытаний на одноосное растяжение косоугольно-армированных углепластиков с укладками 0° , $\pm 20^\circ$, $\pm 40^\circ$, $\pm 50^\circ$, $\pm 70^\circ$, 90° . Методом идентификации были определены характеристики упругости однонаправленного слоя: E_1 , E_2 — модули упругости вдоль и поперек волокон, соответственно; G_{12} — модуль сдвига; ν_{12} , ν_{21} — коэффициенты Пуассона [2].

Первый метод. Касательные напряжения в разнонаправленных слоях $\tau_{xy}^\theta = -\tau_{xy}^{-\theta} \neq 0$, т.е. касательные напряжения в осях ортотропии пластины (x , y), действующие в слоях, компенсируют друг друга. Соответственно, деформации сдвига в этих слоях $\gamma_{xy}^\theta = \gamma_{xy}^{-\theta} = 0$ [4]. Выразим касательное напряжение τ_{xy} через продольную ε_x и поперечную ε_y деформации пластины, используя соотношение [8]

$$\{\sigma_{xy}\} = [\bar{G}_{xy}]\{\varepsilon_{xy}\}, \quad (1)$$

где $\{\sigma_{xy}\} = \{\sigma_x \sigma_y \tau_{xy}\}^T$ и $\{\varepsilon_{xy}\} = \{\varepsilon_x \varepsilon_y \gamma_{xy}\}^T$ — столбцы напряжений и деформаций;

$$[\bar{G}_{xy}] = \begin{bmatrix} \bar{g}_{xx} & \bar{g}_{xy} & \bar{g}_{xs} \\ \bar{g}_{xy} & \bar{g}_{yy} & \bar{g}_{ys} \\ \bar{g}_{xs} & \bar{g}_{ys} & \bar{g}_{ss} \end{bmatrix} - \quad (2)$$

матрица жесткости монослоя.

Из (1) и (2) с учетом $\gamma_{xy} = 0$ получим

$$\tau_{xy} = \bar{g}_{xs}\varepsilon_x + \bar{g}_{ys}\varepsilon_y. \quad (3)$$

Компоненты матрицы жесткости однонаправленного слоя определяются по формулам [8]

$$\bar{g}_{xs} = [c^2 g_{11}^0 - s^2 g_{22}^0 + (g_{12}^0 + 2g_{66}^0)(s^2 - c^2)]sc,$$

$$\bar{g}_{ys} = [s^2 g_{11}^0 - c^2 g_{22}^0 - (g_{12}^0 + 2g_{66}^0)(s^2 - c^2)]sc,$$

$$\text{где } s = \sin\theta; c = \cos\theta; g_{11}^0 = \frac{E_1}{1 - \nu_{12}\nu_{21}}; g_{22}^0 = \frac{E_2}{1 - \nu_{12}\nu_{21}}; g_{12}^0 = \frac{\nu_{21}E_1}{1 - \nu_{12}\nu_{21}}; g_{66}^0 = G_{12}.$$

Для построения диаграммы деформирования слоя при сдвиге осуществим пересчет напряжений и деформаций из осей ортотропии пластины в главные оси монослоя (1), (2) по формулам [8]

$$\{\sigma_{12}\} = [T_1]^{-1}\{\sigma_{xy}\}, \quad (4) \quad \{\varepsilon_{12}\} = [T_2]^{-1}\{\varepsilon_{xy}\}, \quad (5)$$

где $\{\sigma_{12}\} = \{\sigma_1 \sigma_2 \tau_{12}\}^T$ и $\{\varepsilon_{12}\} = \{\varepsilon_1 \varepsilon_2 \gamma_{12}\}^T$ – столбцы напряжений и деформаций в главных осях однонаправленного слоя; $[T_1]$ и $[T_2]$ – матрицы преобразования напряжений и деформаций, соответственно

$$[T_1]^{-1} = \begin{bmatrix} c^2 & s^2 & 2sc \\ s^2 & c^2 & -2sc \\ -sc & sc & c^2 - s^2 \end{bmatrix}, \quad [T_2]^{-1} = \begin{bmatrix} c^2 & s^2 & sc \\ s^2 & c^2 & -sc \\ -2sc & 2sc & c^2 - s^2 \end{bmatrix}.$$

Учитывая, что $\sigma_y = 0$, из (3) и (4) получаем формулу для касательного напряжения в главных осях монослоя

$$\tau_{12} = -sc\sigma_x + (c^2 - s^2)(\bar{g}_{xs}\varepsilon_x + \bar{g}_{ys}\varepsilon_y). \quad (6)$$

Из (5) с учетом $\gamma_{xy} = 0$ получаем

$$\gamma_{12} = -2sc(\varepsilon_x - \varepsilon_y). \quad (7)$$

На основе экспериментально полученных диаграмм деформирования для образцов с укладками $\pm 20^\circ$, $\pm 40^\circ$, $\pm 50^\circ$, $\pm 70^\circ$ и соотношений (6) и (7) построим диаграмму деформирования однонаправленного слоя при сдвиге (рис. 1).

Из рис. 1 видно, что расчетные данные, соответствующие разным углам укладки, можно описать одной кривой, что позволяет сделать вывод о возможности восстановления единой кривой деформирования при сдвиге для данного материала. Возможность распространения этого вывода на другие углепластики не является однозначной: например, для одного материала диаграммы деформирования при сдвиге зависят от ориентации однонаправленного слоя [6], а для другого – не зависят [7], и этот вопрос требует дополнительного изучения. Применение такого подхода для углепластиков с косоугольным армированием могло бы сократить время и материальные затраты на проектирование и расчет тонкостенных конструкций в тех случаях, когда преобладающими являются деформации сдвига, вызывающие перераспределение напряжений в слоях.

Второй метод. Метод основывается на предположении, что модули упругости E_1 , E_2 и коэффициенты Пуассона ν_{12} , ν_{21} однонаправленного слоя в процессе деформирования можно принять постоянными величинами, а модуль сдвига G_{12} – зависящим от деформации, причем на нелинейном участке диаграммы сдвига $\tau_{12}(\gamma_{12})$ рассматривается секущий модуль сдвига G_{12}^* . Для построения диаграммы деформирования при сдвиге используем соотношения теории слоистых пластин [8], которые при одноосном растяжении принимают вид

$$\{\varepsilon_{xy}\} = [G_{xy}]^{-1} \{\sigma_{xy}\}, \quad (8)$$

где $\{\sigma_{xy}\} = \{\sigma_x \ 0 \ 0\}^T$ и $\{\varepsilon_{xy}\} = \{\varepsilon_x \ \varepsilon_y \ \gamma_{xy}\}^T$; компоненты глобальной матрицы жесткости пакета слоев $[G_{xy}]$ имеют вид $g_{ij} = \sum_{k=1}^n \bar{g}_{ij}^{(k)} \bar{h}^{(k)}$ ($ij = x, y, s$); $\bar{h}^{(k)}$ – относительная толщина k -го слоя; n – количество слоев; $\bar{g}_{ij}^{(k)}$ – компоненты матрицы жесткости k -го слоя, зависящие от модуля сдвига G_{12}^* , меняющегося в процессе деформирования.

Зная постоянные упругие характеристики однонаправленного слоя (E_1 , E_2 , ν_{12} , ν_{21}), для ряда значений растягивающего напряжения σ_x по формуле (8) путем итерации

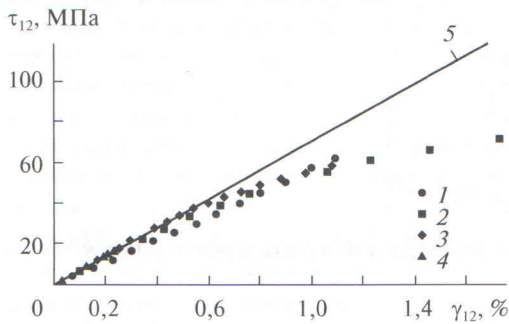


Рис. 1

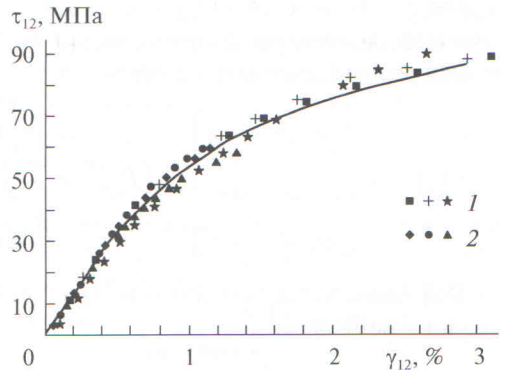


Рис. 2

Рис. 1. Диаграмма деформирования слоя при сдвиге для косоугольно-армированных углепластиков с укладками $\pm 20^\circ$ (1), $\pm 40^\circ$ (2), $\pm 50^\circ$ (3) и 70° (4), кривая 5 – линейная зависимость $\tau_{12} = G_{12}\gamma_{12}$, где G_{12} – модуль сдвига, определенный методом идентификации [2]

Рис. 2. Диаграмма деформирования слоя при сдвиге для косоугольно-армированных углепластиков с укладками $\pm 40^\circ$ (точки 1, соответствующие трем образцам) и $\pm 50^\circ$ (точки 2, соответствующие трем образцам); точки получены расчетом по второму методу, сплошная кривая получена расчетом по первому методу для укладки $\pm 40^\circ$

подбираем такие величины G_{12}^* , при которых экспериментальные значения продольной и поперечной деформации (ε_x^\ominus и ε_y^\ominus), полученные из диаграммы деформирования отдельного образца, будут минимально отличаться от соответствующих расчетных значений (ε_x^P и ε_y^P). В этих целях используем минимизацию невязки расчетных и экспериментальных значений деформаций $\min_{G_{12}^*} [(\varepsilon_x^\ominus - \varepsilon_x^P)^2 + (\varepsilon_y^\ominus - \varepsilon_y^P)^2]$.

Имея ряд значений G_{12}^* , ε_x и ε_y , вычисляем соответствующие им значения γ_{12} по формуле (5), учитывая, что $\{\varepsilon_{xy}\} = \{\varepsilon_x \varepsilon_y 0\}^T$. Касательное напряжение τ_{12} определяется соотношением $\tau_{12} = G_{12}^* \gamma_{12}$.

Таким образом, можно построить диаграмму деформирования однонаправленного слоя при сдвиге. На рис. 2 приводится зависимость τ_{12} от γ_{12} для образцов с укладками $\pm 40^\circ$ и $\pm 50^\circ$ (по три образца для каждой укладки).

Результаты расчета по второму методу, представленные на рис. 2, удовлетворительно описываются единой кривой деформирования. Для сравнения на рис. 2 в виде сплошной линии приведена диаграмма деформирования однонаправленного слоя при сдвиге для укладки 40° , расчет которой проводили по первому методу. Результаты расчетов по двум методам хорошо согласуются между собой, что подтверждает правильность сделанных допущений.

На рис. 3 для образцов из углепластика со структурами $\pm 50^\circ$ и $\pm 40^\circ$ показана схема перехода деформации сдвига из линейной области в нелинейную по мере роста растягивающего напряжения σ_x . Здесь приведены зависимости деформации сдвига γ_{12} от напряжения σ_x (кривые 4 и 6, соответственно), определенные по второму методу при изменяющемся в процессе деформирования секущем модуле сдвига G_{12}^* (кривые 1 и 2). Кривые 3 и 5 соответствуют расчету при постоянном значении модуля сдвига на всем

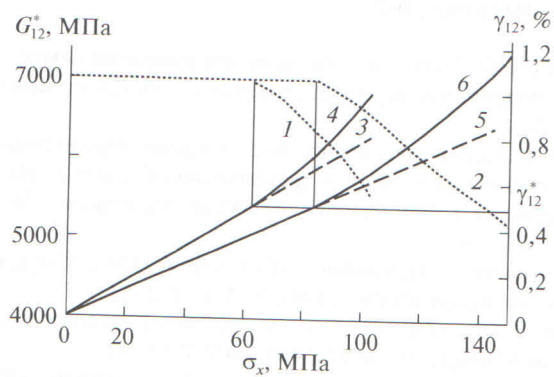


Рис. 3

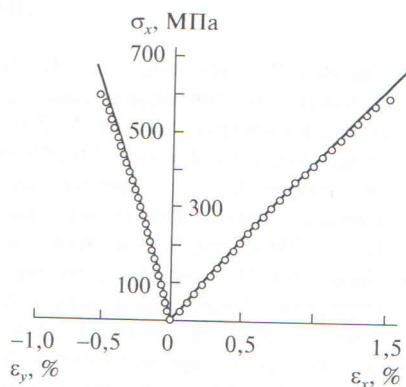


Рис. 4

Рис. 3. Зависимости $G_{12}^*(\sigma_x)$ (кривые 1 и 2) и $\gamma_{12}(\sigma_x)$ (кривые 3, 4, 5 и 6) для углепластика с укладками $\pm 50^\circ$ (кривые 1, 3 и 4) и $\pm 40^\circ$ (кривые 2, 5 и 6); кривые 3 и 5 получены расчетом при $G_{12}^* = G_{12} = \text{const}$, кривые 4 и 6 получены расчетом при переменных значениях G_{12}^*

Рис. 4. Диаграммы деформирования косоугольно-армированного углепластика со структурой $0^\circ/\pm 60_2^\circ$, полученные экспериментально (светлые точки) и расчетом (сплошные кривые)

диапазоне изменения напряжения σ_x . Из рис. 3 видно, что переход деформации сдвига в нелинейную область происходит при достижении некоторого порогового значения γ_{12}^* , которое одинаково для обеих укладок и его можно принять равным $0,5\%$.

Для проверки полученных результатов был проведен обратный расчет, т.е. по единой кривой деформирования слоя при сдвиге (рис. 2) с изменяющимся секущим модулем сдвига G_{12}^* была получена диаграмма деформирования образца с укладкой $0^\circ/\pm 60_2^\circ$. Сравнение расчетных и экспериментальных данных для этих образцов представлено на рис. 4, из которого видно удовлетворительное соответствие между ними.

В работе [9] обратный расчет был выполнен с использованием кусочно-линейной аппроксимации единой кривой деформирования слоя при сдвиге, где переход между линейными участками сопровождается скачкообразным изменением касательного модуля сдвига. Такой подход позволяет получить соотношения, описывающие деформирование слоистого углепластика, в матричной форме. Соотношения, предложенные в [9], также удовлетворительно описывают данные экспериментов.

Таким образом, зависимости $\tau_{12}(\gamma_{12})$, полученные двумя расчетно-экспериментальными методами для косоугольно-армированных пластин с разными углами укладки, оказались практически идентичны. Имеет место существенное отклонение от линейности. Это указывает на то, что при нагружении будет заметное перераспределение нагрузки между слоями. Представление таких зависимостей, относящихся к слоистым пластинам с разными углами укладки, единой кривой деформирования однонаправленного слоя при сдвиге дает результаты, удовлетворительно согласующиеся с экспериментом.

Предложенный подход можно использовать в расчетах на жесткость и прочность элементов тонкостенных конструкций из углепластика.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Зиновьев П.А., Песошников Е.М., Попов Б.Г. и др.* Экспериментальное исследование некоторых особенностей деформирования и разрушения слоистого углепластика // *Механика композитных материалов*. 1980. № 2. С. 241–245.
2. *Думанский А.М., Таурова Л.П., Смердов А.А.* Экспериментальное исследование деформативных и прочностных характеристик углепластика на плоских и трехслойных образцах // *Научные материалы Второй междунар. н.-практич. конф. “Аэрокосмические технологии”*. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана. 2009. С. 245–246.
3. *Лагас П.А.* Нелинейный характер зависимости “напряжение–деформация” для слоистых графитэпоксидных пластиков // *Аэрокосмическая техника*. 1985. № 4. С. 102–111.
4. *Petit P.H.* A simplified method of determining the inplane share-stress response of unidirectional composites // *Composite Materials: Testing and Design*. ASTM STP 460. 1969. P. 83–93.
5. *Упитис З.Т., Удрис А.О.* Деформирование углепластика с перекрестным армированием $\pm 45^\circ$ при плоском напряженном состоянии // *Механика композитных материалов*. 1988. № 5. С. 852–861.
6. *Кравченко О.Л., Вильдеман В.Э.* Модели неупругого деформирования перекрестно армированных слоистых композитов // *Математическое моделирование систем и процессов*. 1997. № 5. С. 49–55.
7. *Hahn H.T., Tsai S.W.* Nonlinear elastic behavior of unidirectional composite laminae // *Journal of Composite Materials*. 1973. V. 7. P. 102–118.
8. *Композиционные материалы. Справочник* / Под ред. В.В. Васильева, Ю.М. Тарнопольского. М.: Машиностроение, 1990. 512 с.
9. *Думанский А.М., Таурова Л.П., Алимов М.А.* Расчетно-экспериментальное исследование неупругих свойств углепластика // *Проблемы машиностроения и надежности машин*. 2011. № 5. С. 91–97.

Москва

Поступила в редакцию 23.III.2011
После доработки 5.X.2011